Organon F 20 (Supplementary Issue 2) 2013: 112-116

Expresivita logické analýzy přirozeného jazyka

PAVEL MATERNA

Oddělení logiky. Filosofický ústav Akademie věd České republiky, v.v.i.
Jilská 1. 110 00 Praha 1. Česká republika
MaternaPavel@seznam.cz

ZASLÁN: 05-11-2012 ▪ AKCEPTOVÁN: 08-04-2013

Abstract: The concept of *expressivity* of a theory or a system′(for example a system of concepts or – derivatively – of basic expressions) is surely important: a theory (system) is the more expressive the more *problems* it allows to be solved. We will try to formulate or at least to suggest an *explication of this notion*. We will, of course, assume that an appropriate explication of the notion of *problem* has been given.

Keywords: Concept – construction – Leibniz – expressivity – problem – TIL.

1. Obecná definice expresivity

T_i nechť je teorie v daném jazyku L v čase *t*. Π_1, Π_2, ... nechť jsou množiny problémů řešitelných v teoriích T_1, T_2 , ... v čase *t*.

- T_1 *má stejnou expresivitu jako* T_2 iff $\Pi_1 = \Pi_2$
- T_1 *má nižší expresivitu než* T_2 iff $\Pi_1 \subset \Pi_2$
- T_1 *je expresívně nesrovnatelná s* T_2 iff $\Pi_1 \cap \Pi_2 = \emptyset$

(Předpokladem smysluplnosti definic je dobrá explikace pojmu *problém*. Ze své kuchyně mohu nabídnout stať Materna 2008, pokud jde o definici problému.)

Takto lze definovat *expresivitu teorie*. Nahradíme-li výraz „řešitelných“ výrazem „formulovatelných“, dostaneme *expresivitu jazyka*. Za *problém* pokládám v tomto textu procedurálně chápaný *pojem*, tj. v podstatě uzavřenou *konstrukci* ve smyslu TIL (viz Duží – Jespersen – Materna 2010, 2.2). V případě matematických problémů je pojem *řešitelnosti* ztotožněn s *algoritmickou* řešitelností (tj. funkce konstruovaná daným pojmem je částečně rekurzívní), v případě empirických pojmů/problémů je pojem řešitelnosti složitější.

Pokud jde o *problém Logické analýzy přirozeného jazyka* (LAPJ), lze řešitelnost chápat tak, že problém adekvátní analýzy výrazu přirozeného jazyka je *řešitelný v teorii T_i, pokud výsledek této analýzy v T_i nelze v jiné teorii T_j korigovat*.

2. Měřítka expresivity logické analýzy výrazů logických teorií

Zde záleží na tom, jak budeme chápat $\mathbf{T}_i$. Myslitelné volby:

- *Různé řády*: výroková logika, predikátová logika 1. řádu, predikátová logika 1. řádu s identitou, predikátová logika 2. řádu
- *Různé „směry“*: klasická logika, intuicionistické logika
- *Různé axiomatické (formální) systémy téže logiky či téhož směru*

Naše definice mohou ověřit fakt, že výroková logika i jazyk výrokové logiky je méně expresivní než predikátová logika 1. řádu.

Otázka: Lze ověřit, že (zda?) predikátová logika 1. řádu je méně expresivní než predikátová logika 2. řádu?

Problém je zde následující: Věta „Ke každé třídě existuje třída, která je její podtřídou“ není v predikátové logice 1. řádu analyzovatelná, takže výraz

$$\forall P \exists Q\, (\forall x\, (P(x) \supset Q(x))$$

predikátové logiky 2. řádu je neanalyzovatelný v 1. řádu, tj. 2. řád je expresivnější než 1. řád, pokud jde o formulovatelnost problému. Jiná věc je, zda problémy formulovatelné v 2. řádu jsou řešitelné, což nelze tvrdit vzhledem k neúplnosti predikátové logiky 2. řádu.

3. Měřítka expresivity v Logické analýze přirozeného jazyka

Nechť $\mathbf{T}_i$ je některá z teorií významu Logické analýzy přirozeného jazyka. LAPJ předpokládá (měla by předpokládat) princip kompozicionality (PK) (viz např. Szabó 2005, 5):

Mějme E jako množinu výrazů (daného jazyka), m nechť je přiřazení významu, M buď množina významů, které jsou k dispozici, a F nechť je k-členná syntaktická operace na E. Pak m je *F-kompozicionální,* existuje-li k-členná parciální funkce G na M taková, že je-li definováno $F(e_1,...,e_k)$, pak $m(F(e_1,...,e_k)) = G(m(e_1),...,m(e_k))$.

Mějme tedy výraz e daného přirozeného jazyka, jehož gramatika určuje, že je složen ze (smysluplných) podvýrazů $e_1,\ldots,e_k$. Podle PK tedy komponenty konstrukce C, která je významem *výrazu e*, jsou významy výrazů $e_1,\ldots,e_k$. Mějme teorii **T,** pro kterou analýza C' výrazu e obsahuje významy podvýrazů $e'_1,\ldots,e'_m$ výrazu e, kde $m < k$. Řekneme, že výraz e nelze v **T** *dále zjemnit.*

Definice

Výraz e jazyka L je *analyzovatelný v* T_i iff význam e (= výsledek analýzy e) v $\mathbf{T}_i$ nelze dále zjemnit v $\mathbf{T}_i$.

