Organon F 20 (2) 2013: 201-221

Millovo pojetí čísla[1]

PROKOP SOUSEDÍK

Katolická teologická fakulta. Univerzita Karlova v Praze. Thákurova 3
160 00 Praha 6. Česká republika
prokop.sousedik@seznam.cz

DAVID SVOBODA

Filosofický ústav. Akademie věd České republiky, v.v.i. Jilská 1
110 00 Praha 1. Česká republika
davidsvoboda@sovice.net

ZASLÁN: 05-04-2012 ▪ PŘIJAT: 27-06-2012

ABSTRACT: According to the positivists, all our knowledge is based on experience which is the foundation not only of every empirical science, but also of those disciplines that are usually considered to be *a priori*. The paper consists of two main parts. Firstly, a positivist concept of number defended by J. S. Mill is presented; secondly, it is shown how this conception can settle some objections coming from apriori-oriented philosophers. Mill's theory of number is interesting for at least two historical reasons. It is developed in connection with a relatively rich scholastic logic which is why its methodology is similar to the contemporary philosophy of language; it is indispensable for an appropriate comprehension of the concept of number that was proposed by Mill's most famous opponent G. Frege.

KEYWORDS: Arithmetic – Frege – induction – Mill – number.

J. S. Mill (1806 – 1873) patří mezi čelné představitele anglického pozitivizmu.[2] Zástupci tohoto směru se hlásí k myšlence, že jediným zdrojem na-

[1] Práce na článku byla podpořena z grantu GAČR 13-08512S.

šeho poznání je smyslová zkušenost. V tomto ohledu navazují na tradici britského empirismu a samozřejmě také na empiristická východiska Aristotelovy filosofie. Pozitivisté jsou však v určitém smyslu radikálnější než empiricky orientovaní filosofové. Jejich radikalita spočívá především v tom, že na rozdíl od svých předchůdců zdůrazňují indukci jakožto jediný myšlenkový postup, jehož pomocí dospíváme k vědeckému poznání (srov. Skorupski 1989, 1-47). S takovýmto jednotným přístupem k vědecké metodě se ani u empiriků, ani u Aristotela nesetkáváme. Aristoteles, jak známo, indukci neodmítal, nicméně jeho pojetí vědy bylo přesto ve své podstatě deduktivní. Britští empirikové sice Aristotelovo myšlenkové schéma v mnohém kriticky pozměnili, nicméně ani u nich se s jednotnou induktivní metodou setkat nelze.

S důrazem na jednotnou metodu pak souvisí to, že pozitivisté na rozdíl od empiriků odmítají dělit vědu na podstatně odlišné skupiny. Věda podle nich vytváří jeden homogenní celek, jehož pojítkem je empirismus a jednotná induktivní metoda. S tím však souvisí vážný problém. K celku vědění totiž nepatří jenom běžné přírodovědecké disciplíny jako fyzika nebo chemie, ale i matematika a logika. Na první pohled se však zdá, že mezi těmito formálními disciplínami a běžnou empirickou vědou zeje hluboká propast. Zdá se totiž, že matematika a logika jsou *a priori*, zatímco běžná přírodověda *a posteriori* a že v apriorních disciplínách postupujeme deduktivně, naproti tomu v aposteriorních disciplínách většinou induktivně. Jsou-li však tato mínění pravdivá, pak je na příkladu matematiky a logiky zcela zjevné, že pozitivizmus odporuje běžné vědecké praxi, a proto je třeba ho odmítnout.

Tuto námitku si uvědomil i J. S. Mill a v díle *A System of Logic* se pokusil ukázat, že naprosto všechny vědecké disciplíny jsou založeny naší empirickou zkušeností a že tedy v každé z nich postupujeme induktivně.[3] Nejtvrdší oříšek v tomto ohledu představuje podle Millových slov (1973 III, 24, 9) věda o čísle neboli aritmetika. Millův pokus vyložit aritmetiku jako induktivní a empiricky založenou vědu je namířen proti všem formám dobového apriorismu, jehož hlavním představitelem nebyl pouze I. Kant, ale

---

[2] Literatura o Millovi je rozsáhlá, nicméně jako klíčové se nám ze současné tvorby jeví tyto (i u nás dostupné) příspěvky: Skorupski (1989); Skorupski (1998); Milla citujeme podle standardního kritického vydání: *Collected Works of J. S. Mill*, 1963 – 1991. Český příspěvek k Millově koncepci čísla: Fiala (2010). Informace o Millově životě a díle nalezne český čtenář v Sousedík (2011).

