Organon F 20 (Supplementary Issue 2) 2013: 98-111

Využitie pojmu *zhoda* v hyperintenzionálnej dedukcii[1]

LUKÁŠ BIELIK

Katedra logiky a metodológie vied. Filozofická fakulta. Univerzita Komenského v Bratislave
Šafárikovo nám. 6. 814 99 Bratislava. Slovenská republika
bielikluc@yahoo.com

FRANTIŠEK GAHÉR

Katedra logiky a metodológie vied. Filozofická fakulta. Univerzita Komenského v Bratislave
Šafárikovo nám. 6. 814 99 Bratislava. Slovenská republika
frantisek.gaher@uniba.sk

ZASLANÝ: 12-01-2013 ▪ AKCEPTOVANÝ: 11-04-2013

Abstract: The paper deals with the usefulness of Pavel Tichý's concept of *match* between two (or more) constructions for the deduction and inference considerations. Tichý's preference of the two-dimensional view on inference instead of the one-dimensional view is criticized. The reasons for the implementation of the *match* concept are elucidated. The logical expressiveness of the *match* concept is demonstrated through its implementation to the Natural Deduction System explicated in the hyperintensional framework of Transparent Intensional Logic.

Keywords: Deduction – inference – match – Natural Deduction – Sequent Calculus – Transparent Intensional Logic.

1 Táto stať vznikla na Filozofickej fakulte UK v Bratislave v rámci grantu VEGA č. 1/0046/11 *Sémantické modely, ich explanačná sila a aplikácia*. Autori ďakujú anonymnému recenzentovi za podnetné pripomienky, ktoré pomohli odstrániť viaceré nedostatky z pôvodnej verzie state.

Český logik Pavel Tichý predstavil v niekoľkých prácach svoje názory na povahu logiky a osobitne dedukcie, ktoré vychádzajú z teoretického rámca ním navrhnutého systému (T)ransparentnej (I)ntenzionálnej (L)ogiky. A aj keď jeho práce z konca sedemdesiatych a začiatku osemdesiatych rokov 20. storočia zdôrazňujú odlišné aspekty inferencie a dedukcie než jeho vrcholné dielo, reprezentované predovšetkým prácou *The Foundations of Frege's Logic* z roku 1988 (Tichý 1988), či jeho štúdiou *On Inference* (koautorovanou jeho manželkou Jindrou; pozri Tichý – Tichý 2004/[1999]), spoločné im je preferovanie doplneného a modifikovaného sekventového kalkulu Gerharda Gentzena, ktorý Tichý považuje za vhodný systém pre explikáciu povahy dedukcie, resp. logickej inferencie.

Voľba sekventového kalkulu ako rámca pre Tichého rozpracovanie dedukcie je podmienená okrem iného aj jeho presvedčením, že logické odvodzovania, ergo inferencie, sú vlastne derivačné kroky od určitých vyplývaní k iným vyplývaniam. Keďže pravidlá sekventového kalkulu zachovávajú platnosť (a nielen pravdivosť, ako je to napríklad v prípade pravidiel prirodzenej dedukcie!), pretože reprezentujú deriváciu určitého platného sekventu z množiny platných sekventov, tento deduktívny rámec predstavuje pre Tichého „vhodnú pôdu" pre rozpracovanie jeho úvah o dedukcii.

V ostatnom čase sme mohli postrehnúť viaceré fundačné, interpretačné i evolučné práce, ktoré sa v rôznej miere venujú analytickým i deduktívnym aspektom TIL (pozri napríklad Duží – Jespersen – Materna 2011, Raclavský – Kuchyňka 2011, Raclavský 2012, najnovšie aj Duží – Materna 2012).

Práve ostatné Raclavského štúdie (Raclavský – Kuchyňka 2011; resp. Raclavský 2012) nás viedli k premysleniu Tichého názorov na dedukciu. V tom, čo nasleduje, najskôr stručne predstavíme Tichého argumenty v prospech tzv. dvojdimenzionálneho prístupu k dedukcii, ktorý inferenciu chápe ako reláciu medzi určitou množinou vyplývaní a iným vyplývaním. Následne poukážeme na dôvody, pre ktoré považujeme takýto prístup za problematický. Nakoniec zvážime využitie pojmu *zhody* pri explikácií pravidiel prirodzenej dedukcie pracujúcej nad propozičnými konštrukciami a naznačíme, nakoľko možno Tichého intuície spojené s dedukciou korigovať.

1

Začnime Tichého vrcholným dielom. Tichý v prácach (1988, kap. 13) a Tichý – Tichý (2004[1999]) približuje svoje filozofické dôvody, ktoré ho vedú k prijatiu sekventového kalkulu gentzenovského typu ako teoretického rámca pre vlastnú explikáciu dedukcie.

