

## K TRANSPARENTNEJ TEÓRII POJMOM (II)

Pavel MATERNA - Pavel CMOREJ

CMOREJ, P.: Najprv by som chcel čitateľov i teba upozorniť, že z mojej predposlednej repliky uvedenej v I. časti dialógu<sup>1</sup> na s. 188 mi z prvej vety 2. odseku vypadlo slovo „zdanlivo“. Celá veta by mala zniesť takto: „Pri trivializácii zdanlivo identifikujeme spôsobom a) - ....“. Potvrdzuje to aj replika na s. 189. Ďakujem za pochopenie. Teraz sa vrátim k tvojej predchádzajúcej odpovedi.

Podľa môjho chápania o vzťahu obsahovať platí, že ak konštrukcia K obsahuje trivializáciu „O a tá obsahuje objekt O, tak aj K obsahuje objekt O (tranzitivnosť). V tomto zmysle každá konštrukcia obsahujúca trivializácie objektov obsahuje aj nekonštrukcie. Preto som sa pozastavil nad tvým tvrdením, že „konstrukce ... nemohou obsahovať nekonstrukce“. Nekonštrukcie sa môžu vyskytovať aj v Tichého execution (vykonanie) a double execution (dvojité vykonanie), s ktorými však vo svojej teórii pojmov nepracuješ.

V posledných dvoch replikách zbytočne obhajuješ prednosti trivializácie, ktoré som vôbec nespochybňoval, lebo si veľmi dobre uvedomujem ich význam. Nemal som v úmysle spochybňovať význam trivializácie, ale jej *identifikačný charakter*. Nič z toho, čo si o nej povedal, ma nepresvedčilo o tom, že trivializácia - aspoň v tom zmysle, ako ju definuje P. Tichý vo svojej knihe [4] (na s. 63) - je identifikačná procedúra, ktorú možno uplatniť bez predchádzajúcej identifikácie entity, ktorú chceme trivializovať. Nepochopil som, ako súvisí s identifikáciou skutočnosť, „že k tomu, abyhom konstatovali, že je tu objekt (nebo konstrukce), nepotrebujueme ďalšiu konstrukce“, a súvis s ňou nevidím ani v konštatovaní, že je to „stop v analýze“ alebo logický prostriedok, ktorého epistemologickým náprotivkom je schopnosť pracovať s daným objektom priamo.

Nechápam ani to, o aké „stop v analýze“ môže ísť pri trivializácii nejakej konštrukcie K, pretože ak trivializácia je identifikácia, tak konštrukciu K sotva budeme môcť identifikovať bez jej analýzy. Domnievam sa, že symbol trivializácie „<sup>0</sup>[“ vo výraze „<sup>0</sup>K“ nie je znakom pre stop v analýze, ale pre stop vykonávať procedúru K, náznak, že kroky, ktoré predpisuje procedúra K, nemáme vykonávať, ale brať ju ako celok. Ako by si bez analýzy konštrukcií <sup>0</sup>[<sup>0</sup>+ <sup>0</sup>2 <sup>0</sup>3], <sup>0</sup>[<sup>0</sup>+ <sup>0</sup>4 <sup>0</sup>2] rozhodol, či rovnosť

$${}^0[{}^0+{}^02{}^03]={}^0[{}^0+{}^04{}^02]$$

je pravdivá? Nie je tu symbol „<sup>0</sup>[“ pred „[“ priam výzvou na to, aby sme analyzovali (nie vykonávali!) konštrukcie, ktoré označujú výrazy v hranatých zátvorkách, a tak rozhodli, či tieto konštrukcie sú totožné?

Myslím, že v tom by sme sa mali zhodnúť a po tvojej odpovedi prejsť od trivializácie k ďalším problémom teórie pojmov.

MATERNA, P.: Pokud jde o to obsahování objektů, máš pravdu, tu zásadu bych musel formulovať jinak, asi takto: Až na trivializaci se všechny uvedené konstrukce vztahuji k objektům jen prostřednictvím jejich trivializace.

Jestliže nechápeš, v jakém smyslu lze mluvit o identifikaci pomocí trivializace, na základě mých různých formulací, které cituješ, pak je to těžko řešitelný zádrhel, protože já za těmi formulacemi stojím a pokládám je za návod, jak identifikaci v tomto případě chápát. Pokud máš nějaký jiný, na tomhle nezávislý způsob chápání identifikace, nemohu než ti poradit, abys na něj zapomněl. A chceš-li paradoxně-parodickou formulaci, tak řeknu, že trivializace objektu je mezní případ identifikace, kdy trivializovaný objekt už je identifikovaný.

Konečně pokud jde o trivializaci nějaké konstrukce, mohl bych souhlasit s tvou formulací, že jde o zákaz vykonání kroků předepsaných tou konstrukcí a nahrazení tohoto vykonání tím, že tu konstrukci budeme brát jako celek. Nechápu však souvislost s tím, co říkáš potom, a nevím, zda rozumím té tvé 'rovnosti'. Tak, jak jsi ji napsal, by to znamenalo, že tvrdíš, že *konstrukce*

$$[{}^0 + {}^0 2 {}^0 3]$$

je totožná s *konstrukcí*

$$[{}^0 + {}^0 4 {}^0 2],$$

což je jistě triviální nepravda, ale pokud ses chtěl přesvědčit, zda  $2 + 3$  je stejně číslo jako  $4 + 2$  (což je ovšem také nepravda), měl jsi tu rovnost napsat bez těch trivializací před závorkou. Kdybys např. místo ... $^0 3$  v první konstrukci měl ... $^0 4$ , byla by tvá rovnost (s trivializacemi před závorkou) stále nepravdivá, ale rovnost bez těch trivializací by byla pravdivá. Jestli s tímhle souhlasíš, tak myslím, že problém trivializace je pro nás vyřízený.

CMOREJ, P.: Tvoja paradoxne-parodická formulácia je dvojznačná. Pod trivializovaným objektom môžeme totiž rozumieť jednak objekt, ktorý trivializujeme, jednak objekt, ktorý už je trivializovaný. V prvom prípade mi dávaš v istom zmysle za pravdu, lebo trivializovaný "objekt už je identifikovaný" (predpokladám, že pred trivializáciou), v druhom prípade to môže byť objekt, ktorý prešiel trivializáciou a pri vykonávaní tejto procedúry aj identifikáciou, takže trivializácia je aj (alebo len?) identifikácia. Dúfam, že sa prikláňaš k prvému stanovisku, inak by si svoju formuláciu neoznačil za "paradoxne-parodickú". Alebo sa mylím?

Tvoja reakcia na moju "rovnosť" svedčí len o tom, že slovenčina sa v Čechách stáva cudzím jazykom. Zdá sa že náš jazykový zákon sa v inverznej podobe dodržiava skôr v Čechách než na Slovensku, lebo v našich médiách znie čeština skoro tak často ako slovenčina. Nechápem, ako sa ti podarilo z mojej otázky vytváziť *tvrdenie* o totožnosti konštrukcií, ktoré sa v nej vyskytujú. Spomenutá rovnosť je, samozrejme,

nepravdivá. Predstav si, že by som niekomu položil túto otázku: Ako by si bez poznania Pavla Maternu rozhodol, či rovnosť

Pavel Materna = majster sveta v behu na 100 m

je pravdivá? Myslís, že touto otázkou tvrdím (alebo presuponujem), že si majstrom sveta v behu na 100 m?

Hoci som už navrhol "prejsť od trivializácie k ďalším problémom", pri jednej otázke späť s trivializáciou sa musím ešte pristaviť, lebo som slúbil, že sa knej vrátim. V obidvoch knihach obhajuješ názor, že z epistemologického hľadiska trivializácia je "logickým modelom *bezprostredného, uchopení objektu*", ktorý je nezávislé od iných procedúr ([2], 103, [3], 41, 131). Charakteruješ ju aj ako *bezprostrednú identifikáciu*. S tým možno súhlasíš, keď trivializovanou entitou je objekt alebo premenná, prípadne relatívne jednoduchá konštrukcia, ale pri zložitejších alebo veľmi komplikovaných konštrukciách bezprostredná identifikácia neprihádza podľa mňa do úvahy (na tú sa zmôže iba Pán Boh). Nie som si však istý, či v danom kontexte hovoríš len o trivializácii objektov (v striktnom zmysle slova) alebo o trivializácii všetkých entít vrátane konštrukcií. Text v knižke [3] na s. 41 nie je celkom jednoznačný: entitu *X*, o ktorej v tejto súvislosti hovoríš, tam uvádzas ako "any object or construction" (kurzíva je tvoja).

