uchovať, je potrebné ich premenovať či zálohovať, a to znamená prerušenie práce v T95, pretože iný úkon so súbormi, ako je uloženie a načítanie, neumožňuje (alebo ostáva variant neriešiť podobný test v ten istý deň). Rovnako nie je dvakrát príjemná skutočnosť, že v prípade nezvládania cvičenia sa z niektorých "okien" oboch programov nedá jednoducho vystúpiť, čo v krajnom prípade znamená reštart programu (predchádza mu nepopulárny "mäkký reset"). Najproblematickejšou na celom projekte LOGIKA & POČÍTAČ sa zdá byť používanie nemodernej poľskej, resp. Łukasiewiczovskej bezzátvorkovej symboliky, ktorá najmä začiatočníkom zneprehľadňuje výklad učebnice a komplikuje precvičovanie. O jej opodstatnenosti v učebnici sa však autori stručne zmieňujú len v súvislosti s jej výhodnosťou "pre tvorenie jednoduchých počítačových algoritmov" (s. 33). Z didaktického hľadiska je, nazdávam sa, prinajmenšom spochybniteľná, o čom sa môže každý presvedčiť, ak absolvuje niekoľko zložitých axiomatických dôkazov s dĺžkou približne 50 riadkov. Situáciu trochu zmierňujú cvičenia na preklad z bezzátvorkovej symboliky a naopak, do bezzátvorkovej symboliky. Zaradenie dôkazov o úplnosti kalkulov, absolútna prevaha technických pasáží i obťažnosť mnohých cvičení kladú pomerne veľké nároky na čitateľa a užívateľa, o to viac, že kurz má byť podľa zámeru autorov určený primárne pre študentov humanitných odborov.

V našich (nie však poľských!) podmienkach by kniha M. Porębskej a W. Suchońa na humanitných fakultách zrejme ťažko zaujala pozíciu reprezentatívnej základnej literatúry, čo nie je výčitka adresovaná autorom. Napriek kozmetickým chybám aj polemickým pripomienkam je potrebné ako učebnicu, tak aj programové celky hodnotiť veľmi vysoko. V dobre štruktúrovanej podobe, obsahovo správne a na pomerne malom priestore sprostredkujú prípadným záujemcom veľa poznatkov týkajúcich sa základov formálnej logiky. Majú vyhradené popredné miesto medzi logickou výučbovou spisbou aj medzi pozoruhodnými počítačovými aplikáciami.

Eugen Andreanský

Paolo Mancosu (ed.): From Brouwer to Hilbert, The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s.

Oxford University Press, New York 1998. 337 s.

Filozofia matematiky je predmet, ktorý sa na amerických univerzitách štandardne prednáša. Preto popri odborných prácach venovaných tomuto odboru pomerne pravidelne vychádzajú aj rôzne učebnice a čítanky klasických textov. Stačí spomenúť zborník Benacerraf P. a Putnam H. (ed.): *Philosophy of Mathematics, Selected Readings,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1964, alebo zbierku textov Ewald, W. (ed.): *From Kant to Hilbert, Readings in the Foundations of Mathematics,* Oxford University Press, Oxford 1996. Kniha Paola Mancosua *From Brouwer to Hilbert* predstavuje čítanku klasických prác z oblasti základov matematiky, ktoré sa venujú diskusii medzi intuicionizmom a formalizmom v rokoch (1921-1932).

L. E. J. Brouwer roku 1918 publikoval článok *Základy teórie množín nezávislé od princípu vylúčeného tretieho*, ktorý vyvolal dramatickú odozvu u nemeckého matematika H. Weyla. Ten sa na sérii prednášok, ktoré mal na ETH v Zürichu roku 1920, verejne zriekol svojej vlastnej práce *Das Continuum*, ako aj svojich dovtedajších názorov a uvítal Brouwerovu prácu ako revolúciu v základoch matematiky. Brouwerova výzva, ako aj Weylova konverzia vyvolali zhrozenie medzi matematikmi v Göttingene. Hilbert, ktorý si vážil Brouwerove výsledky v topológii a Weyla považoval za svojho najtalentovanejšieho žiaka, si jasne uvedomil nebezpečenstvo hroziace klasickej matematike a odpovedal na výzvu rozsiahlym článkom venovaným základom matematiky. Tak sa rozpútala debata, ktorá zhruba desať rokov ovládala základy matematiky a ktorá sa nakoniec skončila rozkolom v matematickej komunite. Matematická komunita sa rozdelila na intuicionistov a klasických matematikov. Toto rozdelenie trvá dodnes, len pribudla ešte skupina tzv. konštruktivistov.