Tichý začína 13. kapitolu (s názvom *Inference*) svojej práce (1988) pripomenutím toho, na akom druhu entít vlastne (logické) odvodzovanie „operuje". Najskôr totiž na príkladoch matematických inferencií ukazuje, že „[na] inferenciu je možné najlepšie pozerať sa ako na operáciu na propozičných *konštrukciách*, a nie na propozíciách" (1988, 235). No vzápätí uvádza dva odlišné pohľady na inferenciu, ktoré možno s takouto koncepciou spájať, a to podľa toho, akú úlohu v inferenciách prisudzujeme hypotézam ako predpokladom, či presnejšie dôkazu z hypotéz (k odlišným pojmom predpokladu, s ktorými Tichý – aspoň implicitne – pracuje, pozri Gahér – Bielik 2013). Tichý doslova uvádza:

> Máme tu teda dva pohľady na úlohu, ktorú hypotézy hrajú pri dedukcii, ktoré si môžeme osvojiť. Podľa prvého pohľadu kroky inferencie berú hypotézy ako také za premisy a vedú k tomu, čo z týchto hypotéz vyplýva. Toto môžeme nazvať *jednodimenzionálnym* pohľadom na inferenciu. Podľa druhého, *dvojdimenzionálneho* pohľadu, kroky inferencie neoperujú na hypotézach ako takých, ale na komplexoch zložených z antecedentov a konzekventov, t. j. na vyplývaniach, v ktorých sa hypotézy objavujú ako antecedenty. Inferenčným krokom sa tak dostávame od jedného alebo viacerých platných vyplývaní tohto druhu k ďalšiemu platnému vyplývaniu. (Tichý 1988, 235)

Tichého odmietnutie usudzovania z hypotéz, ktoré sa pokúša doložiť už u Fregeho, nahrádza dvojdimenzionálnym pohľadom, pre ktorého rozvinutie využíva práve Gentzenov sekventový kalkul. (Treba však doplniť, že Tichý v Tichý 1988, 240-249 interpretuje aj Gentzenov kalkul prirodzenej dedukcie tak, aby bol zlučiteľný s jeho dvojdimenzionálnym pohľadom. Napriek tomu však využíva sekventový kalkul, ktorý podľa neho implementuje dvojdimenzionálnu koncepciu inferencie explicitnejšie.)

Gentzenove sekventy sú totiž komplexy reprezentované ako

$$A_1, \ldots, A_n \Rightarrow B$$

kde A_i predstavuje antecedenty a B sukcedent(y) sekventu, pričom znak „$\Rightarrow$" reprezentuje reláciu vyplývania. Sekvent je platný, ak jeho sukcedent vyplýva z jeho antecedentov. Pravidlá odvodenia (inference rules) Gentzenovho systému nás podľa Tichého dostávajú od platných sekventov k iným platným sekventom. Teda ak Φ_i nám bude reprezentovať množinu antecedentov sekventu a Σ_i prvky sukcedentu sekventov, tak pravidlá odvodenia môžeme vyjadriť v tvare:

(Seq) $\Phi_1 \Rightarrow \Sigma_1, \ldots, \Phi_n \Rightarrow \Sigma_n \models \Phi \Rightarrow \Sigma$

Pravidlá formy (Seq) hovoria, že vždy, keď sú sekventy formy $\Phi_1 \Rightarrow \Sigma_1$, ..., $\Phi_n \Rightarrow \Sigma_n$ platné, je platný aj sekvent $\Phi \Rightarrow \Sigma$. O sekvente $\Phi \Rightarrow \Sigma$ potom môžeme povedať, že je odvoditeľný podľa pravidla (Seq) – porovnaj napríklad Tichý (2004/[1982], 473).

Je zaujímavé (a upozorňuje na to aj Jan Štěpán v práci Materna – Štěpán 2003, 109), že Tichý sa vo svojej vrcholnej práci (1988) vôbec nezmieňuje o pojme *zhoda*, ktorý zaviedol a používal vo svojich predchádzajúcich prácach; pozri napríklad Tichý (2004/[1982]), Oddie – Tichý (2004/[1982]) či Tichý (2004/[1986]).

Okrem iného, práve pojem *zhody* robí TIL ako široký rámec dedukcie zaujímavým a expresívnym. Tichý *zhodu* prvýkrát definuje v (2004/[1982], 472-473) ako usporiadanú dvojicu, ktorej prvým prvkom je α-objekt alebo α-premenná **a**, a ktorej druhým prvkom je α-konštrukcia **A**. Zhodu označuje

a : A

Dnes by sme preferovali Raclavského doplnenie (z Raclavský 2009, 286), ktoré súvisí s Tichého implementáciou konštrukcie nazvanej *trivializácia* v jeho vrcholnom diele, a povedali by sme, že zhoda je usporiadaná dvojica, ktorej ľavú stranu tvorí premenná alebo trivializácia α-objektu a pravá strana je určitá (obvykle zložená) konštrukcia v-konštruujúca α-objekt. Zároveň by sme doplnili, že *zhoda* je konštrukcia v-konštruujúca funkciu, ktorá usporiadaným dvojiciam konštrukcií ⟨**a**, **A**⟩ priraďuje pravdivostnú hodnotu T (Pravda), ak obe konštrukcie v-konštruujú ten istý objekt; v opačnom prípade im priraďuje pravdivostnú hodnotu F (Nepravda). Alternatívne by sme mohli zhodu explikovať ako propozíciu, ktorá je v určitých svetamihoch (⟨možný svet, časový okamih⟩) pravdivá, v iných nepravdivá.

