KVANTIFIKÁCIA V PRIRODZENOM JAZYKU (III)

Marián ZOUHAR[1]

V stati [8] sme rozlíšili dva druhy kvantifikátorov: jeden druh je vyjadrený výrazmi kategórie DET a druhý výrazmi kategórie DP; kvantifikátory vyjadrené výrazmi kategórie DET sa nazývajú kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ a kvantifikátory vyjadrené výrazmi kategórie DP sa nazývajú kvantifikátory typu ⟨1⟩. Podrobnejšie sme sa zaoberali práve kvantifikátormi typu ⟨1⟩ a zistili sme, že v skutočnosti ide o množiny určitých množín indivíduí. Túto myšlienku sme ilustrovali na viacerých príkladoch a napokon na formálnej sémantike pre jazyk J^+. Zároveň sme tu narazili na jedno obmedzenie, ktoré nás prinútilo niektoré úvahy zjednodušiť: Keďže platí princíp kompozicionality, podľa ktorého sémantický obsah zloženého výrazu je určený sémantickými obsahmi jeho podvýrazov, a keďže výrazy kategórie DP sú zložené, tak na to, aby sme mohli kompozične určiť sémantický obsah výrazu kategórie DP, musíme poznať sémantické obsahy jeho podvýrazov. Výrazy kategórie DP pozostávajú z výrazov kategórií DET a N. Keďže sa pohybujeme v rámci extenzionálnej sémantiky, rozhodli sme sa, že sémantickým obsahom výrazu kategórie N bude množina indivíduí. Zostáva však otvorené, ako chápať sémantický obsah výrazov kategórie DET. Inými slovami, ide o to, čo sú kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩. Jedným z cieľov tohto pokračovania je odpovedať na túto otázku.

1.5 Kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩

Vieme, že výrazy kategórie DP označujú množiny množín (indivíduí) – tieto množiny množín považujeme za kvantifikátory typu ⟨1⟩. Výrazy kategórie DP pozostávajú z výrazov kategórie DET a N, pričom sémantickým obsahom výrazov kategórie N sú množiny indivíduí. Z týchto troch druhov výrazov o dvoch vieme, čo je ich sémantickým obsahom. Sémantický obsah zloženého výrazu dostaneme kompozične zo sémantickych obsahov jeho podvýrazov, pričom v našom prípade vieme, čo je obsahom zloženého výrazu a čo je obsahom jedného z jeho dvoch podvýrazov. Otázkou je, na čo sa vzťahuje druhý jeho podvýraz. Môžeme sa spýtať aj takto: Ak máme na jednej strane množinu indivíduí a na druhej strane množinu množín indivíduí, ako dostaneme druhú množinu z prvej množiny? Aký objekt nás dostane od množiny indivíduí k množine množín indivíduí? Odpoveď je jednoduchá: Je to funkcia (zobrazenie), ktorej definičným oborom sú množiny indivíduí a oborom hodnôt množiny množín indivíduí. To znamená, že kvantifikátorom typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ by mala byť práve takáto funkcia.

---

[1] Táto štúdia vznikla v rámci grantového projektu VEGA č. 2/6136/26 *Referencia, kvantifikácia, predikácia*

ORGANON F 13 (2006), No. 3, 379 - 394

Príkladmi výrazov kategórie DET sú:[2]

niektorý; žiadny; každý; práve dve; najmenej dve; najviac dve; najmenej štyri, ale nie viac ako osem; najmenej štyri, ale nie viac ako sedem alebo osem; približne dvanásť; desať percent z dvanástich, približne sedem osmín zo všetkých.

Určíme si aj to, ako vyzerajú príslušné kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, ale najprv si jeden prípad opíšeme trochu podrobnejšie:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{niektoré}]\!](\mathbf{Y}) = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \mathbf{X} \cap \mathbf{Y} \neq \varnothing\}$ [3,4]

V tomto zápise máme zachytenú práve spomínanú povahu kvantifikátora typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ ako určitej funkcie (zobrazenia). Ľavú stranu rovnosti (t. j. $[\![\text{niektoré}]\!](\mathbf{Y})$) môžeme čítať takto: *hodnota* funkcie $[\![\text{niektoré}]\!]$ pre argument **Y**. Je zrejmé, že **Y** je extenzia výrazu kategórie N, s ktorým výraz „niektoré" (t. j. výraz kategórie DET) vytvára výraz kategórie DP (t. j. „niektoré Y"). Pravá strana rovnosti špecifikuje to, ako daná hodnota vyzerá. Vieme, že hodnotou danej funkcie je kvantifikátor typu ⟨1⟩, teda množina určitých množín; v našom prípade to bude množina všetkých takých množín **X**, ktoré sú podmnožinami univerza **U**, pre ktoré platí, že ich prienik s množinou **Y** je neprázdny. Alternatívne by sme mohli zapísať:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{niektoré}]\!]: \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \mathbf{X} \cap \mathbf{Y} \neq \varnothing\}$.

Hoci tento zápis sa nepoužíva tak často ako prvý, budem ho v nasledujúcich úvahách využívať. Je v ňom zreteľnejšie naznačené, čo je definičným oborom a čo je oborom hodnôt funkcie $[\![\text{niektoré}]\!]$. Množina **Y** sa nachádza vľavo od šípky a je definičným oborom; oborom hodnôt je množina zmienená vpravo, teda spomínaná množina určitých množín. V oboch druhoch zápisu je podstatné, že **X** a **Y** sú premenné, za ktoré možno dosádzať správne druhy hodnôt (konkrétne množiny indivíduí). Na druhej strane $[\![\text{niektoré}]\!]$ je konštantou, takže celý zápis treba chápať ako definíciu tejto konštanty.

Na ilustráciu zaveďme, že

$\mathbf{U} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$;

---

[2] Poznamenávam, že toto sú jednoduché príklady determinátorov, ktoré označujú kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ Máme však aj zložitejšie determinátory, označujúce kvantifikátory typu ⟨⟨*n*⟩, 1⟩ pre $n \geq 2$

[3] Pre korektnosť by bolo treba zaviesť konkrétny model, teda vymedziť univerzum a stanoviť interpretačnú funkciu. Od tejto komplikácie však budem zatiaľ abstrahovať. **U** treba považovať za univerzum a $[\![\ ]\!]$ za interpretačnú funkciu bližšie neurčeného modelu

[4] V stati [8] sme ilustratívne odlíšili dva významy slova „niektorý", pričom príklad v hlavnom texte vyjadruje iba jeden z nich Druhý význam tu spomínať nebudem; čitateľ si ľahko domyslí, ako by mala vyzerať príslušná funkcia

$\mathbf{Y} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$.