Knihu tvorí 25 článkov, ktoré dokumentujú vznik a priebeh tohto rozkolu. Články sú preložené z holandčiny, francúzštiny a nemčiny a vychádzajú v anglickom preklade po prvýkrát. Antológia pozostáva zo štyroch častí venovaných (1) Brouwerovi, (2) Weylovi, (3) Bernaysovi a Hilbertovi a (4) vzniku intuicionistickej logiky. Každá zo štyroch častí má úvodnú štúdiu, ktorá predstavuje historický, ako aj vecný kontext nevyhnutný na pochopenie článkov danej časti. Okrem toho každá časť obsahuje aj rozsiahlu bibliografiu primárnej a sekundárnej literatúry.

ČASŤ 1. L. E. J. BROUWER

Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966) bol jednou z ústredných postáv v dejinách modernej matematiky a jej filozofie. Jeho hlavné výsledky spadajú do oblasti topológie, kde sa preslávil svojou vetou o pevnom bode. Významný je jeho vklad do rozvoja algebraickej topológie, kde zaviedol pojmy simpliciálneho zobrazenia a simpliciálnej aproximácie. Okrem topológie sa Brouwer venoval aj základom matematiky, kde bol iniciátorom intuicionistického programu. Podľa neho matematika je čistá, bezjazyková konštrukcia ľudského intelektu. Snahu formalizovať matematiku považuje za sterilné a neproduktívne cvičenie. Intuicionizmus odmieta všetky nepriame dôkazy založené na princípe vylúčeného tretieho ako neoprávnené. Preto považuje za nevyhnutné znova vybudovať celú matematiku a všetky vety, ktoré boli dokázané pomocou tohto princípu, dokázať znova, priamymi metódami.

Prvá časť sa začína Brouwerovým článkom *Intuicionistická teória množín* (1921) prezentujúcim základné výsledky a argumenty state, ktorá vyvolala Weylovu konverziu k intuicionizmu. Azda najzaujímavejším článkom v tejto časti je *Matematika, veda a jazyk* (1929), ktorý predstavuje text prednášky, ktorú Brouwer predniesol roku 1928 vo Viedni. Na tejto prednáške sa zúčastnil aj Ludwig Wittgenstein, na ktorého silne zapôsobila a primäla ho k návratu k filozofii po desiatich "stratených rokoch". Weylov a Wittgensteinov príklad svedčia o tom, že Brouwerove texty sú sugestívne, plné myšlienok a problémov. Dokážu osloviť a vyprovokovať k vlastným úvahám.

ČASŤ 2. H. WEYL

Hermann Weyl (1885-1955) bol jedným z najvýznamnejších matematikov prvej polovice nášho storočia. Doktorát získal roku 1908 u Hilberta v Göttingene. Prispel zásadnými výsledkami do najrozličnejších oblastí matematiky od algebraickej teórie čísel, teórie reprezentácie spojitých grúp až po klasickú analýzu. Jeho kniha *Raum, Zeit und Materie* z roku 1918 predstavovala jeden z prvých ucelených výkladov všeobecnej teórie relativity spolu s jej matematickým aparátom, k rozvoju ktorého Weyl prispel. Známa je aj jeho kniha *Teória grúp a kvantová mechanika* z roku 1928, ktorá je priekopníckou prácou v oblasti matematického aparátu vtedy ani nie tri roky starej kvantovej mechaniky. Okrem matematiky a matematickej fyziky sa Weyl intenzívne zaoberal aj základmi matematiky a filozofiou matematiky. Tu treba spomenúť jeho rozsiahlu prácu *Das Continuum* z roku 1918 a knihu *Filozofia matematiky a prírodných vied* z roku 1927.

Vo filozofii matematiky Weyl v mnohom nadväzoval na Henriho Poincarého, ku ktorému sa hlásil aj Brouwer. Weyl od Poincarého prevzal najmä chápanie matematickej intuície ako významného elementu matematickej argumentácie. Práce *Das Continuum* a *Raum, Zeit und Materie* čítal aj Edmund Husserl a vysoko hodnotil práve Weylov pokus rozpracovať filozofiu matematiky na báze logicko-matematickej intuície. Weylovo chápanie intuície v týchto prácach sa však značne líši od Brouwerovho, a to predovšetkým v tom, že rozoznáva dva druhy intuície (topologickú a algebraickú), kým Brouwer buduje svoj intuicionizmus na jedinej. Okrem toho Weyl bol svojím založením klasický matematik, ba možno povedať jedným z popredných predstaviteľov klasickej matematiky, a tak na rozdiel od Brouwera intuicionizmus predstavoval v jeho diele len pomerne krátku exkurziu, trvajúcu zhruba päť rokov. Weyl postupne, ako sa debata zostruje, ocitá sa osamotený medzi dvoma tábormi. Pokúša sa sprostredkovať určité prímerie, ale keď sa to nedarí, stráca o vec záujem a začína sa naplno venovať matematickým základom kvantovej mechaniky.