[3] Srov. Mill (1973, II, 4, 2, tj. druhá kniha, kapitola 4, paragraf 2).

rovněž zastánci nominalismu, jejichž koncepce vyrostla na pozadí britského empirismu.[4]

Cílem příspěvku je objasnit Millovo empiristické pojetí aritmetiky a dále ukázat, jak se lze z jeho pozic vypořádat s námitkami aprioristicky orientovaných filosofů. Na pozadí tohoto rozvrhu vyjde najevo, že Millova koncepce má hodně společného s aristotelsky orientovanou scholastikou. Tuto tradici sice náš autor z ideologických důvodů rezolutně odmítal, nicméně přesto byl některými myšlenkami tohoto směru zjevně inspirován. Právě tato, dosud více méně přehlížená skutečnost, však sehrála podle našeho soudu důležitou historickou roli. Mill jakožto dobrý znalec scholastické logiky totiž působí jako prostředník mezi stagnujícím světem scholastiky a dynamicky se rozvíjejícím myšlením soudobé filosofie.[5] S určitou nadsázkou tak

---

[4] Jak známo, podle Kanta je matematika založena čistým názorem času a prostoru, a proto má apriorní povahu. Matematika má však apriorní povahu i podle soudobých nominalistů, kteří se domnívají, že matematické věty nejsou nic jiného než pouhé verbální transformace jazyka (pouhé substituce jednoho výrazu za druhý). V této souvislosti je třeba upozornit, že Mill byl sice nominalistou, co se týče sporu o univerzálie, ale přesto odmítal právě popsané nominalistické založení matematiky. Srov. Skorupski (1989, 95-98).

[5] Mill ve své autobiografii (1973, 1-2) otevřeně přiznává, že scholastická logika sehrála v průběhu jeho vzdělání klíčovou roli. Říká: "My own consciousness and experience ultimately led me to appreciate quite as highly as he did, the value of an early practical familiarity with the school logic. I know nothing, in my education, to which I think myself more indebted for whatever capacity of thinking I have attained. The first intellectual operation in which I arrived at any proficiency, was dissecting a bad argument, and finding in what part the fallacy lay: and though whatever capacity of this sort I attained was due to the fact that it was an intellectual exercise in which I was most perseveringly drilled by my father, yet it is also true that the school logic, and the mental habits acquired in studying it, were among the principal instruments of this drilling. I am persuaded that nothing, in modern education, tends so much, when properly used, to form exact thinkers, who attach a precise meaning to words and propositions, and are not imposed on by vague, loose, or ambiguous terms. The boasted influence of mathematical studies is nothing to it; for in mathematical processes, none of the real difficulties of correct ratiocination occur. It is also a study peculiarly adapted to an early stage in the education of philosophical students, since it does not presuppose the slow process of acquiring, by experience and reflection, valuable thoughts of their own. They may become capable of disentangling the intricacies of confused and self-contradictory thought, before their own thinking faculties are much advanced; a power which, for want of some such discipline, many otherwise able men altogether lack; and when they have to answer opponent, only endeavour, by such argument as they can command, to

lze Millovu úlohu přirovnat k roli, kterou později pro fenomenologii sehrál F. Brentano.[6]

Článek dělíme do tří základních částí. V první krátce vyložíme Millovu teorii významu a na tomto pozadí jeho pojetí čísla, resp. číselných propozic. Tento výklad nás povede k závěru, že aritmetika je podobně jako ostatní vědní disciplíny založená na zkušenosti, tj. *a posteriori*. To před nás staví dvě námitky, s nimiž se vyrovnáváme ve zbylých dvou částech našeho příspěvku. První námitka souvisí s tím, že aritmetika zřejmě předchází všechny ostatní disciplíny a lze ji univerzálně aplikovat. To však odporuje její předpokládané aposteriorní povaze. Dále lze namítnout, že aritmetika přece nepostupuje induktivně, ale deduktivně.