Chceme získať množinu všetkých tých podmnožín **U**, ktoré majú neprázdny prienik s množinou **Y**, t. j. obsahujú aspoň jeden z prvkov **a** a **b**. Všetkými podmnožinami **U** sú:

{**a**, **b**, **c**, **d**}; {**a**, **b**, **c**}; {**b**, **c**, **d**}; {**a**, **c**, **d**}; {**a**, **b**, **d**}; {**a**, **b**}; {**c**, **d**}; {**b**, **c**}; {**a**, **c**}; {**a**, **d**}; {**b**, **d**}; {**a**}; {**b**}; {**c**}; {**d**}; ∅.

Ktoré množiny majú neprázdny prienik s množinou {**a**, **b**}? Evidentne sú to tieto množiny:

{**a**, **b**, **c**, **d**}; {**a**, **b**, **c**}; {**b**, **c**, **d**}; {**a**, **c**, **d**}; {**a**, **b**, **d**}; {**a**, **b**}; {**b**, **c**}; {**a**, **c**}; {**a**, **d**}; {**b**, **d**}, {**a**}; {**b**}.

Determinátor „niektorý" teda vyjadruje funkciu, ktorá zobrazuje množinu {**a**, **b**} do množiny:

{{**a**, **b**, **c**, **d**}; {**a**, **b**, **c**}; {**b**, **c**, **d**}; {**a**, **c**, **d**}; {**a**, **b**, **d**}; {**a**, **b**}; {**b**, **c**}; {**a**, **c**}; {**a**, **d**}; {**b**, **d**}; {**a**}; {**b**}}.

Táto množina množín predstavuje sémantický obsah výrazu „niektoré Y", teda ide o určitý kvantifikátor typu ⟨⟨1⟩, 1⟩.

Ako by to bolo v prípade determinátora „žiadny"? Platí:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
⟦žiadne⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \mathbf{X} \cap \mathbf{Y} = \varnothing\}$.

To znamená, že determinátor „žiadny" vyjadruje funkciu, ktorá určitú množinu indivíduí zobrazuje do takej množiny množín indivíduí, ktoré majú prázdny prienik s danou množinou indivíduí. V uvedenom príklade by sa množina {**a**, **b**} zobrazovala do množiny:

{{**c**, **d**}; {**c**}; {**d**}; ∅}

Táto množina množín, ktorú označuje výraz „žiadne Y" je *disjunktná* s množinou množín označenou výrazom „niektoré Y", t. j. neexistuje ani jeden prvok (t. j. ani jedna množina), ktorý by mali spoločný.

Stručne teraz uveďme ďalšie funkcie, ktoré sú označené ostatnými determinátormi z uvedeného zoznamu:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
⟦každé⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \mathbf{Y} \subseteq \mathbf{X}\}$;
⟦práve dve⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| = 2\}$;
⟦najmenej dve⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| \geq 2\}$;
⟦najviac dve⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| \leq 2\}$;
⟦najmenej štyri, ale nie viac ako osem⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: 4 \leq |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| \leq 8\}$;
⟦najmenej štyri, ale nie viac ako sedem alebo osem⟧: $\mathbf{Y} \Rightarrow$
$\Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: 4 \leq |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| \leq 8 \vee 4 \leq |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| \leq 7\}$;
⟦desať percent z dvanástich⟧. $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| = 12 \times 10\%\}$;
⟦približne dvanásť⟧. $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| = 12 \pm k\}$,

kde k je konvenčne zvolené číslo, ktoré vyjadruje maximálnu prípustnú odchýlku,

$[\![$približne sedem osmín zo všetkých$]\!]$: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \mathbf{Y}| = \tfrac{7}{8}|\mathbf{Y}| \pm k\}$,

kde k je konvenčne zvolené číslo, ktoré vyjadruje maximálnu prípustnú odchýlku.

Princíp by mal byť opäť jasný. Pozrime sa však bližšie na posledný príklad. Je tu obsiahnutá číselná premenná k Možno teda povedať, že určitý kvantifikátor dostaneme iba vtedy, ak stanovíme hodnotu k. Zatiaľ teda tento príklad predstavuje iba *schému* kvantifikátora (a podobne to platí aj v predposlednom prípade). Určenie hodnoty k závisí od rôznych pragmatických faktorov, takže sa tým nemusíme podrobnejšie zaoberať. Z tejto jednej schémy môžeme dostať v princípe nekonečne veľa rôznych kvantifikátorov v závislosti od toho, akú hodnotu priradíme k.

Kvantifikátor $[\![$približne sedem osmín zo všetkých$]\!]$ je funkcia, ktorá zobrazuje nejakú množinu do množiny množín obsahujúcej ako svoje prvky také množiny, ktorých prienik s prvou množinou obsahuje viac prvkov ako je približne $\tfrac{7}{8}$ počtu prvkov prvej množiny. Termín „približne $\tfrac{7}{8}$ počtu prvkov prvej množiny" treba chápať tak, že je stanovená určitá maximálna odchýlka číselne vyjadrená pomocou k, ktorá určuje, o koľko sa môže skutočný počet líšiť od $\tfrac{7}{8}$ počtu prvkov danej množiny. V praxi sa však sotva stretneme s tým, že hodnota k je presne stanovená. Túto skutočnosť môžeme interpretovať aj tak, že pri používaní výrazu „približne sedem osmín zo všetkých" nie je vždy jasné, ktorý kvantifikátor používame.

1.6 „Väčšina" a „veľa"

Jeden z kvantifikátorov typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$, ktoré podnietili myšlienku, že kvantifikátory v prirodzenom jazyku sa významne odlišujú od kvantifikátorov v jazyku logiky, je vyjadrený výrazom „väčšina". Neexistuje totiž žiadny spôsob, ako tento kvantifikátor vyjadriť pomocou existenčného alebo všeobecného kvantifikátora, a to dokonca ani v prípade, že zoberieme do úvahy univerzum s konečným počtom prvkov. Pozrime sa preto trochu podrobnejšie na sémantický obsah výrazu „väčšina".[5] Ľahko možno zistiť, že s výrazom „väčšina" spájame niekoľko významov. V tejto kapitole teda budeme na ďalších príkladoch ilustrovať naznačené chápanie kvantifikátorov typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$.

Na významné rozdiely narazíme už vtedy, keď odlíšime konečne veľké a nekonečne veľké univerzum Najprv zoberme do úvahy situáciu, keď ide o konečné univerzum. V prípade vety

(1) Väčšina študentov napísala test

môžeme povedať, že podľa najbežnejšej interpretácie (1) znamená to isté ako

[5] V tejto časti vychádzam najma zo štúdie [6]

(2) Viac ako polovica študentov napísala test.

„Viac ako polovica" je kvantifikátorový výraz, ktorý označuje nasledujúci kvantifikátor (S je množina všetkých študentov):

$[\![\text{viac ako polovica}]\!]_{(1)}$: $S \Rightarrow \{X \subseteq U: |S \cap X| > ½ |S|\}$.[6]

Ide teda o množinu všetkých takých množín X, pre ktoré platí, že prienik tejto množiny s množinou S obsahuje viac prvkov, ako je polovičný počet prvkov množiny S. Zovšeobecnime:

Pre ľubovoľnú množinu $Y \subseteq U$ platí:
$[\![\text{viac ako polovica}]\!]$: $Y \Rightarrow \{X \subseteq U: |Y \cap X| > ½ |Y|\}$.