Výber obsahuje pomerne rozsiahly článok *O novej kríze základov matematiky* (1921), ktorým sa Weyl prihlásil k Brouwerovmu intuicionizmu a ktorý vyvolal Hilbertovo zdesenie. Spomedzi rozsiahlejších prác treba ešte spomenúť článok *Súčasná epistemologická situácia v matematike* (1925), v ktorom sa už prejavuje odstup od Brouwera, ako aj snaha o zmierenie.

ČASŤ 3. P. BERNAYS A D. HILBERT

David Hilbert (1862-1943) bol jedným z najvýznamnejších matematikov na prelome storočia. Významnou mierou prispel k rozvoju algebraickej teórie čísel, matematickej analýzy a klasickej geometrie. Nezávisle od Alberta Einsteina dospel k formulácii všeobecnej teórie relativity. Zásadný význam majú tiež Hilbertove práce venované základom matematiky, ktoré vyústili do tzv. Hilbertovho programu. Paul Bernays (1888-1977) bol Hilbertovým asistentom a spolupracovníkom od roku 1917 až do tridsiatych rokov. Spoločne napísali slávne dvojzväzkové dielo *Grundlagen der Mathematik* (1934).

Výber obsahuje jednak Hilbertovu prácu *Nové základy matematiky, prvé zdelenie*

(1922), ktorou reagoval na Weylovu herézu, ako aj Bernaysov článok *Filozofia matematiky a Hilbertova teória dôkazov* (1930), ktorý zhŕňa situáciu krátko pred objavením sa Gödelových viet.

ČASŤ 4. INTUICIONISTICKÁ LOGIKA

Poslednú časť antológie tvoria základné práce, ktoré viedli k zrodu nového odvetvia formálnej logiky nazývaného intuicionistická logika. Intuicionistická logika predstavuje formálny axiomatický systém, ktorý zohľadňuje určité Brouwerove intuície v oblasti logiky. Preto ju možno považovať za určitý kompromis medzi intuicionizmom a formalizmom. Formalista sa môže zaoberať intuicionistickou logikou ako axiomatickou teóriou a dokazovať jej tvrdenia bez toho, že by bol nútený prijať filozofické doktríny samého intuicionizmu. Pre intuicionistu na druhej strane poskytuje intuicionistická logika určitý nástroj, ktorý síce nie je celkom v súlade s Brouwerovou filozofiou (ten odmietal akúkoľvek, a teda aj intuicionistickú logiku), ale jej ani neprotirečí, a preto ho môže s miernymi výčitkami svedomia spokojne používať. Nech je to akokoľvek, intuicionistická logika je v súčasnosti široko rozvetvenou a intenzívne sa rozvíjajúcou oblasťou matematickej logiky, ktorá našla mnohé aplikácie v computer science. Preto bude pre každého jej užívateľa určite zaujímavé prečítať si články Glivenka, Heytinga a Kolmogorova, ktoré obsahujú jej axiomatiku a sémantiku.

V našej recenzii sme mohli spomenúť len tie najvýznamnejšie state obsiahnuté v antológii. Nespomenuli sme množstvo kratších článkov, kritických poznámok a komentárov, v ktorých jednotliví účastníci diskusie reagujú na názory ostatných účastníkov. Veľmi hodnotné sú aj úvodné štúdie, ktoré k jednotlivým častiam napísal editor Paolo Mancosu s výnimkou časti venovanej Brouwerovi, kde autorom úvodnej štúdie a prekladateľom Brouwerových prác z holandčiny bol Walter P. van Stigt. Autorom sa podarilo priblížiť historický kontext ako aj vecnú stránku problému do tej miery, že príslušné state sa dajú čítať bez väčších problémov.

Kniha je mienená ako zbierka klasických textov k semináru z filozofie matematiky. Vzhľadom na to, že texty, ktoré sú do nej zaradené, sú zväčša technicky nenáročné a mnohé z nich sa týkajú otázok presahujúcich rámec filozofie matematiky (mám tu na mysli predovšetkým Brouwerove a Weylove texty), veríme, že kniha zaujme aj záujemcov z radov analytickej filozofie a aj širšiu filozofickú verejnosť. Platí to o to viac, že deviata a desiata kapitola knihy Pavla Zlatoša *Ani matematika si nemôže byť istá sama sebou*, IRIS 1995, predstavuje vhodný úvodný text k diskusii medzi intuicionizmom a formalizmom, a tak je slovenský čitateľ už na antológiu Paola Mancosua pripravený.

Ladislav Kvasz