1. Millovo pojetí aritmetiky

Kniha *A System of Logic* může vyvolat určité rozpaky. Poučenému čtenáři začne být totiž téměř okamžitě zřejmé, že Mill, ačkoli hlásá myšlenky v jeho době velmi progresivního pozitivizmu, navazuje i na konzervativní tradici scholastické logiky. Tato závislost však nečiní Millův myšlenkový projekt nezajímavý či dokonce vnitřně rozporuplný, spíše naopak.

S jakými stopami scholastického působení se však v *Systému logiky* můžeme setkat? Jsme-li dobře seznámeni s novověkou filosofickou literaturou, může nás v prvé řadě zarazit samotný způsob Millova výkladu. Mnozí významní novověcí myslitelé totiž běžně předkládají svoje myšlenky formou esejů a nikoli jako těžko stravitelné filosofické sumy či traktáty. Otevřeme-li však *Systém logiky*, máme na první pohled dojem, že čteme nějaké scholastické pojednání. Myšlenky nově vznikajícího pozitivizmu jsou vyjádřeny postaru, tj. pomocí jemného technického aparátu (především druhé) scholastické logiky. Tato logika však řešila své problémy velmi často z jazykové perspektivy. Z našeho hlediska je pak důležité, že tímtéž způsobem přistupuje k filosofickým problémům i náš autor. Mill podobně jako scholastičtí

---

support the opposite conclusion, scarcely even attempting to confute the reasonings of their antagonists; and, therefore, at the utmost, leaving the question, as far as it depends on argument, a balanced one."

[6] F. Brentano charakterizoval psychický fenomén v návaznosti na aristotelsko-scholastickou tradici pomocí tzv. zaměřenosti neboli intencionality. V tomto ohledu, jak známo, ovlivnil zakladatele fenomenologické školy E. Husserla.

autoři obrací, byť ne vždy systematicky, svoji pozornost k logice a jazyku. Není divu, že Millův přístup posléze přitáhl pozornost filosofů 20. století, kteří diskutovali o problémech reference (srov. dnes již klasické dílo Kripke 1980).

Millův zájem o jazyk se přirozeně promítá i do jeho přístupu k aritmetice. Chceme-li jeho pojetí aritmetiky, resp. čísla hlouběji prozkoumat, musíme samozřejmě nejprve obrátit pozornost k této oblasti. Proto je třeba, abychom nejprve vysvětlili jeho sémantiku singulárních i obecných termínů a posléze na tomto pozadí formulujeme jeho pojetí propozice. Úvahy tohoto paragrafu tedy rozdělíme do dvou částí: v první shrneme základní rysy Millovy sémantické teorie, ve druhé ukážeme, jak se lze na tomto pozadí vypořádat s problémy spojenými s aritmetikou.

1.1. Sémantická teorie

Millovým východiskem je analýza jednoduché propozice.[7] Tu chápe jako *část diskursu, v němž predikát přisuzujeme nebo upíráme subjektu* (1973, I, 4, 1). Propozice má tedy tři části: subjekt, kopulu a predikát. Kopula spojuje či odlučuje termíny, které stojí na místě subjektu a predikátu. Na místě subjektu i na místě predikátu pak může stát jedině tzv. kategorematický termín, který signifikuje některou z kategorií. Mill explicitně odmítá (1973, I, 1, 2) připustit možnost, že by se na tomto místě mohl vyskytovat tzv. termín synkategorematický, jenž sám o sobě signifikaci nemá.

Kategorematické termíny dále rozděluje na dva druhy, obecné a singulární. Podle Milla „obecný termín je jméno, které lze ve stejném smyslu pravdivě vypovídat o každé z nevymezeného množství věcí. Individuální či singulární termín je termín, který lze v jednom smyslu pravdivě vypovídat pouze o jediné věci“ (Mill 1973, I, 2, 3).