MATERNA, P.: Nejde o čeština a slovenština. Jde spíš o jistou vstřícnost při čtení. Neměl jsem pětička na myslí, že bys ty tvrdil tu nepravdu. Šlo mi o to, že jsem měl podezření, že ten symbol „„“ před “[” má podle tebe být výzvou k tomu, abychom analyzovali (a nevykonávali) ty konstrukce za tím účelem, abychom rozhodli, zda je či není pravdivá rovnosť standardně zapsaná (2 + 3 = 4 + 2), a to je ovšem chybne, protože k rozhodování o platnosti té rovnosti verifikujeme konstrukci

$$[" = [" + "2 "3] [" + "4 "2]],$$

kde žádná z těch kompozic není pod trivializací. Pokud ti jde skutečně o otázku rovnosti obou konstrukcí, tak máš ovšem pravdu, jak jsem sám naznačil.

K té otázce role trivializace složitejších konstrukcí, moje formulace *bezprostrední uchopení objektu* by mohla zavádět. Trivializace je logický prostředek, nemá bezprostrední vztah k psychologickým aktům poznání, a moje epistemologické paralely nemusí být přesné. Ta tvá formulace *analyzovat, nevykonávat* je docela dobrá, i když jistá souvislost s mou formulací tu je: abychom mohli něco analyzovat, musíme to (tu konstrukci) míti, a protože ta konstrukce není dána jinou konstrukcí, máme ji v tomto smyslu bezprostředně.

Vidím, že ta diskuse o mému pojednání pojmu se redukuje na úlohu trivializace. Myslím si však, že v mé koncepcii lze najít řadu důležitějších bodů, o jejichž významu, resp. problematičnosti lze diskutovat.

CMOREJ, P.: S tvrdením, že trivializácia je logický prostriedok, ktorý s kognitívnymi aktmi priamo nesúvisí, bezvýhradne súhlasím. Domnievam sa však, že vo

sfére realizácií tejto procedúry v konkrétnych myšlienkových krokoch si luxus abstrahovania od týchto aktív nemôžeme dovoliť. Myslím, že práve v tejto sfére sa ukazuje, ako vyzerá trivializácia "v praxi", či má identifikačný charakter a či každý pojmom\* je naozaj návodom na identifikáciu. V tejto súvislosti za zmienku stojí aj skutočnosť, že P. Tichý nikde nepíše (aspoň sa nepamäťám), že trivializácia je identifikačná procedúra, hoci je dosť pravdepodobné, že by s tebou súhlasil.

Domnievam sa, že pozornosť, ktorú sme venovali trivializácii, nebola vôbec zbytočná, pretože ide o procedúru, ktorá v tvojej teórii pojmov zohráva významnú úlohu, čo napokon priznáva aj ty vo svojich prácach. Väčší záujem o trivializáciu ospravedlňuje aj skutočnosť, že P. Tichý o nej napísal iba niekoľko riadkov (vo svojej monografii [4], 63). Nemáš pravdu, keď tvrdíš, že diskusia o tvojom chápaniu pojmu "se redukuje na úlohu trivializace". Skoro 3/4 replík sme venovali iným otázkam. Ťažkás si teda zbytočne. Zdá sa, že si vôbec nezaregistroval, že už asi dva razy som prišiel s návrhom prejsť k iným problémom. Najlepšie bude hned' to aj urobiť.

Pri budovaní svojej teórie si vychádzal z tézy, že pojmy sú abstraktné identifikačné procedúry. Vyhostil si z ríše pojmov čísla, funkcie, množiny, typy a iné entity len preto, že nemajú identifikačný charakter, alebo si mal pre to aj iné, hlbšie dôvody? Spomenutá téza ľa neviedla len k popretiu pojmového charakteru uvedených entít, ale aj k tomu, že status pojmov si priznal - aj keď trochu váhavo - entitám, ktoré sa tradične nepokladajú za pojmy. Mám na mysli najmä procedúry, ktoré identifikujú propozície a pravdivostné hodnoty. Nevidel si v tom dôvod zapochybovať o správnosti svojej východiskovej tézy?

MATERNA. P: Jakmile jsem došel k názoru, že pojmy tu jsou proto, aby vyčleňovaly (abstraktní) objekty (vlastnosti, vztahy, triedy, propozice apod.), musel jsem přirozeně odlišit objekty, které lze vyčlenit, od prostředků vyčleňování. Je pravda, že pojmy mohou vyčleňovat jiné pojmy, ale nemůžeme se motat jen mezi pojmy, jejich téměř instrumentální charakter znamená, že nakonec musíme dojít k objektům, které nejsou pojmy. To je naprostě nutné, jakmile naše základní intuice je právě ta, kterou jsem uvedl. Pak už vede přímá cesta k charakteristice pojmu jako abstraktních procedur, tedy entit nedukovatelných na množiny. Je-li naše intuice odlišná, pak samozřejmě můžeš nazývat pojmem kdejakou abstrakci, jen nevím, z jakého důvodu bys pak mohl tvrdit, že některé věci nejsou pojmy; možná by ne-pojmy byly jen konkrétní předměty, jednotliviny?

Pokud jde o nezvyklosť spojenou s pojmem propozice, můj předchůdce byl v tomto ohledu, jak jistě víš, A.Church. Ale dá se to dobře chápat: Máme-li nějakou (oznamovací) větu, můžeme rozlišit dva procesy: jeden je *porozumění* té větě, druhý je její *verifikace*. Tomu v sémantické rovině odpovídá *identifikace propozice* a *verifikace propozice*. Identifikace propozice je v méém pojetí dána *pojmem* té propozice, což by odpovídalo Fregověmu smyslu a v méém pojetí konstrukci, propozice sama je to, co věta označuje (a co je konstruováno tím 'smyslem') a co má charakter funkce z možných světů (a časů) do pravdivostních hodnot. Verifikace propozice znamená v empirickém případě proces, v němž ověřujeme, zda tyto pravdivostní podmínky jsou

splněny v našem (aktuálnim) světě, což je nikoli logicko-sémantická, nýbrž empirická záležitosť. (V neempirickém, matematickém případě, znamená verifikace totéž jako provedení příslušné konstrukce, což může být velice složitý, v některých případech staletí trvající proces - viz Fermatovu Velkou hypotézu.)

CMOREJ, P.: Teda čísla, množiny, funkcie a podobné abstraktné objekty nepokladáš za pojmy len preto, že nemajú identifikačný charakter, resp. že nevyčleňujú - v tvojom zmysle - iné entity. Vynútila si ho intuícia, z ktorej vychádzaš. Je však táto intuícia celkom spoľahlivá a je jej explikácia pomocou pojmu konštrukcie celkom adekvátna? Nemohli by sme aj o množine povedať, že v istom zmysle, odlišnom od tvojho, vyčleňuje isté prvky? Na druhej strane neexistujú entity, ktoré vyžadujú iný spôsob identifikácie či vyčlenenia, ako ponúka tvoja teória?

Musím upozorniť na to, že existujú abstraktné entity, ktoré tvoje pojmy nevyčleňujú, resp. nekonštruujujú. Patrí k nim napríklad typy objektov a konštrukcií, ktorým sa v tvojej koncepcii neušlo miesto ani medzi pojmmami\* (či pojmmami), ani medzi entitami, ktoré tieto pojmy konštruujujú. Ak  $\xi$  je ľubovoľný typ, tak pomocou trivializácie ho nevyčleníš, pretože to nie je objekt v tvojom zmysle ani konštrukcia. Z toho istého dôvodu ho nemožno identifikovať ani pomocou kompozície a  $\lambda$ -uzáveru. Môžeme identifikovať nanajvýš charakteristickú funkciu zodpovedajúcu tomuto typu, ktorá je objektom typu ( $\alpha\xi$ ), teda nepochybne inou entitou ako  $\xi$  (to isté platí o každej zermelovskej množine). Tu sa hned' natiska otázka, ako a či možno identifikovať triedu typu ( $\alpha\xi$ ) bez toho, že by sme identifikovali množinu  $\xi$ . Zrejme nie, lebo definičným oborom tejto triedy je množina  $\xi$ .