Povieme, že valuácia v spĺňa zhodu **a : A**, ak **a** aj **A** v-konštruujú ten istý objekt. Tichý kvôli parcialite funkcií konštruovaných konštrukciami pripúšťa v dedukcii aj zhody tvaru **: A**, kde ľavá strana zhody chýba. Ak chce teda povedať, že konštrukcia **A** je v-nevlastná, povie, že zhodu **: A** spĺňa valuácia v (por. Tichý 2004/[1982], 473).

V princípe by sme mohli Tichého pojem *zhody* rozšíriť na n-ticu konštrukcií a hovoriť, že zhodu medzi $\mathbf{a} : \mathbf{A}_1 : \mathbf{A}_2 : \ldots : \mathbf{A}_n$ spĺňa valuácia *v*, ak konštrukcie **a** a $\mathbf{A}_1$ a … a $\mathbf{A}_n$ *v*-konštruujú ten istý objekt.

Spomenuli sme, že Tichý vo svojom vrcholnom diele (1988) nikde vo svojich úvahách o dedukcií sa nezmieňuje o pojme *zhody*. Naproti tomu v práci (2004/[1982]), v ktorej predstavuje systém parciálnej (jednoduchej) teórie typov pre svoju teóriu konštrukcií, zavádza pojem *zhody* a implementuje ho do sekventového kalkulu. Sekvent formy $\Phi \Rightarrow \Sigma$ sa skladá z množiny zhôd Φ a zo zhody Σ. Sekvent formy $\Phi \Rightarrow \Sigma$ je platný, ak každá valuácia, ktorá spĺňa množinu zhôd Φ (t. j. každý prvok množiny Φ), spĺňa aj zhodu Σ. Derivačné pravidlá teda vyjadrujú (resp. predpisujú) kroky od (množiny) platných sekventov k inému platnému sekventu. Do dedukcie sa tak cez sekventy dostávajú zhody.

Načo sú však zhody pre dedukciu potrebné? Aká je ich využiteľnosť pre inferenciu? Jan Štěpán v práci Materna – Štěpán (2003, 112) rekapituluje dva hlavné dôvody: 1. hoci entity vstupujúce do zhody nemusia mať charakter propozícií (môže ísť o konštrukcie konštruujúce objekty iných typov), zhody už tento charakter majú; a 2. prostredníctvom (pojmu) zhody možno implicitne zaviesť pojem sporu.

V tretej časti nášho príspevku zvážime ešte ďalšiu možnosť využitia pojmu *zhody* – na explikáciu sémantiky pravidiel prirodzenej dedukcie nad propozičnými konštrukciami. Predtým však zrekapitulujme stručne dôvody, pre ktoré Tichý preferuje dvojdimenzionálny pohľad na inferenciu (odvodzovanie).

2

Tichý dáva do protikladu usudzovanie z hypotéz ako predpokladov k usudzovaniu z právd. Niekedy však vo svojich formuláciách naznačuje, akoby opakom usudzovania z hypotéz ako predpokladov bolo usudzovanie z *nevyhnutných právd* a, naopak, akoby opakom usudzovania z *nevyhnutných právd* bolo usudzovanie z hypotéz ako predpokladov.

Keď sa Tichý pokúša demonštrovať, že jednodimenzionálny pohľad na dedukciu je neudržateľný, konštatuje:

> Nie je totiž ťažké ukázať, že pojem odvodenia [the notion of inference] z hypotéz nedáva zmysel. Predpokladajme, že odvodím
>
> (1) Peter je špión

> z čisto hypotetického predpokladu, že
>
> (2) Peter a Pavol sú špióni.
>
> Čo som sa vďaka tomu dozvedel? Sotva som sa dozvedel, že (1) je pravdivý či dokonca pravdepodobný [výrok]. V skutočnosti som sa o (1) ako takom nedozvedel vôbec nič. To, čo som sa dozvedel, je, že (1) je pravdivý, takpovediac, *na základe*, resp. *podľa* predpokladu (2). (Tichý 1988, 235-236)

A svoje zdôvodnenie hneď následne rozvíja v tvrdení, že výsledkom inferencie nie je výrok (1), ale výrok o vyplývaní (1) z (2). A Tichý pokračuje:

> Tento výrok je však pravdivý kategoricky. Ide o prípad nepodmienečne platného logického princípu, princípu, ktorý hovorí, že z konjunkcie vyplýva ktorýkoľvek z konjunktov. (Tichý 1988, 236)