Zastavme se nejprve u singulárních termínů. Ty se dělí na vlastní jména a deskripce. Rozdíl mezi těmito dvěma typy výrazů spočívá v tom, že deskripce nejenom denotují příslušný předmět, ale navíc spoluoznačují či konotují jedinečnou vlastnost příslušného individua. Deskripce *filosof, který byl r. 399 př. K. otráven bolehlavem* nejenom denotuje Sokrata, ale současně i konotuje vlastnost, jejímž jediným nositelem je Sokrates; naproti tomu

[7] V další analýze používá Mill terminologii, kterou přijímá ze scholastického prostředí (signifikace, konotace, denotace, kategorematický a synkategorematický termín atd.). Se scholastickým významem této terminologie se lze seznámit v Sousedík (2001, 102-110). Vysvětlení Millovy terminologie lze najít v Skorupski (1989, 48-77).

vlastní jméno *Sokrates* denotuje Sokrata, aniž by přitom konotovalo jakoukoli z jeho vlastností. Sám Mill charakterizuje rozdíl mezi vlastními jmény a deskripcemi těmito slovy:

> ... kdykoli jména, která dáváme předmětům, něco spolusdělují, to znamená, když ve vlastním smyslu mají nějaký význam, pak význam nespočívá v tom, co označují (denotují), ale v tom, co spoluoznačují (konotují). Jediná jména předmětů, která nic nespoluoznačují, jsou vlastní jména... (Mill 1973, I, 2, 5)

Významem singulárních termínů je tedy v případě deskripce empiricky zjistitelná a individuující vlastnost konkrétního individua; významem vlastních jmen je naproti tomu konkrétní empirické individuum, které je tímto výrazem denotováno.

Zatímco singulární termíny lze, jak jsme viděli, rozdělit na dvě skupiny, obecné termíny vytvářejí homogenní skupinu. Všechny tyto termíny totiž mají konotaci, která vymezuje jejich denotaci. Takže např. termín *ctnostný* je podle Milla

> ... jméno, které se aplikuje na ctnostná individua díky tomu, že tato individua jsou nositeli příslušného atributu... Aplikuje se na všechny entity, pro něž platí, že mají tento atribut a na žádná, která tento atribut nemají. (Mill 1973, I, 2, 5)

Obecné termíny se tedy v sémantickém ohledu chovají v podstatě stejným způsobem jako deskripce. Podobně jako deskripce totiž mají denotaci i konotaci, přičemž to, co je denotováno, i to, co je konotováno, musí mít pro každého důsledného pozitivistu opět empirickou povahu (srov. Skorupski 1989, 53-59).

Výklad sémantiky singulárních i obecných termínů vede k závěru, že význam kategorematických termínů je vždy určen empirickými danostmi. Náš autor by proto jistě souhlasil s verifikační teorií významu, již později formulovali logičtí pozitivisté.[8] Ti, jak známo, považovali za smysluplné jen ty kategorematické výrazy, které lze redukovat na empirické danosti. Pro náš další výklad je užitečné připomenout, že logičtí pozitivisté rozlišovali dva druhy

---

[8] Srov. např. Carnap (1932, 219-241). Carnap zde připisuje tuto teorii původně L. Wittgensteinovi.

propozic, totiž analytické a syntetické. Analytické výroky přitom považovali za apriorní, všechny syntetické výroky naopak za aposteriorní.[9]

Podívejme se nyní na to, jak toto rozlišení anticipuje Mill. Positivismus, jehož základním myšlenkovým předpokladem je založení veškerého poznání na smyslové zkušenosti, jistě uzná existenci syntetických soudů a posteriori. Po terminologické stránce Mill hovoří o *reálných propozicích* (srov. Mill 1973, I, 6, 4). Poněkud problematičtější jsou propozice analytické. Uznání této skupiny zřejmě odporuje východiskům positivismu. Existuje-li totiž jediný zdroj našeho poznání, měl by v důsledku toho existovat pouze jeden druh propozic. I přes tuto skutečnost nalezneme v Millově sémantické koncepci skupinu výroků, kterou bychom mohli i dnes řadit mezi výroky analytické. Ty Mill nazývá *verbální* (1973, I, 6, 4).

Rozlišení mezi verbálními a reálnými propozicemi jistě může vyvolat určité pochybnosti. Existují-li totiž dva druhy propozic, měly by se analogicky vyskytovat i dva druhy podstatně odlišných zdrojů poznání a díky tomu i dvě zásadně odlišné skupiny vědních oborů. Jistě bychom měli za těchto okolností tendenci zařadit právě aritmetiku mezi disciplíny apriorní, čistě jazykové disciplíny. Tomuto svodu podle Milla zjevně podlehli soudobí nominalisté. Podle Milla je však tento závěr v rozporu s principy pozitivistického programu. Jak však za těchto okolností vysvětlit, co Mill rozumí verbálními propozicemi? K odpovědi na tuto otázku přistoupíme tak, že nejprve načrtneme jeho pojetí propozic reálných a na tomto základě ukážeme, jak chápat propozice verbální.