Ak Y má konečný počet prvkov, platí:

$[\![\text{väčšina}_1]\!] = [\![\text{viac ako polovica}]\!]$,

kde dolný index 1 naznačuje, že ide o prvý význam výrazu „väčšina", ktorý sme vyčlenili. Táto rovnosť by mala byť zrejmá: Ak množina Y má konečný počet prvkov, tak má zmysel hovoriť o tom, či nejaká podmnožina Y obsahuje viac alebo menej ako polovicu prvkov Y; keby išlo o nekonečne veľkú množinu, nemožno stanoviť, koľko prvkov je polovica prvkov danej množiny.

V prípade, že máme nekonečne veľké univerzum, nemá dobrý zmysel hovoriť, že „väčšina" znamená to isté ako „viac ako polovica". Vezmime si príklad:

(3) Väčšina čísel nie sú prvočísla.

Univerzom je v tomto prípade množina čísel, ktorá je nekonečne veľká. Výhodnejšie je tu teda zobrať do úvahy nasledujúci pomer (C je množina čísel):

$[\![\text{väčšina}]\!]_{(3)}$: $C \Rightarrow \{X \subseteq U: |C \cap X| > |C - X|\}$.

To znamená, že nám ide o množinu všetkých takých množín X (ktoré sú podmnožinami U), pre ktoré platí, že prienik X s množinou C má väčší počet prvkov, ako ich má rozdiel množín C a X, t. j. ako je počet prvkov, ktoré patria do množiny C, ale nepatria do množiny X. Máme teda nasledujúci kvantifikátor:

Pre ľubovoľnú množinu $Y \subseteq U$ platí:
$[\![\text{väčšina}_2]\!]$: $Y \Rightarrow \{X \subseteq U: |Y \cap X| > |Y - X|\}$.

Ľahko si možno domyslieť, že ak U je konečne veľká množina, tak

$[\![\text{väčšina}_1]\!] = [\![\text{väčšina}_2]\!]$.

Tým sa však všetky možné významy termínu „väčšina" ešte nevyčerpali. Termín „vačšina" niekedy používame podobne ako termín „takmer všetky". V tomto zmysle je lepšie používať termín „vačšina" v prípade konečného univerza; ťažko si totiž predstaviť, ako interpretovať „takmer" vo výraze „takmer

[6] Dolný index (1) v zápise $[\![\text{viac ako polovica}]\!]_{(1)}$ znamená, že nám ide o výskyt kvantifikátora $[\![\text{viac ako polovica}]\!]$ v kontexte sémantického obsahu vety (1).

všetky", ak máme nekonečné univerzum. „Vačšina" v tomto treťom zmysle teda vyjadruje nasledujúci kvantifikátor:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{vačšina}_3]\!]\ \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U} : |\mathbf{Y} \cap \mathbf{X}| \geq k \times |\mathbf{Y}|\}$,

kde k je konvenčne stanovené číslo (zlomok) blížiace sa k číslu 1, môžeme napríklad stanoviť, že $k = 7/8$. V tomto zmysle by sme napríklad mohli interpretovať vetu·

(4) Väčšina doterajších pokusov vyklonovať živú bytosť zlyhala.

Zrejme nechceme povedať, že zlyhalo viac pokusov, ako ich bolo úspešných, ale to, že zlyhali takmer všetky až na pár výnimiek.

Nie celkom korektne som vyhlásil $[\![\text{vačšina}_3]\!]$ za kvantifikátor – v skutočnosti ide o schému,[7] ktorá zastupuje nekonečne veľa kvantifikátorov, keďže namiesto k môžeme dosadiť nekonečne veľa rôznych čísel. Tým sa $[\![\text{väčšina}_3]\!]$ líši od plnohodnotných kvantifikátorov $[\![\text{väčšina}_1]\!]$ a $[\![\text{väčšina}_2]\!]$, ktoré obsahujú jasné kritérium na zistenie, či nejaká množina $\mathbf{X}$ je, alebo nie je jeho prvkom. Zo schémy $[\![\text{väčšina}_3]\!]$ môžeme urobiť nekonečne veľa plnohodnotných kvantifikátorov ($[\![\text{väčšina}_{3'}]\!]$, $[\![\text{vačšina}_{3''}]\!]$, $[\![\text{väčšina}_{3'''}]\!]$ atď.) práve stanovením hodnoty k. Otázkou je to, aké hodnoty môže k nadobúdať. To v podstate závisí od rôznych pragmatických faktorov, ktoré ovplyvňujú použitie vety s výrazom „vačšina" v príslušnom kontexte. V každom prípade hodnota k musí byť z otvoreného intervalu (½, 1), ale vo veľkej väčšine prípadov bude táto hodnota bližšie k 1 než k ½. Je však zrejmé, že ak berieme do úvahy takýto veľkorysý interval, tak platí, že $[\![\text{väčšina}_1]\!]$ je len špecifickým prípadom schémy $[\![\text{väčšina}_3]\!]$. Mali by sme teda jeden plnohodnotný kvantifikátor, t. j. $[\![\text{väčšina}_2]\!]$, a jednu schému kvantifikátorov, t. j. $[\![\text{väčšina}_3]\!]$.

Podobným, často používaným viacznačným výrazom je výraz „veľa". Termín „veľa" je ešte citlivejší na kontext ako termín „väčšina". Vo vete

(5) Veľa φ je ψ

môže termín „veľa" vyjadrovať niekoľko rôznych kvantifikátorov. Vezmime si príklad, ktorý uvádza Westerståhl ([6], 401 – 402). V triede, v ktorej je 30 študentov, 10 z nich získa z testu najlepšiu známku. Vzhľadom na bežné výsledky triedy je to veľa, takže môžeme pravdivo povedať:

(6) Veľa študentov z tejto triedy získalo najlepšiu známku z testu.

Zároveň sa však v tejto triede vyskytuje istá anomália: až dve tretiny študentov sú ľaváci; pravou rukou píše iba 10 ľudí. Keby sme teda povedali:

(7) Veľa študentov z tejto triedy je pravákov,

[7] Westerståhl nepracuje v štúdii [6] s pojmom schémy kvantifikátora; preňho sú objekty ako $[\![\text{vačšina}_3]\!]$ plnohodnotnými kvantifikátormi

asi by sme nepovedali nič pravdivé, keďže štatisticky sú v spoločnosti viac zastúpení praváci ako ľaváci. Predstavme si, že tí študenti z triedy, ktorí získali najlepšiu známku z testu, sú zároveň aj ľaváci. To znamená, že obe vety tvrdia niečo o tej istej skupine a o každom prvku z tejto skupiny je pravda aj to, že dostal najlepšiu známku, aj to, že je ľavák Napriek tomu bude (6) pravdivá veta a (7) veta nepravdivá. Táto skutočnosť naznačuje jednu vec: Termín „veľa" sa vzťahuje skôr na schému kvantifikátora než na kvantifikátor a pri týchto dvoch vetách pracujeme *de facto* s rôznymi kvantifikátormi. V príslušnej kvantifikátorovej schéme sa zase bude vyskytovať číselná premenná k, za ktorú sa dosádzajú určité čísla, pričom to, aké číslo je vhodné v danej situácii, závisí od pragmatických a iných faktorov kontextu použitia vety. Môžeme stanoviť:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:

$[\![\text{veľa}_1]\!]: \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{Y} \cap \mathbf{X}| > k \times |\mathbf{Y}|\}$.