V prvom rade je zvláštne, že Tichý sa pokúša na tomto príklade (hoci nie výlučne len na ňom) ukázať, *aká je povaha inferencie*. Uvedený príklad totiž možno stotožniť s prípadom (logicky) platného sekventu. Ak by sme to vyjadrili inak, ide o inferenčné pravidlo formy $\models \Phi \Rightarrow \Sigma$ s prázdnou množinou sekventov $\{\Phi_1 \Rightarrow \Sigma_1, \ldots, \Phi_n \Rightarrow \Sigma_n\}$, pričom množinu Φ tvorí konjunkcia dvoch výrokov (propozičných konštrukcií) a Σ tvorí ktorýkoľvek z konjunktov Φ. Ak teraz ponecháme bokom otázku, či do sekventov vstupujú aj zhody (ako to robí aj Tichý v 1988), tak by sme sa mohli pýtať, v čom zásadnom sa líši zachytenie vyplývania medzi (1) a (2) prostredníctvom príslušného pravidla odstránenia konjunkcie v systéme prirodzenej dedukcie (teda pravidla, ktoré si môžeme reprezentovať ako: $A \wedge B \vdash A$). Veď ani toto pravidlo nehovorí nič konkrétne o pravdivosti A, resp. pravdivosti $A \wedge B$, ale o relácií (logickej odvoditeľnosti, resp. vyplývania) medzi A a $A \wedge B$. Napokon, v tretej časti sa pokúsime ukázať, aké sú možnosti explicitnej sémantickej reprezentácie pravidiel prirodzenej dedukcie (resp. jej fragmentu) pomocou pojmu *zhoda*.

Vráťme sa však k Tichého odmietaniu inferencie z hypotéz. Zdá sa totiž, že Tichý zakladá svoj argument na nedostatočnej distinkcii. Ako sme konštatovali, Tichý, zdá sa, považuje usudzovanie z hypotéz ako predpokladov za opak usudzovania z *nevyhnutných právd* a naopak. Hypotézy ako predpoklady však nemusia byť opozitom nevyhnutných právd. Prijať v usudzovaní za pravdivý nejaký výrok, či presnejšie, propozíciu, ešte neznamená určiť, či ide o (zložitý) analytický výrok, ktorý je nevyhnutne pravdivý (vzhľadom na danú sústavu pojmov-konštrukcií) alebo ide o empirický výrok, ktorý môže byť kontingentne pravdivý. Inak povedané, predpokladom v usudzovaní sa môže stať buď analytický, alebo empirický výrok. Na druhej strane, hovoriť o pravdách neznamená hovoriť automaticky o nevyhnutných pravdách. (Viac o odlišných pojmoch predpokladov a ich vzťahu k Tichého argumentom v prospech dvojdimenzionálneho pohľadu na inferenciu pozri v Gahér – Bielik 2013).

Ak je naša úvaha korektná, tak keď hovoríme o inferencií z predpokladov (pojem tzv. *logického predpokladu*), musíme rozlišovať tieto možnosti: buď je inferenčný predpoklad (*i*) analyticky (t. j. nevyhnutne) pravdivý, alebo (*ii*) empiricky (t. j. kontingentne) pravdivý, resp. (*iii*) analyticky nepravdivý alebo (*iv*) empiricky nepravdivý.

Zdá sa teda, že Tichý tu spája epistemologické aspekty argumentácie s logickou stránkou inferencií. Zbavenie sa problému hypotetickosti predpokladov ich premenením na logicky pravdivé implikácie bráni použitiu logiky na rozširovanie empirického poznania a na zmenu presvedčenia, ktoré Tichý obhajoval.

Keď totiž usudzujeme a ide nám o pravdivosť empirických výrokov (propozícií), tak naše usudzovanie môže obsahovať dve odlišné kategórie chýb: Prvá sa týka toho, že z určitej množiny výrokov logicky neoprávnene – t. j. chybne – odvodíme iný výrok (o ktorého pravdivosť nám pri skúmaní môže ísť); chyba druhej kategórie spočíva v tom, že aspoň jeden z výrokov, z ktorých naše odvodenie vychádza, nie je pravdivý, a teda aj v prípade, že sme použili logicky správnu inferenciu, záver tejto inferencie nemusí byť pravdivý.

A práve možnosť, že sa môžeme pri usudzovaní, resp. odvodzovaní mýliť aspoň v jednom z našich (napr. empirických) predpokladov, Tichého prístup k dedukcii nepripúšťa. Dvojdimenzionálny pohľad na inferenciu pripúšťa len nevyhnutné pravdy – vyplývania platných sekventov z iných platných sekventov. Ako nám však môže potom inferencia poslúžiť pri poznávaní empirických právd, keď tie nie sú v derivačných pravidlách sekventov prítomné?