K významným abstraktným entitám patria usporiadane  $n$ -tice, ktoré stihol podobný osud ako typy. Nie sú to tvoje objekty, pojmy\* ani pojmy.

Odpoved' na otázku, či medzi pojmy\* máme zaradiť aj konštrukcie propozícií a pravdivostných hodnôt a medzi pojmy aj triedy takých konštrukcií, pokladám za vec dohody. So zreteľom na intuiciu a dosť rozšírené chápanie pojmov ako entít, ktorým v jazyku zodpovedajú nevýrokové výrazy, dávam prednosť koncepcii, ktorá odmieta Churchovo vymedzenie konceptov (pojmov) zahŕňajúce aj propozície. Napokon ani ty ich nezaradíš medzi pojmy, ale medzi objekty, ktoré pojmy\* konštruujujú. Ich konštrukcie by si však mal pokladáť za pojmy\*, lebo tieto konštrukcie sú identifikačné procedúry a konštruované propozície sú objekty, takže so zreteľom na svoje vymedzenie pojmov ako identifikačných procedúr nemáš vlastne na výber. Mal som totiž dojem, že tvoje stanovisko nie je v tomto bode celkom jednoznačné. Mimochodom, nemyslís, že verifikujeme (overujeme) skôr konštrukcie propozícií než samotné propozície? Propozície sa pritom overujú iba sprostredkovane. Keby sme tvoj prístup aplikovali na konštrukcie pravdivostných hodnôt, museli by sme povedať, že verifikujeme či overujeme pravdivostné hodnoty.

Končím hanlivým priznaním, že sa priklájam k názoru, podľa ktorého pojmom je "kdejaká abstrakce" (s výnimkou propozícií, ich konštrukcií a pod.). Konkrétné predmety či jednotliviny, samozrejme, nie sú pojmy. Každý pojem je predsa abstraktívna entita, čo o jednotlivinách povedať nemôžeme.

MATERNA, P.: Odpovídám stručne k jednotlivým bodům.

a) Množiny opravdu nic nevyčleňují, proto jsem citoval Zaltu. Ta Tichého myšlenka, že je třeba odlišit objekty od způsobu jejich konstrukce, je jádrem TIL. Pokud bys toto chtěl relativizovat či rovnou opustit, pak odmítáš TIL. Na to máš svate pravo, ale pak není o čem diskutovat. Já opravdu chci odlišit množinu prvočísel od různých způsobů, jak ji určit, tedy od různých pojmu, kdežto pro tebe je tato množina jakožto abstrakce už pojmem, a různé možné konstrukce té množiny budou pro tebe zase pojmy, a jejich úlohou bude konstruovat pojmem tebou chápáný jako množina prvočísel. Na tohle dělání pojmu kvůli pojmu si nehraju.

b) Že nemohu pojmově zachytit např. typ, to je triviální fakt. Jistě, předteoretické podklady jakéhokoli teoretického systému nelze zachytit prostředky toho systému, ale to je přece známé omezení jakékoli teorie. Taky vyčítáš fyzice, že svými pojmy nemůže definovat např. fyzikální zákon?

c) Je otázka, do jaké míry potřebujeme  $n$ -tice jako zvláštní typ. TIlovský přístup nevylučuje zavedení takového typu, a v případě potřeby praktického pohodlí, s jakou se setkáváme při aplikaci TIlovského přístupu na koncepční modelování (viz např. skripta Marie Duží "Koncepční modelování. Datový model HIT."), bylo zcela jednoduché doplnit příslušný typ.

d) Pokud jde o propozice a jejich konstrukce, nevím, zda sis vůbec přečetl příslušnou pasáž v knize, kde ta věc je zcela přesně a bez jakýchkoli výhrad formulovala, a to téměř tak, jak ty navrhujete: pojmem identifikuje propozici, a co může být verifikováno, je až ta propozice. Když přijmeš Churchův návrh, který spojuje pojmy s jakýmkoli smysluplnými výrazy, dostaneš se sice do konfliktu s dosti běžným užitím slova 'pojem', ale získáš obecnou teorii. K tvému nápadu, že vlastně verifikujeme konstrukci propozice, tedy pojmem propozice, snad uznáš, že to nemohu brát vážně. Pojem nemůže být pravdivý či nepravdivý, v tom jsem zajedno s tradicí. Konstrukci vyhodnotím a dostanu pravdivostní podmínky (= propozici). Verifikace je ověření, zda ty podmínky jsou splněny. Opusť papír s konstrukcí a "jdu do terénu", přesvědčit se, zda skutečně např. nejvyšší hora je v Asii.

e) Přijímáš-li tedy tu "všeobjímající" koncepcii pojmu, pak nezbývá než říci: Jaká škoda. Podle tebe by vlastně bylo zbytečné mluvit o pojmech, když máme termín "abstraktní objekt". Tvá teorie by byla krokem hodně hodně zpátky, protože i ta neudržitelná tradiční teorie, i Fregova jednostranná koncepce byly aspoň s to odlišit pojmy od nepojmu, a to ne tak banálně jako tvoje 'koncepce'. Takže nezbývá než konstatovat, že jsi zřejmě nepochopil tu hlavní myšlenku mé koncepce a nedocenil možnosti jemnějších analýz, které tato koncepce nabízí. (Namátkou příklad: Odlišení synonymie - vyjádření téhož pojmu - od pouhé L-ekvivalence - vyjádření různých ekvi-valentních pojmu - by pro tebe bylo buď nemožné nebo strašně násilné, atd. atd.)

CMOREJ, P.: Ja sa zasa pokúsim stručne reagovať na tvoje body.

Ad a) Vôbec nerelativizujem Tichého odlišenie entít od ich konštrukcií. Z tohto odlišenia však nevyplýva, že množiny (či triedy) musíme zaradiť medzi nepojmové

entity. Toto zaradenie si vynutila téza, že pojmy sú identifikačné procedúry a tvoja explikácia pojmu identifikácie. Tváriš sa, akoby každá konštruovaná entita bola objektom (teda nepojmovou entitou), hoci dobre vieš, že každý pojem v tvojom zmysle - či už je to konštrukcia alebo množina kvázidentických konštrukcií - je konštruovateľný inými pojvmi. Takých pojmov je v istom zmysle oveľa viac než pojmov, ktoré konštruiujú objekty. Máme ich tiež pokiaľ za výsledok "dělání pojmu kvůli pojmu"?

Tvrdenie, že množiny "nic nevyčleňují", je pri tvojom chápaniu vyčlenenia ako konštrukcie triviálne pravdivé. Problém je však v tom, či toto chápanie je aj jediné a najadekvátniešie. (Mimochodom, pôvodne si Zaltu parafrázoval vetau "množiny nemohou nic vytvoriť", teraz ho spomínaš s súvislosti s vyčleňovaním. Medzi vytvorením a vyčlenením niečoho je predsa kardinálny rozdiel.)

Ad b) Nemyslím si, že typy patria k predteoretickým podkladom TIL-ky. Naopak, domnievam sa, že sú neodmysliteľnou súčasťou teórie. Nepatria k protopojsom, ktoré po explikácii opúšťame, ako napríklad intuitívne atribúty z intenzionálnej bázy. To však nie je problém, pre ktorý by sme sa tu museli prieť. Typy som spomnul len preto, že sú to zermelovské množiny - entity, ktoré medzi tvojimi pojvmi chýbajú.

Ad c) Z tvojej odpovede mi nie je celkom jasné, či usporiadane *n*-tice sú pojmy. Ak ich typy sú množiny *objektov*, tak usporiadane *n*-tice nie sú pojmy v tvojom zmysle, o ich typoch ani nehovoriac. Alebo mám tomu rozumieť tak, že ide o konštrukcie typu *\*n*? Ľahko si domyslíš, čo by to znamenalo pre typy *n*-argumentových funkcií.