Nemožno si však myslieť, že kvantifikátor $[\![\text{veľa}_1]\!]$ je totožný s kvantifikátorom $[\![\text{väčšina}_3]\!]$. Rozdiel spočíva v tom, aké hodnoty môže k nadobúdať. V prípade $[\![\text{veľa}_1]\!]$ sa zdá, že prípustné sú (v závislosti od kontextu) hodnoty z polouzavretého intervalu $(0, 1\rangle$. Veta (6) je v danom kontexte pravdivá, pretože vhodnou hodnotou k vzhľadom na daný kontext použitia je napríklad číslo ¼; keby sme túto vetu použili v triede, v ktorej sú iba výborní študenti, tak by sme asi očakávali inú hodnotu k a veta (6) by bola v tomto kontexte nepravdivá. V prípade vety (7) by sme očakávali (vzhľadom na to, že v spoločnosti je bežne omnoho viac pravákov ako ľavákov), že vhodnou hodnotou k je napríklad ⅞; keďže tretina je oveľa menej ako ⅞, tak (7) v danom kontexte nebude pravdivá.

V prípade $[\![\text{veľa}_1]\!]$ nás zaujíma, koľko prvkov z celkového počtu prvkov množiny **Y** je veľa. V prípade vety

(8) Veľa Slovákov žije v Prahe

nás však pri niektorých čítaniach nemusí zaujímať, koľko prvkov z celkového počtu prvkov množiny Slovákov je veľa, ale skôr to, koľko prvkov z celkového počtu obyvateľov Prahy je veľa.[8] Tento kvantifikátor môžeme definovať nasledujúcim spôsobom:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:

$[\![\text{veľa}_2]\!]: \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{Y} \cap \mathbf{X}| > k \times |\mathbf{X}|\}$.

Hodnota k sa opäť môže meniť v závislosti od kontextu.

Napokon môžeme zaviesť ešte tretí kvantifikátor spojený s termínom „veľa", ktorý využíva porovnanie s celkovým počtom prvkov v univerze. Ak naším univerzom bude množina všetkých obyvateľov Českej Republiky, ktorú označíme ako **O**, tak veta (8) môže znamenať, že veľa Slovákov, ktorí žijú v Českej Repub-

[8] Zreteľnejšie sa to ukáže, ak vetu (8) preformulujeme na vetu „V Prahe žije veľa Slovákov". Táto zmena je len štylistická, nie sémantická, keďže nevplýva na pravdivostné podmienky.

like, žije v Prahe, t. j. v iných častiach Českej Republiky žije relatívne menej Slovákov. Máme teda (**S** je množina Slovákov):

$[\![\text{veľa}]\!]_{(8)}$: $\mathbf{S} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{O}^{\cdot} \mid |\mathbf{S} \cap \mathbf{X}| > k \times |\mathbf{O}|\}$

Všeobecne:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{veľa}_3]\!]$: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{Y} \cap \mathbf{X}| > k \times |\mathbf{U}|\}$.

Je otvorené, koľko je v tomto prípade veľa, takže hodnotu k musia stanoviť dodatočné pragmatické faktory, závislé od kontextu použitia. Napokon možno konštatovať, že $[\![\text{veľa}_1]\!]$, $[\![\text{veľa}_2]\!]$ a $[\![\text{veľa}_3]\!]$ sú schémy kvantifikátorov, nie plnohodnotné kvantifikátory.

Náprotivkom výrazu „väčšina" je termín „menšina", pre ktorý možno podobne definovať niekoľko druhov kvantifikátorov. Analogicky, náprotivkom termínu „veľa" je výraz „málo". Čitateľovi tu dávam príležitosť otestovať svoje intuície a definovať vhodné kvantifikátory pre tieto dva slovenské výrazy.

1.7 Sémantika jazyka J^+ – pokračovanie

Vráťme sa teraz k nášmu jazyku J^+, pre ktorý sme stanovili formálnu sémantiku v kapitole 1.4 z predchádzajúceho pokračovania. Keďže v [8] sme ešte nedisponovali jasnou predstavou o tom, čo sú kvantifikátory typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$, nemohli sme povedať, ako prispievajú výrazy typu DET do sémantických obsahov zložených výrazov, v ktorých sa vyskytujú. Preto sme si sémantiku jazyka J^+ trochu zjednodušili a sémantický obsah výrazov DP sme neodvodili kompozične, ale sme ho týmto výrazom jednoducho priradili. Teraz sa pozrime na to, ako možno ich sémantický obsah odvodiť kompozične.

Opäť budeme pracovať s modelom $\mathcal{M}^+ = \langle \mathbf{U}, [\![\ ]\!]^+\rangle$, kde **U** je univerzum a $[\![\ ]\!]^+$ je interpretačná funkcia. Ak P^1 a R^1 sú jednoargumentové predikáty (výrazy kategórie N) a δ je determinátor, sémantický obsah jednoduchého výroku $R^1(\delta P^1)$ dostaneme kompozične takto:

$$[\![R^1(\delta P^1)]\!]^+ = ([\![\delta]\!]^+([\![P^1]\!]^+))([\![R^1]\!]^+).$$

To znamená, že najprv kompozične utvoríme sémantický obsah výrazu δP^1 zo sémantických obsahov jeho podvýrazov δ a P^1, a potom sémantický obsah vety $R^1(\delta P^1)$ odvodíme zo sémantických obsahov δP^1 a R^1, pričom sémantický obsah výrazu R^1 je nám daný na základe interpretačnej funkcie $[\![\ ]\!]^+$ podobne, ako je to u výrazov δ a P^1. Princíp je veľmi jednoduchý. Interpretačná funkcia priraďuje výrazu P^1 ako jeho sémantický obsah určitú množinu $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{U}$; ďalej sme zistili, že výrazu δ priradí určitú funkciu **g** z množiny indivíduí do množiny množín indivíduí. Sémantickým obsahom zloženého výrazu δP^1 preto bude hodnota tejto funkcie pre danú množinu, v tomto prípade pre množinu **P**. Teda:

Ak $[\![\delta]\!]^+ = \mathbf{g}$ a $[\![P^1]\!]^+ = \mathbf{P}$, tak $[\![\delta P^1]\!]^+ = \mathbf{g}(\mathbf{P})$.