3

Keďže si myslíme, že pojem *zhody* možno využiť aj v inom inferenčnom systéme, a to bez toho, aby sme uvažovali o inferenčných pravidlách ako o krokoch od množiny vyplývaní k inému vyplývaniu, pokúsime sa v nadväznosti na uvedené práce (najmä Raclavský 2012, Raclavský – Kuchyňka 2011 a Materna – Štěpán 2003), predstaviť sémantickú verziu pravidiel prirodzenej dedukcie, ktoré operujú nad propozičnými konštrukciami s využitím pojmu *zhoda*. Náš postup pritom preberá základnú schému niektorých odvodzovacích pravidiel z práce Oddie – Tichý (2004/[1982]), kde sa však inferencia realizuje na sekventoch, a nie medzi zložkami sekventov.[2] My túto schému modifikujeme tak, aby v nej boli zachytené aj propozície, resp. propozičné konštrukcie, no zároveň ju presúvame z prostredia sekventového kalkulu do prostredia (fragmentu) systému prirodzenej dedukcie.

Keď tak urobíme, pokúsime sa zodpovedať aj tieto dve otázky:

1. Ako sa dá Tichého požiadavka, aby v derivačných pravidlách vystupovali len nevyhnutné pravdy (tautológie), zladiť s tým, že v úsudkoch pracujeme aj s empirickými (náhodnými) pravdami?
2. V akom vzťahu sú pravidlá β-redukcie, α-redukcie, či η-redukcie, ktoré TIL využíva, k nami prezentovanej explikácii (fragmentu) pravidiel prirodzenej dedukcie?

Predstavme teda náš návrh sémantického modelovania dedukcie v rámci rozvetvenej teórie typov pre systémy prirodzenej dedukcie. Teraz vypúšťame exaktné definície Tichého rozvetvenej teórie typov (čitateľa odkazujeme na prácu Tichý 1988, resp. na ktorúkoľvek z už zmienených publikácií o TIL) a predstavujeme len definície tých pojmov, s ktorými budeme ďalej bezprostredne pracovať.

Definícia (pojmu) zhody

Konštrukcia **a:A**, kde **a** je premenná *v*-konštruujúca objekt určitého typu α alebo trivializácia tohto objektu a **A** je konštrukcia *v*-konštruujúca objekt určitého typu β, *v*-konštruuje zhodu, t. j. funkciu *M*, ktorá usporiadanej dvojici konštrukcií ⟨**a, A**⟩, (resp. ⟨**__, A**⟩), priradí pravdivostnú hodnotu Pravda (T), ak $\alpha=\beta$, teda ak **a** aj **A** *v*-konštruujú ten istý objekt (resp. keď **A** je v konštrukcii **__:A** *v*-nevlastná). V opačnom prípade *M* priradí tejto dvojici pravdivostnú hodnotu Nepravda (F).

Povieme teda, že zhodu *M* spĺňa valuácia *v*, ak **a** aj **A** *v*-konštruujú ten istý objekt.

[2] Máme na zreteli napríklad pravidlo 2.19, ktorého forma vyjadruje vlastne známe pravidlo Modus ponendo ponens: $\Phi \Rightarrow T: I \supset J$; $\Phi \Rightarrow T: I \models \Phi \Rightarrow T: J$; kde T je pravdivostná hodnota Pravda a I a J sú premenné pre pravdivostné hodnoty.

Pojem vyplývania v TIL možno vymedziť viacerými spôsobmi. Spoločné im je však jedno: Vyplývanie sa modeluje primárne ako relácia medzi propozičnými konštrukciami, resp. ako relácia medzi propozíciami a až sekundárne ako relácia medzi výrokmi.

Keď sme v prvej časti charakterizovali platný sekvent, využili sme pri tom pojem vyplývania založený na pojme spĺňania zhôd (v antecedente, resp. sukcedente sekventu). Keďže budeme ďalej pracovať s pojmami propozičných konštrukcií a propozícií, bude vhodné, ak explikujeme pojem vyplývania medzi propozíciami (v-konštruovanými propozičnými konštrukciami príslušných rádov) a následne aj odvodený pojem vyplývania medzi výrokmi.

Definícia vyplývania medzi propozíciami

Nech $p_1, \ldots, p_n, q$ sú konštrukcie v-konštruujúce propozície $\mathrm{p}_1, \ldots, \mathrm{p}_n, \mathrm{q}$; a nech w, t sú premenné v-konštruujúce možné svety w_i, a časové okamihy t_j. Povieme, že propozícia q vyplýva z propozícií $\mathrm{p}_1, \ldots, \mathrm{p}_n$ práve vtedy, keď pre každú valuáciu v a pre ľubovoľné $\langle \mathrm{w}_i, \mathrm{t}_j \rangle$ platí, že v tých $\langle \mathrm{w}_i, \mathrm{t}_j \rangle$ a pri tých valuáciách v, v ktorých sú pravdivé všetky propozície $\mathrm{p}_1, \ldots, \mathrm{p}_n$, je pravdivá aj propozícia q.