Reálné propozice jsou totiž propozicemi v pravém slova smyslu. Jsou pravdivé tehdy, shodují-li se s příslušnou empirickou realitou. Mill se velmi podrobně zabývá tím, za jakých podmínek jsou jednotlivé druhy reálných propozic pravdivé. Důsledně při tom vychází ze své sémantické koncepce termínů, tj. ze skutečnosti, že s termíny spojujeme denotaci a/nebo konotaci. Přesné vymezení významů jednotlivých druhů propozic však není z našeho hlediska důležité, a proto postačí, uvedeme-li pro ilustraci dva příklady.[10] Běžná singulární propozice např. *Sokrates je moudrý* znamená, že předmět denotovaný vlastním jménem *Sokrates* má atribut, který konotuje obecný termín *moudrý*; obecná propozice např. *Každý člověk je smrtelný* znamená, že cokoli má atribut, který konotuje subjekt (člověk), má i atri-

---

9 Srov. Ayer (1946); k této problematice srov. český sborník editorů Sousedík – Peregrin (1995).

10 Detailní výklad této problematiky lze nalézt v Skorupski (1989, 63-67).

but, který konotuje predikát (*smrtelný*). Millovo pojetí reálných propozic vede k následujícímu závěru. Protože vědy zachycují realitu kolem nás, vyskytují se v nich výhradně reálné propozice, které jako jediné mají skutečnou epistemologickou hodnotu. Je důležité si uvědomit, že podle Milla jsou epistemologicky hodnotné nejenom běžné empirické vědy, ale také disciplíny jako matematika a logika. Z těchto důvodů musí být propozice, které se vyskytují v těchto disciplínách, rovněž reálné. Právě v tomto ohledu se Millova koncepce podstatně odlišuje od pojetí, které přibližně o sto let později předložili logičtí positivisté. Verbální propozice jsou sice podobně jako analytické výroky logických pozitivistů *a priori*, nicméně jejich epistemologická hodnota je na rozdíl od analytických výroků téměř nulová. To, že logičtí positivisté znovu objevili oblast apriorního, pak souvisí především s novým založením logiky, k němuž došlo na sklonku 19. století (srov. Coffa 1991).

Vraťme se však k Millovi a ptejme se, jakou roli sehrávají čistě verbální propozice v jeho positivistické koncepci. Tyto propozice se podle něj „v pravém slova smyslu nevztahují k žádné faktické okolnosti, ale pouze k významu jmen. Jelikož jména a jejich signifikace jsou něčím naprosto svévolným, nelze takovéto propozice, přísně vzato, podrobit zkoumání ohledně jejich pravdivosti či nepravdivosti, ale pouze zkoumání toho, zda se shodují či neshodují s užitím či konvencí. Jediný důkaz, jemuž je můžeme podrobit, je důkaz užitím; tj. důkaz, že ostatní užívají slova ve shodě s tím, jak je mluvčí nebo pisatel hodlá užívat“ (Mill 1973, I, 6, 1).

Verbální propozice sice platí *a priori*, nicméně oblast apriorního není samostatná sféra, ale pojednává o pouhých jazykových konvencích. Jsme-li s nimi obeznámeni, neznamená to samo o sobě, že musíme podle našeho autora něco vědět o reálném světě. Zkoumáme-li verbální propozice, nezajímá nás totiž jejich shoda s realitou (faktem), ale pouze shoda s *užitím či konvencí*.

S marginalizací epistemologické hodnoty verbálních výroků souvisí i marginalizace celé apriorní sféry. Millovo pojetí tak stojí v příkrém protikladu ke koncepcím, které oblast apriorního více či méně zdůrazňují. V tomto ohledu máme samozřejmě na mysli dílo I. Kanta, jehož *koperníkánský obrat* dal podnět ke vzniku teorií, podle nichž oblast subjektu, tj. oblast apriorního, je naprosto klíčová a jako taková je úhelným kamenem celé oblasti poznání.