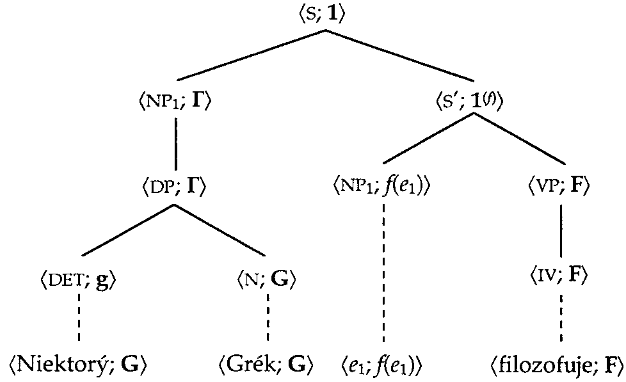
Zápis **g**(**P**) predstavuje hodnotu funkcie **g** pre argument **P**, pričom vieme, že je ňou určitá množina množín, pre ktorú zavedieme symbol **Π**.[9] Samozrejme, od povahy determinátora δ závisí, o akú množinu množín pôjde. Konkrétne príklady si môže čitateľ ľahko vymyslieť sám, keďže predchádzajúce úvahy a príklady kvantifikátorov typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ mu poskytujú všetky potrebné informácie.

Celú túto úvahu uzavrime identifikovaním stromového diagramu pre konkrétny príklad a identifikovaním interpretovanej logickej formy (ILF) pre danú vetu. V stati [8] sme použili nasledujúcu vetu:

(9) Niektorý Grék filozofuje.

Príslušný stromový diagram pre ILF bol však značne zjednodušený, lebo termín „niektorý Grék" sme považovali za koncový uzol, teda uzol, ktorý nedominuje nad žiadnymi inými uzlami, a preto je tým, čomu sa priraďuje sémantický obsah na základe konvencie, teda nie na základe aplikácie princípu kompozicionality a vopred daných sémantických obsahov jeho podvýrazov. Teraz však už máme všetky potrebné prostriedky na to, aby sme sa takémuto zjednodušeniu vyhli. Zodpovedajúci stromový diagram a ILF bude vyzerať takto:

(9*a*)



Predpokladáme, že

$[\![\text{niektorý}]\!]^+ : \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \mathbf{X} \cap \mathbf{Y} \neq \varnothing\} = \mathbf{g}$;
$[\![\text{Grék}]\!]^+ = \{x: x \text{ je Grék}\} = \mathbf{G}$;
$[\![\text{filozofovať}]\!]^+ = \{x: x \text{ filozofuje}\} = \mathbf{F}$;
$\mathbf{g}(\mathbf{F}) = \mathbf{\Gamma}$,
$f(e_1) = [\![\mathrm{NP}_1]\!]^+$,

kde písmeno f predstavuje funkciu, valuáciu, ktorá priraďuje hodnoty stopám; zápis „⟨S′; $\mathbf{1}^{(f)}$⟩" znamená, že uzol S′ je pravdivý vzhľadom na valuáciu f.

[9] Nepoužil som latinské písmeno, ale grécke, aby som naznačil, že množina množín je objektom iného typu ako množina indivíduí.

Tým sme ukončili sémantickú analýzu výrazov kategórie DET a zavŕšili sme tak aj sémantickú analýzu výrazov kategórie DP Ďalej sa budeme zaoberať niektorými zaujímavými vlastnosťami kvantifikátorov typu ⟨⟨1⟩, 1⟩.

1.8 Zúženie univerza

Determinátory, s ktorými sa bežne stretávame v prirodzenom jazyku, sa vyznačujú určitou špecifickosťou: nikdy nie sú plnohodnotným subjektom vety, ale subjektom vety je vždy výraz kategórie DP, ktorý obsahuje ako svoju časť príslušný výraz kategórie DET.[10] Bez tohto doplnenia by nebolo zrejmé, o čom veta je. Na sémantickej úrovni to znamená, že determinátory budú vyjadrovať kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, nie kvantifikátory typu ⟨1⟩. To je zrejmé napríklad pri vetách:

(10) Každý študent miluje niektorú študentku.
(11) Ani jeden z desiatich podozrivých nebol doteraz trestaný.

Výrazy „študent", „študentka" a „podozrivý" (alebo iné výrazy relevantných kategórií) sú nevyhnutné na to, aby tieto vety boli správne utvorenými vetami prirodzeného jazyka. To znamená, že výrazy ako (12) a (13) nebudú správne utvorenými výrazmi prirodzeného jazyka:

(12) Každý miluje niektorú.
(13) Ani jeden z desiatich nebol doteraz trestaný.

Tu by však niekto mohol vzniesť námietku: Nie je možné predstaviť si situáciu, v ktorej by použitie (12) dávalo dobrý zmysel? Veď v situácii, keď sa hovorí napríklad o študentoch a študentkách, adresát musí pochopiť použitie (12) ako zmysluplné. Táto námietka však veľmi veľa zahaľuje. Oponent totiž obmedzil univerzum na množinu študentov a študentiek, a nie napríklad na množiny ministrov a ich sekretárok, takže hoci explicitne sa výrazy „každý" a „niektorý" z (12) nespájajú s výrazom kategórie N, implicitne je ich univerzum zúžené. Preto (12) *v danom kontexte* tvrdí to isté, čo (10), takže vetu (12) môžeme považovať za eliptickú. Táto skutočnosť však nič nemení na fakte, že v prirodzenom jazyku sa determinátory vždy spájajú s výrazmi kategórie N, čomu na sémantickej úrovni zodpovedá zúženie univerza na množinu objektov, na ktorú sa vzťahuje príslušný výraz kategórie N.

Čo by sa stalo, keby sme súhlasili s uvedenou námietkou a uznali, že kvantifikátory spomínaného druhu možno vyjadriť v prirodzenom jazyku? V každom prípade by sme uznali, že výrazy ako „každý", „niektorý" atď., t. j. výrazy kategórie DET, vyjadrujú kvantifikátory typu ⟨1⟩. Znamenalo by to, že v prirodzenom jazyku by sme dokázali vyjadriť *neobmedzené kvantifikátory* typu ⟨1⟩, teda kvanti-

[10] Dôvod, prečo je to tak, môžeme odvodiť z lingvistických úvah zo state [7] Výrazy kategórie DET totiž nie sú výrazmi, ktoré by bolo možné samostatne predsunúť; vždy sa predsúvajú výrazy kategórie NP.

fikátory, ktoré kvantifikujú nad celým univerzom. Ako sme videli v [8], takáto neobmedzené kvantifikátory sa dajú vyjadriť v jazyku predikátovej logiky pomocou symbolov „$\forall$" a „$\exists$". To by teda znamenalo, že slovenský výraz „každý" vyjadruje podobný (možno dokonca ten istý) kvantifikátor ako výraz „$\forall$" a že slovenský výraz „niektorý" vyjadruje podobný (alebo ten istý) kvantifikátor ako výraz „$\exists$". Ako sme však videli, nie je to tak. Determinátory v prirodzenom jazyku preto vyjadrujú kvantifikátory typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$, zatiaľ čo kvantifikátorové výrazy z jazyka predikátovej logiky vyjadrujú kvantifikátory typu $\langle 1\rangle$.