Definícia vyplývania medzi výrokmi

Nech $\mathrm{V}_1, \ldots, \mathrm{V}_n$, V sú výroky jazyka *J* označujúce (v poradí) propozície $\mathrm{p}_1, \ldots, \mathrm{p}_n$, q. Povieme, že výrok V vyplýva z výrokov $\mathrm{V}_1, \ldots, \mathrm{V}_n$ v jazyku *J*, ak propozícia q označená výrokom V vyplýva z propozícií $\mathrm{p}_1, \ldots, \mathrm{p}_n$ označených výrokmi $\mathrm{V}_1, \ldots, \mathrm{V}_n$.[3]

Uvedené definície teraz môžeme bezprostredne využiť na definovanie platného úsudku.

Definícia platného úsudku

Nech $\mathrm{V}_1, \ldots, \mathrm{V}_n$ / V je úsudok, kde $\mathrm{V}_1, \ldots, \mathrm{V}_n$ sú jeho premisy a V záver úsudku. Povieme, že úsudok $\mathrm{V}_1, \ldots, \mathrm{V}_n$ / V je platný (t. j. logicky správny), ak jeho záver vyplýva z premís.

Keďže sme si definovali základné sémantické pojmy, s ktorými budeme ďalej pracovať, pozrime sa, ako nám môžu pomôcť pri explikácii (fragmentu) systému prirodzenej dedukcie v logickom rámci konštrukcií TIL.

---

3 Ďakujeme anonymnému recenzentovi za poznámku, že definíciu vyplývania medzi výrokmi je vhodné relativizovať vždy k určitému jazyku.

Ukážeme, že pravidlá prirodzenej dedukcie môžeme zasadiť do hyperintenzionálneho rámca TIL pomocou pojmu (konštrukcie) *zhody*, kde prvým prvkom funkcie-zhody budú trivializácie pravdivostnej hodnoty Pravda (T), resp. Nepravda (F) a druhým prvkom budú zložené konštrukcie – tzv. kompozície, ktorých podkonštrukciami budú jednak trivializácie logických funkcií, ako sú konjunkcia, disjunkcia a pod., jednak propozičné premenné – teda konštrukcie *p, q, r,* ..., *v*-konštruujúce propozície, t. j. objekty typu $((o\tau)\omega)$, skrátene $o_{\tau\omega}$, aplikované (pod-kompozíciami) na (*v*-konštruované) hodnoty premenných *w* a *t* (kompozíciu $[[pt]w]$, ktorá *v*-konštruuje pravdivostnú hodnotu propozície p na argumentoch w a t, budeme skrátene zapisovať p_{wt}).

Zápis týchto pravidiel tak predstavuje sémantickú verziu fragmentu pravidiel prirodzenej dedukcie pre nekvantifikované výroky (v tomto prípade vychádzame z pravidiel prirodzenej dedukcie Borkowského typu – pozri napríklad Gahér 2003, resp. Zouhar 2008).[4]

Modus ponens (MP)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\rightarrow p_{wt}\ q_{wt}] \qquad {}^0\mathrm{T}\colon p_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}}$$

Zavedenie implikácie (ZI)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\rightarrow p_{wt}\ q_{wt}]}$$

Odstránenie konjunkcie (OK)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\wedge p_{wt}\ q_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon p_{wt}} \qquad \frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\wedge p_{wt}\ q_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}}$$

Zavedenie konjunkcie (ZK)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon p_{wt} \qquad {}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\wedge p_{wt}\ q_{wt}]}$$

4 Pravdou je, že takáto sémantická explikácia fragmentu pravidiel prirodzenej dedukcie nezohľadňuje parcialitu propozícií. Ak by sme parcialitu pripustili, viaceré pravidlá by neboli platné (napríklad pravidlo (ZI) či (ZD)).

Zavedenie disjunkcie (ZD)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon p_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}]} \qquad \frac{{}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}]}$$

Odstránenie disjunkcie (OD)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}] \quad {}^0\mathrm{F}\colon p_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}} \qquad \frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}] \quad {}^0\mathrm{F}\colon q_{wt}}{{}^0\mathrm{T}\colon p_{wt}}$$

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}] \quad {}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\neg\, p_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon q_{wt}} \qquad \frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}] \quad {}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\neg\, q_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon p_{wt}}$$

Zavedenie ekvivalencie (ZE)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\rightarrow p_{wt}\ q_{wt}] \quad {}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\rightarrow q_{wt}\ p_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\leftrightarrow p_{wt}\ q_{wt}]}$$

Odstránenie ekvivalencie (OE)

$$\frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\leftrightarrow p_{wt}\ q_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\rightarrow p_{wt}\ q_{wt}]} \qquad \frac{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\leftrightarrow p_{wt}\ q_{wt}]}{{}^0\mathrm{T}\colon [{}^0\!\rightarrow q_{wt}\ p_{wt}]}$$