Ad d) Pasáži, v ktorých píšeš o konštrukciách propozícií a pravdivostných hodnôt, je v tvojich knižkách viac a nie vždy sa jednoznačne hlásiš k názoru, že sú to pojmy. Tvoja reakcia na moju repliku je v tomto bode neprimeraná. Opakujem, že išlo len o *dojem*, ktorý som mal z čítania tvojich knižiek. Vyvolal ho aj fakt, že skoro všetky príklady, ktoré v nich uvádzas, predstavujú pojmy, ktoré nie sú konštrukcie propozícií či pravdivostných hodnôt. Z tvojej odpovede usudzujem, že tento dojem bol klamný, a tým môžeme debatu na túto tému uzavrieť.

Ďalšia časť bodu d) mi pripadá oveľa problematickejšia. Najprv si konštrukcie propozícií začlenil - v rozpore s bežným, tradičným chápáním - medzi pojmy a potom si sa odvolał na tradíciu, ktorá naozaj nepoznala pravdivé či nepravdivé pojmy, pretože na rozdiel od teba súdy nepokladala za pojmy. Dôležitejšia je však iná vec. Propozície sú číre priradenia. Mohol by si mi prezradíť, ako by si overoval propozíciu, ktorú by som ti zadal ako také priradenie (nie prostredníctvom konštrukcie!)? Na druhej strane musíme s poľutovaním konštatovať, že na konštrukcie pravdivostných hodnôt si akosi pozabudol. Overujeme pravdivostné hodnoty alebo ich konštrukcie? Odpoveď, že overujeme (či už verifikujeme alebo falzifikujeme) pravdivostné hodnoty, je absurdná na prvý pohľad a z odpovede, že overujeme ich konštrukcie, vyplýva, že overujeme niektoré pojmy v tvojom zmysle.

Ad e) Nemyslím, že som nepochopil hlavnú myšlienku tvojej koncepcie a nedocenil "možnosti jemnejších analýz", ktoré ponúka tvoja teória. Nepochybne ide

o zaujímavé a cenné výsledky týkajúce sa pojmov v tvojom zmysle. Nemôžem však povedať, že by pokrývala všetky pojmy, a to je naozaj škoda.

ooo

MATERNA, P.: Tak zase k jednotlivým bodům:

Ad a) Především si musíme vyjasnit, o čem diskutujeme. Jsou dvě možnosti buď zpochybňujeme mou pracovní hypotézu, že pojmy jsou identifikační procedury, nebo to přijmeme a bavíme se o tom, do jaké míry je mé zpracování té hypotézy únosné. V prvním případě *není o čem diskutovat*: jde o fundamentálně odlišná východiska. V druhém případě mám k bodu a) následující: Já se vůbec netvářím, jako by každá konstruovaná entita byla nepojmový objekt. Já jen říkám, že někde to musí končit. Jak by to bylo podle tebe? Měl bys sérii pojmu  $C_1, \dots, C_n$ , v níž každý pojem s nižším indexem by identifikoval pojem s následujícím vyšším indexem. Ten pojem s nejvyšším indexem by musel - podle tvé poslední poznámky v minulé replice - identifikovat nějakou konkrétní věc (jediná kategorie nepojmů podle tebe). Mohl by ten poslední pojem být třeba množina? Jestli uznáš, že ať si o množinách myslíš, co chceš, přece jen to nejsou procedury, tak je na tobě, abys vysvětlil, jak to ta množina udělá, aby identifikovala konkrétní objekt.

Pokud jde o ty nešťastné množiny, ty sám jsi připustil, že matematika se vedle konstrukcí zabývá i nekonstrukcemi, např. množinami. Tak když to nejsou konstrukce, co mohou vytvářet či vyčleňovat? Jedna ze základních myšlenek TIL je právě rozlišení množinových entit a vytvářejících (či vyčleňujících, ten rozdíl není v našem kontextu tak dramatický) procedur/konstrukcí. To, že jedny procedury (chceš-li, pojmy) mohou vytvářet jiné, neznamená, že všechno kromě konkrétních objektů je nějaká procedura!

Ad b) Typy jsou jako primitivní prvky teorie její neodmyslitelnou součástí, ale nepodléhají - jakožto primitivní prvky - analýze prováděné prostředky této teorie.

Ad c) Nikde jsem netvrzel, že uspořádané  $n$ -tice jsou pojmy. Šlo o to, zda mohou být v TIL reprezentovány jako zvláštní typy. Každou  $n$ -tici chápeme jako funkci (z kladných celých čísel do ...), a tedy jako množinu. K definitorickému zavedení typu  $n$ -tic viz zmíněná skripta M. Duží a Zlatuškovu část knížky "Logická analýza přirozeného jazyka".

Ad d) Nevylučuji nějaké "mladické prohřešky" ve svých knížkách. Směrodatné jsou publikace o pojmech.

Myslím, že Churchova generalizace pojmu i na smysl vět je dobrou generalizací, která zachovává intuici, že pojmy tu nejsou kvůli ověřování jejich "pravdivosti". Church vlastně právě ukázal, že tuto intuici lze zachovat, i když půjde o smysl vět, protože úloha pojmu v tomto případě není totožná s úlohou propozice - pojem takovou propozici teprve konstruuje (identifikuje). Co tedy vlastně verifikujeme? Jestliže pojem konstruuje propozici, nemůžeme ho verifikovat - co by to znamenalo? A k tvé otázce, jak bych verifikoval propozici jako přiřazení, bych řekl, že propozice nemůže být dána jako přiřazení bez příslušné konstrukce. Ta konstrukce může být chápána jako pojem té propozice, tj. já z tohoto pojmu nahlížím ty pravdivostní podmínky a podrobuiji je empirickému testu. Ta konstrukce/pojem mi už slouží jen jako

nahlédnutí těch podmínek, verifikace tuto konstrukci 'aplikuje' na realitu, což je právě verifikační proces, a jeho výsledkem je, že ta *propozice* je pravdivá či nepravdivá, nikoli ta konstrukce.

Když konstrukce konstruuje pravdivostní hodnotu (matematické věty), tak verifikace spadá vjedno s konstrukcí příslušné pravdivostní hodnoty. Tato zvláštnost je dána tím, že to, co je identifikováno tou konstrukcí/pojmem, je už právě pravdivostní hodnota sama. Násilné analogie není dobré tvořit, když srovnávané případy jsou podstatně různé.

Ad e) Jestli se domníváš, že 'moje pojmy' nepokrývají všechny pojmy, tak tvé řešení - totiž hodit všechny abstraktní entity do jednoho pytle-pojmu - je pozoruhodný extrém a zdá se nasvědčovat tomu, že tvá intuice, podle které má definice je příliš úzká, není dost určitá. Ono nejde o moc: tvore intuice ti prostě napovídá, že bys mezi pojmy zařadil i některé entity, které nevyhovují mé definici. Máš plnou svobodu, nikdo tě nebude kvůli tomu být, ale pokud nedokážeš formulovat tuto intuici poněkud určitěji (například se pokusit o definici), pak se nedivím, že ti termín 'pojem' vychází jako redundantní, synonymní s termínem 'abstraktní entita'. 'Můj pojem' dokáže víc, např. identifikovat tyto abstraktní entity.

Shrnuto: Jestliže říkáš 1) množiny jsou pojmy, 2) množiny nejsou konstrukce, pak z toho vyplývá, že mou teorii nepřijímáš ne kvůli jednotlivostem, nýbrž kvůli tomu, že neuznáváš 'konstrukční' charakter pojmu. Pak jsou dvě možnosti: bud' uznaváš, že pojmy jsou procedury, ale nepřijímáš explikaci procedur jakožto konstrukcí, nebo dokonce popíráš procedurální, strukturovaný charakter pojmu. Nevidím třetí možnost. Která z těch dvou možností platí?

CMOREJ, P.: Ked'že repliky sa nám začínajú neúnosne predĺžovať, mali by sme niektoré body uzavrieť a pri niektorých sa obmedziť na niekoľko najnevyhnutnejších viet. Teraz sa vyjadrim k bodom a) - d), k bodu e) sa vrátim nabudúce.

Ad a) Z toho, čo som v tomto dialógu už povedal, by malo byť jasné, že spochybňujem najmä tvoru tézu, podľa ktorej *každý* pojem je buď identifikačná procedúra, pod ktorou rozumieš Tichého trivializáciu, kompozíciu či uzáver, alebo množina kváziidentických uzavretých konštrukcií. Ak si odmyslím isté nejasnosti a problémy späť s trivializáciou, tak som ochotný akceptovať názor, že *každý* pojem v tvjom zmysle je pojem. Lenže toto chápanie pojmov sa mi zdá úzke. K dôvodom sa vrátim v bode e).