Dovolím si malé odbočenie. Mohlo by sa zdať, že kvantifikátory z predikátovej logiky predstavujú pomerne exotický druh kvantifikátorov: výrazom, ktoré ich vyjadrujú, zodpovedajú v prirodzenom jazyku determinátory, ale ide o objekty typu $\langle 1\rangle$. V 50. rokoch 20. storočia sa však ukázalo, že všeobecný a existenčný kvantifikátor nie sú ojedinelé objekty tohto druhu. V matematike a matematickej logike sa dá definovať neobmedzene veľa kvantifikátorov kvantifikujúcich nad celým univerzom. Vznikla tak idea *zovšeobecnených kvantifikátorov*, s ktorou prišiel ako prvý poľský matematik A. Mostowski.[11] Klasické kvantifikátory predikátovej logiky sú len dvoma príkladmi zovšeobecnených kvantifikátorov. Ak **U** je univerzum, tak platí

$$[\![\forall]\!]_{\mathbf{U}} = \{\mathbf{X} : \mathbf{X} = \mathbf{U}\};$$
$$[\![\exists]\!]_{\mathbf{U}} = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U} : \mathbf{X} \neq \varnothing\}.$$

V podobnom duchu môžeme napríklad zaviesť:

$$[\![\exists_{=n}]\!]_{\mathbf{U}} = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U} : |\mathbf{X}| = n\};$$
$$[\![\exists_{\geq n}]\!]_{\mathbf{U}} = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U} : |\mathbf{X}| \geq n\};$$
$$[\![\exists_{\leq n}]\!]_{\mathbf{U}} = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U} : |\mathbf{X}| \leq n\},$$

kde „$\exists_{=n}$" znamená „existuje presne n objektov", „$\exists_{\geq n}$" znamená „existuje najmenej n objektov" a „$\exists_{\leq n}$" znamená „existuje najviac n objektov". Nehovorí sa tu, akého druhu sú tieto objekty; to znamená, že výrazy „$\exists_{=n}$", „$\exists_{\geq n}$" a „$\exists_{\leq n}$" vyjadrujú kvantifikátory typu $\langle 1\rangle$. Mostowski sa konkrétne zaujímal o kvantifikátory ako „nekonečne veľa", ktoré sú relevantné pre matematiku:

$$[\![\mathrm{inf}]\!]_{\mathbf{U}} = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U} : |\mathbf{X}| = |\mathcal{N}|\},$$

kde $\mathcal{N}$ je množina prirodzených čísel. V prirodzenom jazyku sa však s takýmito kvantifikátormi nestretneme; dôvodom však nie je to, že by sme v prirodzenom jazyku nedokázali vyjadriť kvantifikáciu nad nekonečne veľkými množinami – to jednoducho dokážeme –, ale dôvodom je to, že vždy musíme povedať, akého druhu sú objekty v danej nekonečne veľkej množine. V prirodzenom jazyku výraz „nekonečne veľa" vyjadruje kvantifikátor typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$, kým Mostowského

[11] Nebudem sa podrobne zaoberať históriou skúmania kvantifikácie. Čitateľ môže získať cenné informácie o dejinách kvantifikácie od Aristotela až po zovšeobecnené kvantifikátory vo výbornom prehľade [4]

zovšeobecnený kvantifikátor je typu ⟨1⟩. Výrazmi vyjadrujúcimi kvantifikátory typu ⟨1⟩ v prirodzenom jazyku by boli napríklad výrazy „nekonečne veľa *kladných čísel*", „nekonečne veľa *čísel*", „nekonečne veľa *klamstiev*" atď.

Po tejto odbočke k zovšeobecneným kvantifikátorom v matematike sa môžeme vrátiť späť k prirodzenému jazyku.

1.9 Extenzívnosť a konzervatívnosť

Zúženie univerza sa zvyčajne považuje za výsledok pôsobenia dvoch vlastností kvantifikátorov typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, ktoré budeme definovať v tejto kapitole.[12] Prvá vec, ktorú si môžeme všimnúť na kvantifikátoroch vyjadrených v prirodzenom jazyku, je to, že napríklad vo vete

(14) Všetci filozofi tancujú

sa hovorí *iba* o (tancujúcich) filozofoch. To je, prirodzene, triviálne vyhlásenie, ale treba ho chápať v nasledujúcom zmysle: Ak máme model $\mathcal{M}$, ktorý stanovuje, že naším univerzom je množina **U**, a ak **F** je množina všetkých filozofov, pričom platí, že **F** $\subseteq$ **U**, tak pravdivostná hodnota vety (14) zostáva nezmenená, nech zoberieme do úvahy akýkoľvek iný model $\mathcal{M}^*$, ktorý sa odlišuje od $\mathcal{M}$ iba v tom, že v $\mathcal{M}^*$ je univerzom množina **U***, pričom platí, že **U** $\subseteq$ **U***. Inými slovami, ak predpokladáme, že v modeli $\mathcal{M}$ je veta (14) pravdivá, teda platí, že **F** $\subseteq$ **T** (**T** je množina všetkých tancujúcich indivíduí), a model $\mathcal{M}^*$ sa od $\mathcal{M}$ líši iba v tom, že univerzum **U*** z $\mathcal{M}^*$ obsahuje všetky prvky, ktoré obsahuje **U**, a prípadne aj nejaké ďalšie prvky, ktoré v **U** nie sú, ale tieto ďalšie prvky nepatria ani do **F**, ani do **T**, tak veta (14) bude pravdivá aj v $\mathcal{M}^*$. Ešte inak povedané, pravdivostná hodnota vety (14) závisí iba od toho, či prvky z **F** patria, alebo nepatria aj do **T**, pričom všetky ostatné prvky mimo množiny **F** sú z hľadiska určenia pravdivostnej hodnoty (14) irelevantné.

V pozadí tejto úvahy sa nachádza skutočnosť, že prirodzený jazyk neobsahuje taký determinátor, ktorý by dokázal vyjadriť nasledujúci kvantifikátor (pozri [2], 636; [3], 855):

$[\![\text{Blik } \varphi \text{ je } \psi]\!] = \mathbf{1}$ *vtt* $\psi \in \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \boldsymbol{\varphi}'| = 3\}$.