1.2. Pojetí aritmetiky

Poté, co jsme v základních obrysech vyložili Millovu sémantickou koncepci, můžeme přejít k Millovu pojetí aritmetiky. Podívejme se nejprve na povahu termínů, z nichž jsou aritmetické propozice utvořeny. To jsou v prvé řadě číslovky. Na první pohled by se mohlo zdát, že číslovky jsou podobně jako vlastní jména či deskripce singulární termíny, které však nedenotují konkrétní, ale abstraktní předmět. To však Mill zcela odmítá! Podle jeho soudu se číslovky ze sémantického hlediska chovají obdobně jako termíny, s nimiž běžně pracujeme v jiných reálných vědách. Klíčovou roli v těchto vědách nehrají termíny singulární, ale od dob Aristotelových termíny obecné. V zoologii sehrává tuto roli dejme tomu obecný termín *zvíře*, v botanice termín *rostlina* atd. Jelikož je aritmetika stejně jako zoologie či botanika reálnou vědou, musí i ona pracovat s obecnými termíny. Takovým termínem je jednak samotný výraz *číslo* a dále jednotlivé číslovky. Jsou-li však uvedené aritmetické výrazy obecnými termíny ve stejném slova smyslu jako termíny, s nimiž se setkáváme v jiných vědách, musí se v sémantickém ohledu chovat stejným způsobem. Jinými slovy: číslovky musí mít podobně jako běžné obecné termíny denotaci a konotaci.

Podívejme se nyní na to, co podle Milla jednotlivá čísla denotují a co konotují:

> Každé z čísel dva, tři, čtyři atd. denotuje fyzický jev a konotuje fyzickou vlastnost těchto jevů. Dvě např. denotuje všechny dvojice věcí, dvanáct všechny tucty věcí, konotuje pak to, co je činí dvojicemi nebo tucty... Co je tedy to, co konotuje jméno čísla? Samozřejmě je to nějaká vlastnost, která náleží agregátu věcí, který nazýváme tímto jménem; a tato vlastnost je totožná s charakteristickým způsobem, jímž je agregát složen z částí a může být na ně opět rozložen. (Mill 1973, III, 24, 5)

Povšimněme si nejprve toho, že se Mill důsledně drží svých empiristických východisek. Číslovky, podobně jako běžné obecné termíny, denotují i konotují příslušnou fyzickou či empirickou realitu a nevztahují se tak k žádné apriorní skutečnosti. Mezi běžným obecným termínem a číslovkou přesto existuje určitý rozdíl. Běžný obecný termín totiž denotuje jednotlivé věci, např. termín *moudrý* denotuje jednotlivé moudré lidi. Oproti tomu číslovka v pravém slova smyslu jednotlivé věci nedenotuje. Číslovka *dvě* např. nemůže za žádných okolností denotovat samotného Sokrata či jiné podobné individuum, ale dvojice takovýchto individuí. Číslovka *dvanáct* pak jejich tucty atd. Tyto skupiny však musí existovat podobným způsobem jako jednotlivé věci a podobně jako ony musí mít příslušné vlastnosti či atributy. Tak jako se můžeme ptát, jaký atribut konotuje výraz moudrý, můžeme se rovněž zeptat, co konotuje číslovka *dvě* či číslovka *dvanáct*. Co je však tímto atributem? Z výše uvedeného je zřejmé, že je to *charakteristický způsob, jímž je agregát složen z částí a může být na ně opět rozložen*. Např. dvojici filosofů lze složit ze Sókrata a Platóna a tuto dvojici lze opět na tyto filosofy rozložit. Naše zkušenost se skládáním a rozkládáním bude samozřejmě daleko komplikovanější v případě skupiny, která má dvanáct prvků. V tomto případě totiž můžeme tuto skupinu složit či rozložit větším počtem vzájemně odlišných způsobů (dvě šestice, čtyři trojice, atd.). Atributy, jež mají agregáty věcí a jež charakterizujeme pomocí číselných predikátů, jsou tedy odvozeny z naší zkušenosti se skládáním a rozkládáním agregátů empirických individuí.