Čo majú vlastne uvedené pravidlá vyjadrovať?! Domnievame sa, že ich potenciál je nasledovný:

Venujme sa najskôr pravým stranám zhôd v premisách i záveroch úsudkových schém, ktoré v týchto pravidlách vystupujú. Môžeme konštatovať, že ich hyperintenzionálna (t. j. konštrukčná) forma je taká, že v prípade, že sú propozície na pravých stranách zhôd premís v svetamihoch ⟨w, t⟩ pravdivé, sú v týchto svetamihoch pravdivé aj propozície v záveroch týchto pravidiel. To znamená, že na to, aby sme vyjadrili platnosť niektorých našich úsudkov, stačí, aby sme sledovali len pravé strany zhôd daných pravidiel (resp. ich lambda-viazané varianty), alebo sa jednoducho sústredili len na zredukované pravidlá, ako napr.:

$$(\mathrm{ZD^R}) \qquad \frac{p_{wt}}{[{}^0\!\vee\, p_{wt}\ q_{wt}]}$$

respektíve:

$$(\mathrm{ZD^P}) \qquad \frac{\lambda w\, \lambda t\, [p_{wt}]}{\lambda w\, \lambda t\, [{}^0\!\vee\, p_{wt}\, q_{wt}]}$$

Načo je potom dobré vyjadriť tieto pravidlá vo forme prechodu od zhôd v premisách úsudku ku zhode v závere úsudku, pričom na ľavej strane zhôd (ako prvý prvok zhody) vystupujú trivializácie pravdivostnej hodnoty (T, resp. F)?

Odpoveď nemusí byť na prvý pohľad intuitívna, ale skúsme ju preveriť. To, čo touto reprezentáciou pravidiel zamýšľame vyjadriť, možno zhrnúť takto: Úsudky môžu byť samozrejme platné aj vtedy, keď je záver nepravdivý, prípadne keď premisa alebo premisy nie sú pravdivé (pozri naše definície). Ak však chceme navyše vyjadriť skutočnosť, že vždy, keď sú premisy logicky platného úsudku pravdivé, je, resp. musí byť pravdivý aj záver úsudku, môžeme k tomu použiť uvedené pravidlá (MP) – (OE), resp. ďalšie (odvodené) pravidlá. Umožňuje nám to práve pojem *zhody*: Pre tieto pravidlá totiž platí, že pri každej valuácii v a vo všetkých svetamihoch $\langle w,t \rangle$, v ktorých sú splňané zhody z premís, je splňaná aj zhoda v závere. Inak povedané, ak konštrukcie na pravých stranách zhôd premís príslušných úsudkov v-konštruujú pravdivostnú hodnotu T, bude ju konštruovať aj pravá strana zhody v závere úsudku. To samozrejme neznamená, že nejaký aktuálny úsudok, ktorý je platný, musí splňať príslušné zhody.

Vezmime si napríklad úsudok:

(U1) Ak Bratislava je rieka, tak Dunaj je mesto.
Bratislava je rieka.
———————————————
Dunaj je mesto.

Ak nahradíme propozičnú konštrukciu *Bratislava je rieka*, ktorá je významom vety „Bratislava je rieka“, propozičnou premennou p a propozičnú konštrukciu *Dunaj je mesto*, ktorá je významom vety „Dunaj je mesto“, propozičnou premennou q, môžeme po zohľadnení významu logického operátora implikácie (implikátora) a parametrov možných svetov a časov, v ktorých tieto propozície vyhodnocujeme, vyjadriť hyperintenzionálnu formu úsudku (U1) takto:

$$\text{(U1*)} \qquad \begin{array}{l} \lambda w\, \lambda t\, [{}^0\!\rightarrow p_{wt}\, q_{wt}] \\ \lambda w\, \lambda t\, [p_{wt}] \\ \hline \lambda w\, \lambda t\, [q_{wt}] \end{array}$$

Je zjavné, že úsudok formy (U1*) je platný, teda aj úsudok (U1) je platný; no v aktuálnom svete a čase sú propozície označené vetami „Bratislava je rieka“, resp. „Dunaj je mesto“ nepravdivé (a teda výsledná konštrukcia v prvej premise úsudku (U1) je pravdivá). Ak teda dosadíme do pravidlovej schémy (MP) za *p, q* propozičné konštrukcie *Bratislava je rieka*, resp. *Dunaj je mesto*, zisťujeme, že pri valuácii, ktorá premenným *w, t* priradí náš aktuálny svet a chronológiu doterajších okamihov, nemôžeme odvodiť pravdivosť záveru, pretože zhoda v druhej premise nie je splňaná.