Zápis $\boldsymbol{\varphi}'$ znamená doplnok množiny $\boldsymbol{\varphi}$, ide teda o množinu všetkých prvkov (z univerza), ktoré nepatria do $\boldsymbol{\varphi}$. Výraz „blik φ" označuje množinu všetkých takých množín, ktorých prienik s doplnkom množiny $\boldsymbol{\varphi}$ má tri prvky. Pravdivostná hodnota výroku obsahujúceho výraz „blik φ" by sa menila, keby sme jedno univerzum nahradili iným, odlišným od pôvodného len tým, že by obsahovalo o jeden prvok patriaci do doplnku množiny $\boldsymbol{\varphi}$ viac. To znamená, že o pravdivostnej hodnote takejto vety by rozhodovali objekty, o ktorých v tejto vete vôbec nie je reč To, že prirodzený jazyk neobsahuje taký determinátor, ktorý by doká-

[12] Pozri napríklad [6] alebo [3], 852.

zal vyjadriť kvantifikátor vyjadrený v našom príklade výrazom „blik", sa považuje za empiricky overený fakt.

Na základe predchádzajúcej úvahy môžeme definovať nasledujúcu vlastnosť kvantifikátorov typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, ktorú budeme nazývať *extenzívnosť*:[13]

Ak $\mathcal{M} = \langle U, [\![\ ]\!] \rangle$ je model a δ je determinátor, tak kvantifikátor $[\![\delta]\!]$, ktorý je typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, je **extenzívny** vtedy a len vtedy, keď pre ľubovoľné univerzá U a U* a pre ľubovoľné množiny $\varphi, \psi \subseteq U, U^*$ platí: $\psi \in [\![\delta]\!]_U(\varphi) \Leftrightarrow \psi \in [\![\delta]\!]_{U^*}(\varphi)$.[14]

Množinu všetkých extenzívnych kvantifikátorov budeme označovať ako EXT. Ak je teda kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ extenzívny, tak platí: $[\![\delta]\!] \in$ EXT. Zjednodušene možno podstatu uvedenej definície formulovať tak, že na výbere univerza nezáleží. Ľahko odhaliteľným dôsledkom tejto definície je skutočnosť, že $\psi \in [\![\delta]\!]_\varphi(\varphi) \Leftrightarrow \psi \in [\![\delta]\!]_\varphi(\varphi)$. Platí totiž, že $\varphi \subseteq U$, čo je nepochybne pravda aj v prípade, že $\varphi = U$. Z tohto zápisu je už evidentné, že pri určovaní pravdivostnej hodnoty vety „δ φ je ψ" je relevantná *iba* množina φ. Keď sa vrátime k vete (14), platí, že pri určovaní pravdivostnej hodnoty tejto vety treba preskúmať iba množinu filozofov – nefilozofi sú v tomto prípade irelevantní a môže ich byť v danom univerze koľkokoľvek, nevstupujú do pravdivostných podmienok vety (14).

Extenzívnosť je typickou črtou kvantifikátorov, ktoré možno vyjadriť v prirodzenom jazyku. Čitateľ sa o tom môže presvedčiť na *každom* príklade, ktorý mu zíde na um. Pravda, vo formálnych jazykoch sa dajú konštruovať

---

[13] V anglickej literatúre sa často používa termín „extension" (pozri napríklad [3]). D. Westerståhl (pozri [6]) používa termín „constancy" (teda konštantnosť) a E. Keenan v [2] nedávno zaviedol v tomto zmysle výraz „domain independence" (teda nezávislosť od univerza). Posledný termín by bol najvýstižnejší, no problém spočíva v tom, že Keenan (a takisto aj Westerståhl v [6]) hovoria skôr o vlastnostiach determinátorov vyjadrujúcich kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, nie o samotných kvantifikátoroch. A termíny „konštantnosť" a „nezávislosť od univerza" sa práve hodia na determinátory, teda jazykové objekty, pričom naznačujú, že ich sémantický obsah sa nemení, ak sa zmení univerzum. Môžeme povedať, že determinátory, ktoré sú konštantné alebo nezávislé od univerza, vyjadrujú kvantifikátory, ktoré spĺňajú podmienku extenzívnosti, takže v podstate nezáleží na tom, či budeme charakterizovať determinátory, alebo príslušné kvantifikátory. Rozhodol som sa pre druhú možnosť, aby výklad bol jednotný.

[14] V tejto definícii sa extenzívnosť priamo definuje ako vlastnosť kvantifikátora. Často sa však možno stretnúť s tým, že sa táto vlastnosť definuje pre determinátor vyjadrujúci príslušný kvantifikátor, no platí zároveň, že daný determinátor má túto vlastnosť, ak sa vyjadrený kvantifikátor správa určitým spôsobom. Z tohto dôvodu môžeme priamo povedať, že príslušnú vlastnosť má daný kvantifikátor. Skutočnosť, že na vyjadrenie tohto kvantifikátora sa používa v danom jazyku určitý determinátor, je irelevantná. Tento fakt platí aj o ďalších vlastnostiach, ktoré budú definované v tomto aj nasledujúcom pokračovaní.

kvantifikátory, ktoré túto vlastnosť nemajú, lenže tieto kvantifikátory sa nedajú vyjadriť žiadnym determinátorom z prirodzeného jazyka.

Pozornému čitateľovi určite neuniklo, že keď som pôvodne hovoril o určovaní pravdivostnej hodnoty vety (14), tak som povedal, že závisí od *dvoch* množín: F a T. V komentári, ktorý nasleduje po definícii extenzívnosti, som však akosi pozabudol na druhú z týchto množín. Ako je to teda: Závisí pravdivostná hodnota vety (14) iba od množiny F, alebo aj od množiny T? Iste, nemali by sme zabúdať na množinu T, veď predsa platí, že táto veta bude pravdivá iba vtedy, keď $F \subseteq T$. Mnohé kvantifikátory sa však vyznačujú aj ďalšou vlastnosťou, vďaka ktorej možno povedať, že ak množinu T nespomíname, má to určité opodstatnenie.

Vezmime si nasledujúce vety:

(15) Niekoľkí zlodeji sú za mrežami.
(16) Aspoň deviati logici sú excentrickí.
(17) Všetci žiaci okrem jedného alebo dvoch neurobili maturitu z matematiky.
(18) Väčšina známych politikov vlastní luxusné autá.

Je zrejmé, že ak sú tieto vety pravdivé, budú pravdivé aj tieto ich modifikácie:

(19) Niekoľkí zlodeji sú zlodeji a sú za mrežami.
(20) Aspoň deviati logici sú logici a sú excentrickí.
(21) Všetci žiaci okrem jedného alebo dvoch sú žiaci a neurobili maturitu z matematiky.
(22) Väčšina známych politikov sú známi politici a vlastnia luxusné autá.[15]

Ako máme tejto skutočnosti rozumieť? Ide v podstate o to, že pri verifikácii napríklad vety (15) stačí zobrať do úvahy iba zlodejov a zlodejov za mrežami. Ostatní ľudia, ktorí sú vo vazení – nezáleží na tom, či sú vrahovia, alebo nevinní – nijakým spôsobom neovplyvňujú pravdivostnú hodnotu vety (15); ovplyvňujú ju iba zlodeji a to v tom zmysle, či niektorí z nich sú zlodejmi a sú za mrežami. Analogicky to platí v ostatných prípadoch: Napríklad pri stanovení pravdivostnej hodnoty vety (16) záleží iba na logikoch a na tom, či niektorí z nich sú excentrickí logici; ostatní excentrici, ktorí logikmi nie sú, sú v tomto prípade irelevantní.