Neviem, na základe ktorej poznámky v mojej minulej replike si prišiel k záveru, že posledným prvkom v sérii pojmov  $C_1, \dots, C_n$  by podľa mňa mala byť konkrétna vec. Samozrejme, môže šou byť, ale môže to byť aj iná entita, napríklad množina, a vôbec mi neprekáža, že v tvjom zmysle nič neidentifikuje. Domnievam sa však, že v bežnom zmysle slova vyčleňuje svoje prvky, teda môže vyčleniť aj konkrétné predmety, každá jednoprvková množina jeden taký predmet. Napiek tomu si nemyslím, že každý pojem musí niečo vyčleňovať, t. j. niečo odlišné od seba. K "nešťastným" množinám sa tiež vrátim v bode e).

Ad b) Nešlo mi o analýzu typov, ale o ich pojmovosť. Z neanalyzovateľnosti nevyplýva ich nepojmovosť.

Ad c) Nezaujímalu ma otázka, či usporiadane n-tice "mohou byť v TIL reprezentovaný ako zvláštne typy" (kurzívou je moja). Konštatoval som len toľko, že v *tvojej teórii* n-tice nie sú "objekty, pojmy\* ani pojmy", pričom sa mi nepozdávala najmä ich nepojmovosť. Ako sám potvrdzuješ, možnosť zavedenia ich typov do TIL-ky na tom nič nemení.

Ad d) Nechcem odbočovať do histórie, ale tvojmu výkladu Churcha celkom nerozumiem. Aj propozície sú podľa Churcha pojmy (koncepty pravdivostných hodnôt) a overujeme propozície, teda pojmy. Overiť propozíciu znamená zistiť, ktorú pravdivostnú hodnotu koncipuje (nie "konštruuje", pretože Churchove propozície nie sú konštrukcie). Máš pravdu, keď tvrdíš, že neoverujeme pojmy propozícií, z čoho však ešte nevyplýva, že neoverujeme ani propozície, teda pojmy, ktoré pojmy propozícií koncipujú.

Bola to práve okolnosť, že "propozice nemůže být [spravidla] dána jako přířazení bez příslušné konstrukce", která má viedla k dohadu, že overujeme skôr konstrukcie propozicií než propozicie.<sup>2</sup> Z priradenia totiž vôbec nevyčítaš, čo máš pri overovaní robiť, aby si zistil pravdivostnú hodnotu propozicie v aktuálnom svetamihu. (Mimochodom, pomohla by nám tu trivializácia?) Napokon sám tvrdíš, že "verifikace ... aplikuje [konstrukci] na realitu, což je právě verifikační proces". Myslím, že aplikovať konštrukciu na realitu tu znamená overovať ju, *zistovať, či propozícia, ktorú konštruuje, je pravdivá*. Netvrďil som, že overujeme *pravdivosť konstrukcie*, ale nemal som k tomu d'aleko (tento problém môžeme nechať otvorený). Tú istú propozíciu môžeme konštruovať, a teda aj overovať rôznymi spôsobmi. Jej overenie je určené konstrukciou, podľa ktorej pri ňom postupujeme, preto sa mi zdá, že overujeme skôr konstrukcie než konštruované propozicie. Propozícia nevyznačuje nijakú konstrukciu, podľa ktorej ju máme či môžeme verifikovať.

Pri konstrukciách pravdivostných hodnôt vidím len jednu možnosť: priznať, že overujeme tieto konstrukcie, teda pojmy, a že tieto pojmy sú pravdivé či nepravdivé. Je to čínska pomsta za začlenenie konstrukcií, ktoré vyjadrujeme výrokmi, medzi pojmy.

MATERNA, P.: Souhlasím s omezením diskuse na a), d) a e).

Tak ještě k bodu a): Neřekl jsem, že by poslední pojem v té sérii  $C_1, \dots, C_n$  měla být konkrétní věc - to by byl nesmysl - jen že by poslední pojem v té sérii mohl podle tebe *identifikovat* konkrétní věc. Takovým posledním pojmem by podle tebe mohla být i množina, která 'vyčleňuje' své prvky. Tady bych se odvolal na tvou diskusi s Tichým na stránkách *Organonu F*, kde Tichý odmítá tuto myšlenku. Já s ním souhlasím. Množina pročísel je vlastně dichotomie, dělí třídu (přirozených) čísel na dvě podtřídy. Jakým způsobem vyčleňuje prvky a 'protiprvky' (jak by řekl Tichý)? Ta množina sama je dána jakýmkoli pojmem-konstrukcí, který ji určuje, ale sama nic nevyčleňuje. I ten jediný prvek jednoprvkové množiny A je vyčleněn konstrukcí  $\{x \in A\}$ .

Tobě to však nevadí, protože si nemyslím, že by každý pojem mohl něco vyčlenovat. Budiž, ale pak se naše základní intuice ohledně pojmu liší zcela zásadně. Jestli pojmy neslouží k vyčlenování objektů, které nás zajímají, pak nevím, proč vůbec mluvit o pojmech.

K bodu d): O Churchovi jsem se zmínil, protože pojmy přiřadil i větám. Jinak ovšem jeho pojem je něco jiného než můj. Kdyby byl propozice chápán jako denotáty, pak by je nemohl chápát jako pojmy a to by jistě byla jiná pohádka. Je však podstatné - Church Nechurch - že zachovávám zásadu, podle níž pojmy nejsou pravidlivé či nepravidlivé, a to lze zachovat i tehdy, když jsou přiřazeny větám (jako jejich 'smysly'). Opakuji: konstrukce-pojem pouze identifikuje propozici, a když už je propozice identifikovaná, nastává verifikace, ale tu nemůže provést sama konstrukce. Vím-li na základě konstrukce (připomínám, že ve speciálních případech třebas i na základě přiřazení), o jaké pravidlostní podmínky jde, provádím verifikaci konfrontací s realitou. Konstrukce identifikovala pravidlostní podmínky (a nemá proto smysl mluvit o jejím ověřování, když jde o verifikaci), 'výlet do světa' je už něco jiného. (Kdybychom ovšem věděli, který svět je aktuální, mohli bychom tu pravidlostní hodnotu 'vypočítat').

Vráťme-li se k příkladům, pak věta *Nejvyšší hora je v Asii* vyjadřuje pojem

$$\lambda w \lambda t [{}^0V_{\text{asii}}[{}^0N_{\text{ejv}}, {}^0H_{\text{ora}}]]$$

a tento pojem určuje pravidlostní podmínky: víme, že ta věta je pravidlivá v těch 'světarmizích', v nichž objekt, který je v nich nejvyšší z těch objektů, které v nich mají vlastnost *být hora*, patří do třídy těch objektů, které v nich mají vlastnost *být v Asii*. Jestli však mezi takové světarmíhy patří náš, aktuální svět(amih), to nám sama konstrukce neukáže, musíme to zjistit empiricky. Tomu empirickému zjišťování říkáme verifikace.

Jak je tomu v případě neempirických, např. aritmetických vět? Vezměme větu *Dvě plus tři je pět*. Příslušný pojem je (v určitém přiblížení)

$$[{}^0= [{}^0+ {}^02 {}^03] {}^05].$$

Jistě, tato konstrukce konstruuje pravidlostní hodnotu PRAVDA, ale znamená to, že *je pravidlivá*? I zde platí, že konstrukce-pojem pouze identifikuje (konstruuje), ale udělat rovnítko mezi výrazy

*konstruovat pravdu*

a

*být pravidlivý*

není vůbec samozřejmé a může to být nejvýše jakýsi zkratkovitý obrat.

Jinak jsem zvědavý na bod e), zejména na to, jak odpovídá na můj poslední dotaz.