Čo teda pravidlá (MP) – (OE) zachytávajú? Domnievame sa, že zachytávajú najmä tieto tri aspekty: 1. Tieto pravidlá umožňujú zachytiť rozdiel medzi platnosťou úsudkov (inferencií) a aktuálnou pravdivosťou ich premís. 2. Tieto pravidlá umožňujú vyjadriť aj tie Tichého logické intuície, podľa ktorých pri logickej inferencií, resp. pri dôkazoch – obzvlášť v takej disciplíne, akou je matematika, o ktorú sa Frege, Gentzen i Tichý pri svojich úvahách o dedukcii opierali – pracujeme s pravdami; a napokon: 3. tieto pravidlá umožňujú, aby do inferencií vstupovali aj konštrukcie empirických propozícií, vyjadrujúcich náhodné pravdy.

Dlžíme ešte jednu odpoveď, ktorá sa týka otázky, v akom vzťahu sú pravidlá β-redukcie, α-redukcie, či η-redukcie, ktoré (nielen) TIL využíva, k nami prezentovanej explikácii (fragmentu) pravidiel prirodzenej dedukcie? V prvom rade TIL je systém konštrukcií operujúcich nad objektmi z určitej epistemickej bázy a nad funkciami generovanými z týchto objektov. Môžeme teda zjednodušene konštatovať, že TIL operuje nad funkciami istých typov. Pri analýze výrazov prirodzeného jazyka sa TIL pokúša identifikovať v prípade empirických výrokov konštrukcie, ktoré v-konštruujú propozície, a v prípade analytických (neempirických) výrokov zasa konštrukcie, ktoré v-konštruujú pravdivostné hodnoty. Uvedené pravidlá β-redukcie, α-redukcie, či η-redukcie tak špecifikujú, ktoré prechody od konštruovania určitých funkcií, resp. aplikácií funkcií na argumenty príslušného typu, sú prípustné. Pokiaľ však chceme zostúpiť v prípade propozícií k dedukcii pravdivostnej závislosti určitej propozície od množiny iných propozícií, musíme aplikovať (kompozíciou) tieto propozície na hodnoty premenných *w*, *t*, aby sme dostali pravdivostné hodnoty, ktoré sú argumentmi unárnych a binárnych logických spojok. A práve v tejto rovine pracujeme s deduktívnymi pravidlami, ktoré sme sa tu pokúsili načrtnúť.

Literatúra

DUŽÍ, M. – JESPERSEN, B. – MATERNA, P. (2011): *Procedural Semantics for Hyperintensional Logic.* Springer.

DUŽÍ, M. – MATERNA, P. (2012): *TIL jako procedurální logika*. Bratislava: aleph.

GAHÉR, F. (2003): *Logika pre každého*. 3. vyd. Bratislava: Iris.

GAHÉR, F. – BIELIK, L. (2013): Prečo len nutné pravdy ako predpoklady úsudkov? *Organon F* 20, mimoriadne číslo 2, 75-97.

MATERNA, P. – ŠTĚPÁN, J. (2003): *Filozofická logika: nová cesta?* Olomouc.

ODDIE, G. – TICHÝ, P. (2004/[1982]): The Logic of Ability, Freedom and Responsibility. In: Svoboda, V. – Jespersen, B. – Cheyne, C. (eds.): *Pavel Tichý´s Collected Papers in Logic and Philosophy*. Praha: Filosofia – Dunedin: University of Otago Press, 483-504.

RACLAVSKÝ, J. (2009): *Jména a deskripce: logicko-sémantická zkoumání.* Olomouc: Nakladatelství Olomouc.

RACLAVSKÝ, J. (2012): Je Tichého logika logikou? (O vztahu logické analýzy a dedukce) *Filosofický časopis* 60, č. 2, 245-254.

RACLAVSKÝ, J. – KUCHYŇKA, P. (2011): Conceptual and Derivation Systems. *Logic and Logical Philosophy* 20, 159-174.

TICHÝ, P. (1988): *The Foundations of Frege's Logic.* Berlin – New York: de Gruyter.

TICHÝ, P. (2004/[1982]): Foundations of Partial Type Theory. In: Svoboda, V. – Jespersen, B. – Cheyne, C. (eds.): *Pavel Tichý´s Collected Papers in Logic and Philosophy*. Praha: Filosofia – Dunedin: University of Otago Press, 467-480.

TICHÝ, P. (2004/[1986]): Indiscernibility of Identicals. In: Svoboda, V. – Jespersen, B. – Cheyne, C. (eds.): *Pavel Tichý´s Collected Papers in Logic and Philosophy*. Praha: Filosofia – Dunedin: University of Otago Press, 649-671.

TICHÝ, P. – TICHÝ, J. (2004/[1999]): On Inference. In: Svoboda, V. – Jespersen, B. – Cheyne, C. (eds.): *Pavel Tichý´s Collected Papers in Logic and Philosophy*. Praha: Filosofia – Dunedin: University of Otago Press, 889-901.

ZOUHAR, M. (2008): *Základy logiky pre spoločenskovedné a humanitné odbory.* Bratislava: Veda.