$\mathbf{\Pi}_i$ nechť je množina výrazů **přirozeného jazyka L** analyzovatelných v teorii $\mathbf{T}_i$. Pak schémata definic v části **Obecná definice expresivity** lze aplikovat jako definice možných vztahů mezi $\mathbf{\Pi}_i$, $\mathbf{\Pi}_j$.

Nechť tedy $\mathbf{\Pi}_i$, $\mathbf{\Pi}_j$, ... jsou množiny problémů řešitelných v teoriích $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{T}_j$ ... LAPJ, kde je vyznačeno novým indexem, zda jde o tyto množiny v rámci výrokové či predikátové logiky apod. Pak lze snadno dokázat

$\mathbf{\Pi}_{i\ \textit{výroková logika}} \subset \mathbf{\Pi}_{j\ \textit{predikátová logika 1. řádu}}$,

Vzhledem k tomu, že podle **Definice** je *jazyk* výrokové logiky chudší než *jazyk* logiky predikátové a že problém je formulovatelný v určitém jazyce, můžeme tedy konstatovat, že *množina problémů řešitelných ve výrokové logice je vlastní podmnožinou problémů řešitelných v predikátové logice.*

Vskutku, výraz *Každý živočich je zkrotitelný* je ve výrokové logice analyzovatelný jako jednoduchá konstrukce, reprezentovaná např. jedním písmenem. Taková analýza neumožňuje zapojení do kategorického sylogismu na rozdíl od analýzy poskytované predikátovou logikou 1. řádu. A tedy

$\mathbf{T}_{\textit{výroková logika}}$ je méně expresívní než $\mathbf{T}_{\textit{predikátová logika 1. řádu}}$.

4. Montague a TIL

Nechť $\mathbf{T}_1$ je Montaguova teorie LAPJ známá např. z Montague (1974) nebo GAMUT (1991). Nechť $\mathbf{T}_2$ je Tichého LAPJ založená na Transparentní Intenzionální Logice známé např. z Tichého monografie nebo z knihy Duží – Jespersen – Materna (2010). Tvrzení, že

$\mathbf{T}_1$ je méně expresivní než $\mathbf{T}_2$

lze dokázat, jsou-li dokazatelná dvě tvrzení.

A) $\mathbf{\Pi}_{\mathrm{Mont}} \subset \mathbf{\Pi}_{\mathrm{TIL}}$
B) $\mathbf{\Pi}_{\mathrm{TIL}} \not\subset \mathbf{\Pi}_{\mathrm{Mont}}$

Tedy platí-li, že

Každý výraz analyzovatelný v Montaguově LAPJ je analyzovatelný v Tichého LAPJ, ale ne každý výraz analyzovatelný v Tichého LAPJ je analyzovatelný v Montaguově LAPJ.

Důkaz tvrzení A) je v obecných rysech myslitelný, ale jeho provedení by mělo podobu zvláštního pojednání (připomínajícího důkaz, že rekurzívní vyčíslitelnost je Turingovská vyčíslitelnost – nebo naopak).

Naproti tomu důkaz tvrzení B) je jednoduchý. Příklad: Mějme věty

a) $2+3 = +\sqrt{25}$.
b) *Karel počítá 2 + 3.*

Montague nemá k dispozici *konstrukce* (*abstraktní procedury*) jakožto objekty *sui generis*. Bez nich ovšem věty typu b) (postojové) nelze analyzovat a stojíme před problémem, jak vysvětlit nepoužitelnost Leibnizova pravidla

$y = z,\ \Phi(\ldots y \ldots) \rightarrow \Phi(\ldots z \ldots)$,

jehož aplikace by při pravdivosti premis vedla k nepravdivému závěru *Karel počítá* $+\sqrt{25}$. Montaguova analýza končí strukturou $a = b$, kdežto v TIL máme

$[{}^0\!= [{}^0\!+ {}^0 2\ {}^0 3] [{}^0\!+ \sqrt{}\ {}^0 25]]$,

a spolu s analýzou b) dokážeme vysvětlit, proč nepravdivost závěru je v souladu jak Leibnizovým pravidlem, tak s oběma premisami.

Neformálně jde o to, že TIL umožňuje rozlišit, kdy konstrukce, která je významem výrazu, je užita, a kdy je zmíněna. V tvrzení a) je konstrukce $[{}^0+ {}^02\ {}^03]$, která je významem výrazu 2+3, *užita*: konstruuje číslo 5. V tvrzení b) nás nezajímá, co tato konstrukce konstruuje – zajímá nás tato konstrukce sama: Je *zmíněna* (ale zůstává *významem* výrazu 2+3). Leibnizovo pravidlo nelze uplatnit, protože neplatí $y = z$: v a) se rovnost týká toho, co daný význam konstruuje, a v b) se nemluví o tom, co daný význam konstruuje.

Literatura

GAMUT, L.T.F. (1991): *Logic, Language and Meaning*. Vol. II. Chicago, London.

MONTAGUE, R. (1974): *Formal Philosophy: Selected Papers of Richard Montague*. R. Thomason (ed.). New Haven: Yale University Press.

DUŽÍ, M. – JESPERSEN, B. – MATERNA, P. (2010): *Procedural Semantics for Hyperintensional Logic*. Springer.

MATERNA, P. (2008): The Notion of Problem, Intuitionism and Partiality. *Logic and Logical Philosophy* 17, No. 4, 287-303.

SZABÓ, Z. (2005): Compositionality. In: Zalta, E. (ed.): *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Retrievable from <*http://plato.stanford.edu/archives/spr2005/entries/compositionality*>