CMOREJ, P.: Začnem bodom d), s ktorým by sme mali skončovať, aby nám zosancovali viacaj miesta na problémy, ktoré sú pre tvoru teóriu pojmov dôležitejšie. Otázku, či overujeme propozície alebo ich konštrukcie, som položil len mimochodom. Išlo mi najmä o úlohu konštrukcií pri overovaní výrokov a o povahu pojmov, ktoré

konštruujú propozície a pravdivostné hodnoty. Domnievam sa, že propozícia ako číre priradenie zohráva pri overovaní podstatne menšiu úlohu ako jej konštrukcia. Keby sme poznali len propozíciu, d'aleko by sme sa nedostali. Ak pravdivostné podmienky sú neštruktúrované entity totožné s propozíciami, tak to platí aj pre ne. Súhlasím však s tým, že konštrukcie propozícií nie sú pravdivé ani nepravdivé a so zreteľom na to o ich overovaní možno hovoriť iba v prenesenom význame. Pri konštrukciách pravdivostných hodnôt to podľa teba vyzerá tak, že neoverujeme ani konštrukcie, ani hodnoty, ktoré konštruujú. Nepovedal si však, čo pritom vlastne overujeme. Chápem tvoje zdráhanie "udělat rovnítko mezi výrazy *konstruovať pravdu a být pravdivy*", ale to nie je odpoveď, na ktorú som čakal. Ostávajú ti dve možnosti: buď akceptovať názor, že v podobných prípadoch overujeme len výroky, alebo názor, že overujeme triviálne propozície, pretože ku každej konštrukcii K pravdivostnej hodnoty existuje propozícia, ktorú konštruuje  $\lambda w\lambda.K$ . V druhom prípade by si musel zmeniť interpretáciu i zápis matematických výrokov.

Bodom e) sa budeme musieť zaoberať vo viacerých replikách. Začнем tým, že by sme mali dôsledne odlišovať *množiny* od ich charakteristických funkcií. Kedže v mnohých úvahách jedny možno nahradiať druhými, často sa *stotožňujú*, čo pokladám za chybu, ktorej by sme sa mali v našich úvahách vyhnúť. P. Tichý namiesto termínu "množina" často používal výraz "collection" a charakteristickú funkciu typu ( $\text{o}\xi$ ) zvyčajne nazýval triedou. Kedže svoje kolekcie nikdy neodlišil od Cantorových množín, zostaňme pri termíne *množina* a ľubovoľnú funkciu typu ( $\text{o}\xi$ ) nazývajme *triedou* (hoci v teórii množín sa termín "trieda" používa v inom význame). Medzi množinami a triedami sú prinajmenej tieto nezanedbateľné rozdiely:

1. Tichého triedy sú číre priradenia, ktoré neobsahujú nijaké prvky, množiny sú abstraktné útvary, ktoré s výnimkou prázdnej množiny obsahujú nejaké prvky.

2. Existencia každej triedy typu ( $\text{o}\xi$ ) závisí od existencie dvoch množín: definičného oboru  $\xi$  a oboru hodnôt o. Každá definovateľná trieda je definovateľná pomocou množín, nie však opačne.

3. Identifikácia triedy typu ( $\text{o}\xi$ ) predpokladá identifikáciu množín o,  $\xi$ , ktoré možno identifikovať bez identifikácie nejakej triedy. To neznamená, že každá množina je identifikovateľná.

4. Tej istej množine entít môžu v rôznych teóriach zodpovedať rôzne triedy. Napríklad v aritmetike prirodzených čísel triedou prvočísel je iná trieda ako v aritmetike reálnych čísel. Na rozdiel od tried, ktoré sa správajú dosť oportunisticky, množiny majú pevný charakter.

5. Poznať triedu typu ( $\text{o}\xi$ ) znamená vedieť, ktoré prvky množiny  $\xi$  vyčleňuje (vyznamenáva pravdou) a ktoré zavrhuje (biľaguje nepravdou), kým množinu môžeme poznať bez toho, že by sme museli poznať prvky, ktoré do nej nepatria.

6. V TIL-ke sa množiny líšia od tried aj typovo. Iba typy sú množiny, a ak  $\xi$  je typ, tak charakteristické funkcie jeho podmnožín sú triedy typu ( $\text{o}\xi$ ). Aj charakteristická funkcia množiny  $\xi$  má tento typ. Pravé *podmnožiny množiny*  $\xi$  nie sú typy ani objekty TIL-ky, namiesto nich v nej máme iba ich charakteristické funkcie.

Z uvedených dôvodov pokladám za zavádzajúce hovoriť o stotožňovaní množín s triedami (píšeš o tom v obidvoch knižkách, hoci v inej terminológii, pozri napr. [2], 46 alebo [3], 24). Typy nemožno predsa stotožňovať s ich charakteristickými funkiami a triedy tu nemáme s čím stotožňovať, pretože pravé podmnožiny typov nie sú typy ani objekty.

Ak nemáš proti uvedeným poznámkam vážnejšie námitky, môžeme pokračovať v diskusii o bode e).

MATERNA, P.: Ještě tedy k bodu d): Ano, je zde jistá nesymetrie ve srovnání s empirickými pojmy. Mluvím o tom trochu i v anglické knize, a některé takové nesymetrie mě dodnes svádějí k tomu, abych zvážil svou dávnou myšlenku (referát na Fregovské konferenci ve Schwerinu), že sémantika se chová 'duálně', pokud jde o matematické a nematematické výrazy. Tehdy jsme hájil myšlenku, že matematické výrazy *denotují* konstrukce na rozdíl od empirických výrazů, které konstrukce vyjadřují a denotují to, co je konstruováno. Nezávisle na tom připouštím, že v matematickém případě ověřujeme konstrukce (pravdivostních hodnot). I tak ten matematický pojem je jen kladení otázky ([3], 65, 66).

Ale k bodu e): I když budeme rozeznávat třídy a množiny v tvém smyslu, jde v obou případech o to, že to jsou 'množinové objekty', tj. objekty, které nemají charakter konstrukcí. Pochopitelně u atomických typů nemůžeme než předpokládat jejich prvky, tyto typy patří mezi výchozí objekty teorie. (V TIL ovšem nemůže být žádný jejich *prvek* dán jinak než trivializací nebo jinou konstrukcí.) Nechci hádat, kam směruješ, ale patrně chceš dokazovat, že jak množiny, tak třídy jistým způsobem 'vyčleňují' objekty. Jestli jsem uhodl, odpovím na to příště.

CMOREJ, P.: Nie, môj cieľ je iný, ale ked' si sa už o tom zmienil, mohli by sme sa pri tom trochu zdržať. Sotva sa mi podarí *dokázať* ti, že aj triedy a množiny v istom zmysle vyčleňujú nejaké objekty (s jednou výnimkou), pretože ty akceptuješ iba explikáciu, podľa ktorej vyčlenenie znamená konštruovať v Tichého zmysle. Nielen mňa, ale možno aj niektorých čitateľov by zaujímalo, prečo si myslíš, že tvoje chápanie vyčlenenia (identifikácie?) je najadekvátnejšie. G. Cantor charakterizoval množinu ako "Zusammenfassung bestimmter wohlunterschiedener Objekte unserer Anschauung oder unseres Denkens - welche die Elemente der Menge gennant werden - zu einem Ganzen". Myslím, že do jeho Zusammenfassung je zahrnuté aj vyčlenenie prvkov, ktoré do množiny zaradíme, v každom prípade die Zusammenfassung toto vyčlenenie predpokladá. Ak si odmyslíme subjekt, ktorý tu robí výber objektov, zostane nám iba ideálny objekt, množina, a nevidím väčnejší dôvod na odmietnutie názoru, že neprázdna množina vyčleňuje isté prvky. Táto intuícia možno stála aj v pozadí Fregeho chápania pojmov, ktorí ich pokladal - ako veľmi dobre vieš - za funkcie priradujúce predmetom pravdivostné hodnoty. Jeho pojem vyberá práve tie prvky, ktorým priraduje hodnotu Pravda. Mal by si ukázať, v čom je naznačené chápanie vyčlenenia pomýlené, a potom sa vrátíme k bodu e).

MATERNA, P.: Nechtěl bych, aby se naše diskuse zvrhla na slovíčkaření ('vyčleňování' kontra 'konstruování'), ale pokud jde o Fregeho teorii, o tom jsem už něco napsal, naposled v srbském časopise THEORIA, "Is Frege's Theory of Concepts More Progressive than Bolzano's?". Fregeho teorie má řadu nedostatků. Mimo jiné: nemůže rozlišit empirické a neempirické pojmy (což snad uznáš), nemůže rozlišit množinu např. prvočísel od různých pojmu též množiny. Na těchto dvou bodech vyloženě ztroskotává i ve smyslu neintuitivnosti. Ostatní námítky mají detailnější charakter, ale ty dvě mi stačí k tomu, abych pokládal Bolzanovu teorii za hlubší. Ostatně ani ty bys nedokázal se vyrovnat s tou druhou námítkou. Proto chápou Fregovce Churche, že tuto teorii nepřijal a navrhl obecnější a adekvátnější pojetí.