Táto vlastnosť kvantifikátorov sa nazýva *konzervatívnosť*. Môžeme ju definovať takto:[16]

[15] Samozrejme, bolo by možné nájsť aj bežnejšie formulácie, napríklad. „Aspoň deviati logici sú excentrickí logici", Niektorí zlodeji sú zlodeji, ktorí sú za mrežami", atď

[16] Pozri napríklad [2], [3], [5], [6] V iniciátorskej práci [1] sa táto vlastnosť nazýva „living on"

Ak $\mathcal{M} = \langle U, [\![\ ]\!]\rangle$ je model a δ je determinátor, tak kvantifikátor $[\![\delta]\!]$, ktorý je typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$, je **konzervatívny** vtedy a len vtedy, keď pre univerzum $\mathbf{U}$ a ľubovoľné množiny $\varphi, \psi \subseteq U$ platí: $\psi \in [\![\delta]\!]_U(\varphi) \Leftrightarrow \psi \in [\![\delta]\!]_U(\varphi \cap \psi)$.

Množinu všetkých konzervatívnych kvantifikátorov budeme označovať ako CON. Ak je teda kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ konzervatívny, tak platí: $[\![\delta]\!] \in$ CON.

Na základe extenzívnosti a konzervatívnosti dospievame k nasledujúcemu záveru:

Ak $\mathcal{M} = \langle U, [\![\ ]\!]\rangle$ je model, $\varphi, \psi \subseteq U$ a $[\![\delta]\!] \in$ EXT $\cap$ CON tak výrok „δ φ je ψ" je pravdivý (vzhľadom na daný model) vtedy a len vtedy, keď platí: $\varphi \cap \psi \in [\![\delta]\!]_\varphi(\varphi)$.

Vezmime si jednoduchý model, v ktorom platí:

$U = \{a, b, c, d, e\}$,

$\varphi = \{a, b\}$;

$\psi = \{b, c, d\}$.

Na základe konzervatívnosti platí, že prvky **c** a **d** nebudú vstupovať do pravdivostných podmienok výrokov obsahujúcich výraz „φ". Na základe extenzívnosti je zrejmé, že sem nebudú vstupovať prvky **c**, **d**, **e**. Predpokladajme, že výraz „q" je „niektorý". Výrok „Niektoré φ je ψ" bude pravdivý v našom modeli v prípade, že $\varphi \cap \psi$ je prvkom množiny množín $[\![\text{niektorý}]\!]_\varphi(\varphi)$, pričom platí:

$[\![\text{niektorý}]\!]_\varphi(\varphi) = \{X \subseteq U \colon X \cap \varphi \neq \emptyset\}$.

Túto podmienku nespĺňajú napríklad množiny $\{c, d, e\}$, $\{d, e\}$, $\emptyset$ atď., ale spĺňajú ju nasledujúce množiny indivíduí:

$\{a, b, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c, d, e\}$, $\{a, d, e\}$, $\{a, e\}$, $\{b, c, d, e\}$, $\{b, d, e\}$, $\{b, e\}$, $\{a\}$, $\{b\}$.

Množina uvedených množín je totožná s $[\![\text{niektorý}]\!]_\varphi(\varphi)$. Keďže $\varphi \cap \psi = \{b\}$ a táto množina je medzi nimi, daná veta je v našom modeli pravdivá. Aby sme to zistili, nemusíme brať do úvahy, *žiadny* iný prvok množiny $[\![\text{niektorý}]\!]_\varphi(\varphi)$.

Predstavme si teraz, že „δ" je „každý". Výrok „Každé φ je ψ" bude pravdivý v našom modeli vtedy, keď $\varphi \cap \psi$, je prvkom množiny množín $[\![\text{každý}]\!]_\varphi(\varphi)$, pričom platí:

$[\![\text{každý}]\!]_\varphi(\varphi) = \{X \subseteq U \colon \varphi \subseteq X\}$.

Túto podmienku spĺňajú nasledujúce množiny:

$\{a, b, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, b, c, e\}$, $\{a, b, e\}$, $\{a, b, d, e\}$.

Keďže $\varphi \cap \psi = \{b\}$ a táto množina nie je medzi nimi, daná veta je v našom modeli nepravdivá. V oboch prípadoch sa celá verifikácia obmedzila iba na to, či množina $\{b\}$ je, alebo nie je v množinách množín $[\![\text{niektorý}]\!]_\varphi(\varphi)$ a $[\![\text{každý}]\!]_\varphi(\varphi)$.

Vlastnosti extenzívnosť a konzervatívnosť vymedzujú zúženie univerza. Konzervatívnosť pôsobí tak, že pri posudzovaní pravdivostnej hodnoty všeobecného výroku „δ φ je ψ" nás zaujímajú iba tie objekty spadajúce do rozsahu výrazu „ψ", ktoré zároveň spadajú do rozsahu výrazu „φ". Extenzívnosť zase pôsobí tak, že pri posudzovaní pravdivostnej hodnoty tohto výroku sú pre nás irelevantné všetky objekty, ktoré sa nachádzajú mimo rozsahu výrazu „φ". Každý kvantifikátor, ktorý má obe vlastnosti, zužuje univerzum; a každý kvantifikátor, ktorý zužuje univerzum, musí mať obe vlastnosti.

(pokračovanie)

Filozofický ústav SAV
Klemensova 19
813 64 Bratislava
filomazo@savba.sk

LITERATÚRA

[1] BARWISE, J. – COOPER, R. (1981) Generalized Quantifiers and Natural Language. *Linguistics and Philosophy* 4, 159 – 219.

[2] KEENAN, E. (2002): Some Properties of Natural Language Quantifiers: Generalized Quantifier Theory. *Linguistics and Philosophy* 25, 627 – 654.

[3] KEENAN, E. – WESTERSTÅHL, D (1997). Generalized Quantifiers in Linguistics and Logic. In: van Benthem, J – ter Meulen, A. (eds) (1997) *Handbook of Logic and Language*. MIT Press, Cambridge (Mass.), 837 – 893.

[4] PETERS, S. – WESTERSTÅHL, D. (2002) *Quantifiers* (draft) http://www.stanford.edu/group/nasslli/courses/peters-wes/PWbookdraft2-3 pdf

[5] VAN BENTHEM, J. (1984): Questions about Quantifiers. *The Journal of Symbolic Logic* 49, č. 2, 443 – 466.

[6] WESTERSTÅHL, D. (1985): Logical Constants in Quantifier Languages. *Linguistics and Philosophy* 8, 387 – 413.

[7] ZOUHAR, M. (2006): Kvantifikácia v prirodzenom jazyku (1). *Organon F* 13, č. 1, 101 – 122

[8] ZOUHAR, M. (2006): Kvantifikácia v prirodzenom jazyku (2) *Organon F* 13, č. 2, 232 – 251.