CMOREJ, P.: Nespomenu som Fregeho preto, že by som jeho teóriu pojmov pokladal za lepšiu než je tvoja. Súhlasím s tebou, že jeho chápanie pojmov má celý rad nedostatkov. Išlo mi len o to, že triedy pokladal za pojmy a možno aj preto alebo práve preto, že vyčleňujú isté prvky. Za opozíciu "vyčleňovanie" kontra "konštruvanie" sa skrývajú isté nevyjasnené intuície a problémy, ktoré by som neodbyl o-značením "slovičkárenie", ale túto tému musíme pre nedostatok miesta odsunúť bokom.

Prečo sa k tým "nešťastným" množinám toľko vraciam? Ako tvrdia matematici, na teórii množín sa dá vybudovať skoro celá matematika. V ontológii teórií množín vystupujú len množiny a individuá, ktoré nie sú množiny alebo iba množiny (od rozdielu medzi množinami a triedami v Bernaysovom a Gödelovom zmysle tu môžeme pokojne abstrahovať). Konštrukcie v nej chýbajú. Znamená to azda, že tieto teórie sú bez pojmov? To by si musel uprieť pojmy takmer celej matematike. Je však pre mňa záhadou, ako by sa dali tvoje pojmy - či už s hviezdičkou alebo bez nej - implantovať do štandardnej teórie množín. Možno sa dokonca domnievať, že v nej už sú, len ich treba legalizovať a so zreteľom na to modifikovať jej ontológiu. Ako by sa to dalo urobiť, ked'

1. tvoje pojmy sú teoreticko-typové útvary Tichého rozvetvenej teórie typov, ktoré teória množín, rozvíjaná spravidla v jazyku 1. rádu, nepozná, a

2. zermelovské množiny nie sú ani konštrukcie, ani objekty (Tichého triedy), ktoré by tvoje pojmy mohli konštruovať?

MATERNA, P.: Teorie množín je součást matematiky a tak jako ostatní části matematiky je tedy o konstrukcích. Že tyto konstrukce konstruují vlastnosti a relace množin, není nic divného, aritmetické konstrukce rovněž konstruují ne-konstrukce (čísla, funkce apod.). Když vedle sebe naskládáš jednotlivé množiny, nedostaneš teorii množin, ta začne až tehdy, když budeš konstruovať jedny množiny z druhých atd. Nejde proto o nějaké 'implantování pojmu/konstrukcí do teorie množin', teorie množin tady není proto, aby analyzovala svou vlastní sémantiku, od toho máme logiku. Obecně pak každá teorie 'žije' teprve konstruováním, v matematice pak konstruované předměty nejsou intenze (a tedy 'otázky přírode'), takže její konstruování je zdánlivě 'samoúčelné' a můžeme tedy říkat, že o konstrukcích.

Ostatně 'množina'  $\{A_1, \dots, A_n\}$  není nic jiného než konstrukce (psáno bez trivializací a infixně)

$$\lambda x [x = A_1 \vee \dots \vee x = A_n],$$

ale nechť bych na toto téma rozvíjet moc úvah, to by nás zavedlo hodně daleko.

CMOREJ, P.: So zreteľom na rozdiel medzi množinami a triedami, o ktorom som hovoril v predpredposlednej replike, nemôžem súhlasit s tým, že konštrukcia, ktorú uvádzas, konštruuje množinu  $\{A_1, \dots, A_n\}$ . Predstav si, že táto množina je totožná s niektorým typom, napríklad s množinou všetkých ľudí, teda s typom  $\iota$ . Keby tvoja konštrukcia konštruovala túto množinu, konštruovala by sám typ  $\iota$ , a nie jeho charakteristickú funkciu, ktorá je objektom typu ( $\iota\iota$ ). Ak moja úvaha o množinách a triedach je korektná, tak toto by mal byť jeden z jej dôsledkov, ktorý možno ľahko zovšeobecniť na všetky typy. Od toho je už len krôčik k záveru, že "zermelovské množiny nie sú ani konštrukcie, ani objekty ..., ktoré by tvoje pojmy mohli konštruoovať" (ospravedlňujem sa za sebastaciu). Ak som v spomenutej úvahе urobil chybu, mal by si ju identifikovať. Ak som ju neurobil, zostane pre mňa záhadou, ako by sa tvoje rigorózne definované pojmy dali implantovať do teórie množín. Nepochybujem o tom, že intuitívne sa s istými konštrukciami pracuje aj v nej, nemôžem si však nepoložiť otázku, či sú to konštrukcie v Tichého a pojmy v tvjom zmysle.

MATERNA, P.: Jak je to tedy s množinami jakožto ne-třídami: jde jistě vždy o jakési 'collections' (Cantor: "Zusammenfassungen..."), které bereme jako 'primativní' prvky teorie. Pojmy (v méém smyslu), které takové množiny identifikují, bychom ovšem nemohli hledat v té teorii, nýbrž v pojmovém systému, který danou teorii pomáhá vytvořit. V tom nevidím problém. Něco jiného je např. Zermelova (i jiná) teorie množin. Jak jsou v takové teorii identifikovány množiny vůbec? Odpovídám: Nikam, protože ty symboly M, N, ... neoznačují množiny - jsou to proměnné a jde o tzv. "implicitní definici", jejiž kritiku známe nejen z Tichého. Ve skutečnosti Zermelův (Fraenkelův, v. Neumannův atd.) axiomatický systém definuje určitou relaci vyššího řádu, která je splňována těmi objekty, které dík dané valuaci nahradí proměnné 'množin' tak, že ty axiomy se stanou pravdivými větami. Co zbývá jako skutečný obsah takové teorie, je právě konstruování.

CMOREJ, P.: Nezdá sa mi, že by ten problém bol taký jednoduchý a že by sme ho mohli obíť či riešiť spôsobom, ktorý navrhujete. 1. Nič nám nebráni vybudovať zermelovskú teóriu množín s konkrétnymi individuami, ktoré predpokladá Tichý, a v nej pracovať nielen s premennými M, N, ..., ale aj s menami určitých množín. 2. Existuje variant, v ktorom sa uvažuje o celkom určitých množinách, a to: 0, {0}, {0, {0}}, {0, {0}, {0, {0}}}, ... ("0" označuje prázdnú množinu). Lenže to už je téma na iný dialóg a preto navrhujem, aby sme ju d'alej nerozvíjali, lebo zlé jazyky začnú

rozširovať, že tohoročný *Organon F* sme sprivatizovali (tunelovať by sme mohli na najvyšš deficitný rozpočet).

Dlhujem ti ešte odpoved' na jednu pripomienku a k nej pripojenú otázku, ktoré si mi adresoval v jednej replike v bode ad e). Aby čitatelia, ktorí sa nedali odradiť odstrašujúcim puntičkárvstvom mojich replík a prehrázli sa naším dialógom až sem (nájdu sa aspoň traja?), nemuseli podstúpiť tortúru čítania ešte raz, tvoju pripomienku i otázku radšej odcitujem.

Najprv pripomienku: "Jestli se domníváš, že 'moje' pojmy nepokrývají všechny pojmy, tak tvé řešení - totiž hodit všechny pojmy do jednoho pytle-pojmu - je pozoruhodný extrém a zdá se nasvědčovat tomu, že tvá intuice, podle které má intuice je příliš úzká, není dost určitá." Máš pravdu, musím priznať, že moja intuícia naozaj nie je dosť určitá. Nepovedal by som však, že každý abstraktný objekt je pojem, hoci jedna z mojich neopatrnych formulácií by sa dala interpretovať v tomto zmysle. Medzi pojmy by som nezaradil napríklad ideálne geometrické útvary. Pojem štvorca je niečo iné ako určitý štvorec, ktorý má štyri rovnaké strany, dve zhodné uhlopriečky, určitý obsah atď. Má pojem ŠTVOREC strany, uhlopriečky, obsah a pod.? Má ich pojem ŠTVOREC, KTORÉHO STRANA MÁ 2 m A OBSAH 4 m<sup>2</sup> atď.? Zrejme sa zhodnešne v tom, že nemá. Žiaľ, ostrú hranicu, ktorá oddeluje pojmy od abstraktnych objektov, nepoznám a obávam sa, že ani nejestvuje, takže ju môžeme viest' viacerými spôsobmi. To neznamená, že pokusy načrtnúť ostrú deliacu čiaru medzi pojmmami a abstraktnymi objektmi, ktoré nimi nie sú, považujem za zbytočné. Naopak! Sú to predsa pokusy o zmapovanie terénu obývaného ideálnymi entitami, pokusy, ktoré nám umožňujú lepšie sa v ňom orientovať a jeho obyvateľov lepšie chápať, triediť, usúvzať a ovládať. Som presvedčený, že k tomu prispela aj tvoja teória.

Teraz odcitujem tvoju otázkou aj s textom nad ňou:

"Shrnuto: Jestliže říkáš 1) množiny jsou pojmy, 2) množiny nejsou konstrukce, pak z toho vyplývá, že mou teorii nepřijímáš ne kvůli jednotlivostem, nýbrž kvůli tomu, že neuznáváš ,konstrukční charakter pojmu. Pak jsou dvě možnosti: bud' uznáváš, že pojmy jsou procedury, ale nepřijímáš explikaci procedur jakožto konstrukcí, nebo dokonce popíráš procedurální, strukturovaný charakter pojmu. Nevidím třetí možnost. Která z těch dvou možností platí?"

Neuznávam tézu, že *všetky* pojmy majú konštrukčný charakter v tvojom zmysle. V niekoľkých predchádzajúcich replikách som sa pokúsil uviesť dôvody, pre ktoré sa prikláňam k tomuto názoru. Nemôžeme predsa upriť pojmy teórii množin a na nej vybudovanej matematike. Spomedzi pojmov si vyradol aj vlastnosti a vztahy, ktoré sa už tradične pokladajú za pojmy. Na druhej strane už v úvodnej replike som dal jednoznačne najavo, že straním teórii, podľa ktorej pojmy sú štruktúrované entity, no zároveň som v zátvorkách dodal "hoci nie všetky". Zdá sa, že tento dodatok si bud' prehliadol, alebo pokladal za preriecknutie, ktoré bude lepšie zdvorilo ignorovať. K "explikaci procedur jakožto konstrukcií" by som chcel poznamenať aspoň toľko, že pojem konštrukcie by sme nemali zužovať na Tichého chápanie, ktoré je dobré v jeho teórii typov, ale pravdepodobne sa neosvedčí pri aplikácii na štandardnú teóriu množín. Čo nás oprávňuje tvrdiť, že Tichý vyčerpal všetky možnosti konštruuovania

entit? Veľmi dobre vieš, že aj on prešiel vývinom, v ktorom k pôvodným druhom či modom konštrukcií predloženým v sedemdesiatych rokoch pridal v druhej polovici osemdesiatych rokov niekoľko ďalších. Nemôžeme predsa a priori vylúčiť iné mody konštruovania entít, ktoré môžu existovať alebo sa objavíť v teóriach vybudovaných na iných východiskách a principoch ako Tichého rozvetvená teória typov, napríklad v teóriach prvého rádu. Uvedomujem si, že tomuto stanovisku chýba určitosť a exaktnosť twojho prístupu, ale dávam mu prednosť, lebo je realistickejšie a ústretovejšie voči konceptuálnym konštrukciám, ktoré sa nedajú vtesnať do rámca Tichého systému. Teda na rozdiel od teba ja vidím "tfeti možnosť". Nech ďalší vývin teórie/i pojmov ukáže, či vidím iba chiméru alebo reálne sa črtajúci horizont ďalšieho vývinu.

Na záver by som rád zdôraznil, že pochybnosti a výhrady, ktoré som v dialógu vyjadril na margo twojej teórie pojmov, mi vôbec nebránia oceniť jej prínos. Osobitne treba vyzdvihnuť subtilnosť zavedených konceptuálnych dištinkcií a množstvo originálnych nápadov a postrehov, ktoré by sme márne hľadali v prácach iných autorov. V každom prípade sa ti podarilo ukázať, ako by mohla vyzeráť jedna sľubná teória pojmov vybudovaná v rámci TIL-ky. Domnievam sa, že twoj príspevok nebude môcť obistiť - aspoň v našom regióne - žiadny poctivý autor, ktorý sa bude v najbližších rokoch zaoberať logickou teóriou pojmov. Nájde v nej mnoho podnetov a výziev pre vlastnú prácu a hoci nebude s tebou vždy súhlasiať, bude sa musieť s twojou teóriou vyrovnáť.

MATERNA,P.: Na záver naší (jistě neuzavřené) diskuse a v reakci na tvé záverečné slovo bych rád ťekl následující:

a) Zatím jsi mě nepřesvědčil o schůdnosti takové explikace pojmu, která by vedla k nehomogenní skupině, v niž něco by bylo a něco nebylo strukturované. Pojem ČTVEREC je podle mne nejen odlišný od jednotlivých čtverců, ale také od *množiny všech čtverců*. To, že jsem odlišil třídy, vlastnosti a vztahy od jejich konstrukcí, pokládám za jeden z nejdůležitějších bodů mé koncepce. Pokud bys chtěl toto ostré rozlišení zachovat a jen nechtěl ty (uzavřené) konstrukce nazývat pojmy, nepokládal bych to za šťastné, ale s tím bych se smířil.

b) Pokud jde o to, že teorie konstrukcí je otevřená teorie a neměla by se dogmaticky omezovat na to, co (byť podle mne nesmírně šťastně) definoval Tichý, tady s tebou bezvýhradně souhlasím. Ostatně i z diskuse Tichého s tebou na stránkách *Organonu F* je zřejmé, že jeho pojetí 'komplexu' je méně obecněji než jako konstrukci. Ten základní přístup (funkcionální, využívající geniálního Churchova objevu -kalkulu) bych hleděl zachovat.

c) Konečně bych ti rád poděkoval za nesmírně podnětné dotazy, které mě přiměly k hlubšímu promýšlení věci. Zažil jsem nad nimi sice horké ('hot', ne 'hořké') chvilky, ale bylo mi přitom dobré.

Ať vzkvétá *Organon F* a jeho redakce!

*Prof. Pavel Materna, FÚ AV ČR,  
Jilská 1, 110 00 Praha 1,  
e-mail: logica@mbox.cesnet.cz*

*Pavel Cmorej, FÚ SAV,  
Klemensova 19, 813 64,  
Bratislava,  
e-mail: organon@klemens.savba.sk*

## POZNÁMKY

<sup>1</sup> Pozri *Organon F* VII (2000), č. 2, 176 - 191.

<sup>2</sup> Nemyslim si však, že žiadna propozícia nemôže byť daná ako čire priradenie. Ak je logický priestor nekonečný, tak v podobe priradenia môžeš určiť aspoň verum, falsum či propozíciu, ktorá nie je definovaná v žiadnom svetamihu, a možno aj zopár ďalších. Ak logický priestor má pomerne malú mohutnosť, tak každú propozíciu možno uviesť ako priradenie. Ako by si overil také priradenie, keby som ti neposkytol jeho konštrukciu?

## LITERATÚRA

- [1] CMOREJ, P. (1990): Vývin pomov. *Filosofia* 45, č. 3, 288-308.
- [2] MATERNA, P. (1995): *Svět pojmu a logika*. Filosofia, Praha.
- [3] MATERNA, P. (1998): *Concepts and Objects*. Acta Philosophica Fennica, vol. 63. Helsinki.
- [4] TICHÝ, P. (1988): *The Foundations of Frege's Logic*. Walter de Gruyter, Berlin - New York.
- [5] TICHÝ, P. (1992): *Sinn & Bedeutung Reconsidered. From the Logical Point of View* 2, 1-10. Český preklad in [6], 147-161.
- [6] TICHÝ, P. (1996): *O čem mluvíme*. Filosofia, Praha.
- [7] TICHÝ, P. (1998): Konstrukce jako předmět matematiky. *Filosofický časopis* 46, 231-243.