Ztotožníme-li však sémantickou funkci běžných predikátů s predikáty číselnými, narážíme na určitý problém. Počet běžných empirických predikátů je konečný, zatímco počet číselných predikátů omezený není. Řadu čísel lze totiž přidáváním jednotky neustále zvětšovat. Tímto způsobem můžeme vytvářet závratně velká čísla, s nimiž jsme pak s to pracovat stejným způsobem jako s čísly malými. Význam těchto velkých čísel je nám tedy dán právě tak, jak význam čísel malých. To však odporuje Millovu předpokladu, podle nějž číselné predikáty získáváme na zkušenosti s empirickými agregáty. Jistě máme zkušenost s málopočetnými agregáty, obtíže však nastávají v případě agregátů, které by se měly skládat ze závratně velkého počtu prvků. Podobně Millovi namítá i Frege (1884, §8): „Kdo by chtěl vážně tvrdit, že skutečnost, která je... obsažená v definici nějakého osmnácticiferného čísla, někdo někdy pozoroval, a kdo chce popřít, že tato číslice má přesto význam?“

Máme-li na Fregovu oprávněnou námitku z Millova pohledu odpovědět, musíme v prvé řadě uznat, že číselné predikáty se do jisté míry skutečně liší od predikátů běžných. Tento rozdíl však nemá sémantickou povahu, ale spočívá ve způsobu, jímž predikáty vytváříme. Zatímco v případě běžných predikátů vycházíme z bezprostřední empirické zkušenosti s jednotlivými věcmi, s číselnými predikáty je tomu poněkud jinak. Jistě máme běžnou zkušenost s málopočetnými agregáty (podobně jako s individui) a na tomto základě běžně vytváříme malá čísla. Aritmetik jako vědec však podle Milla postupuje jiným způsobem. Povšimne si empirického faktu, že číslo vzniká přidáním jednotky k číslu předcházejícímu. Každá následující číslovka tedy podle něj (1973, III, 24, 5) denotuje číslo, *které je formováno přidáním jednotky k číslu, které mu co do velikosti předchází*. Díky tomu máme k dispozici obecné na empirii založené schéma, jehož pomocí můžeme vytvářet definice čísel do nekonečna.

S takovouto definicí čísel by se samozřejmě neztotožnili pouze matematikové, ale nachází širokou odezvu i mezi filosofy. Mezi nimi se pak dále vedou diskuse o tom, jakou povahu tato definice má. Nominalisté, proti nimž se náš autor vymezuje, zastávají názor, že se jedná o definici nominální; naopak Mill (1973, III, 24, 5) ji považuje za definici reálnou. Definice čísel tedy nemohou být verbální, ale reálné propozice.

V aritmetice však nepracujeme pouze s neomezeným množstvím definic jednotlivých čísel, která vždy odpovídají schématu n = n + 1. Kromě toho se v ní setkáváme i s neomezeným počtem rovností, jako např. 7 = 5 + 2. Mohli bychom tedy opět namítnout, že význam těchto rovností není odvozen ze zkušenosti, ale je dán *a priori*. Mill by se mohl s tímto problémem vyrovnat podobně jako s problémem předcházejícím. Podobně jako lze k velmi vysokým číslům dospět na základě empiricky založeného schématu n = n + 1, lze nalézt empiricky založené axiomy, jejichž pomocí můžeme z definicí jednotlivých čísel odvodit neomezené množství rovností. Ve shodě s běžnou aritmetickou praxí Mill (1973, III, 24, 5) uvádí dva axiomy: „Věci, které jsou obě rovny téže věci, jsou vzájemně rovny navzájem“ (tj. jestliže a = b a c = b, pak a = c); „Přidáme-li k rovným rovné, získáme rovné sumy“ (tj. jestliže a = b a c = d, pak a + c = b + d). Pomocí těchto axiomů a na základě výše zmíněných definic jednotlivých čísel, jak už pozorný čtenář jistě tuší, Mill dokazuje rovnost 5 + 2 = 7. Zde je vhodné připomenout, jak správně poukázal Frege, že k důkazu této rovnosti je kromě uvedených axiomů třeba připojit i tzv. *asociativní zákon*.[11] Tento postřeh však není z hlediska Millova pozitivistického projektu podstatný a lze jej považovat za pouhý doplněk, který by náš autor jistě akceptoval. Vždyť s podobným nedostatkem, jak opět upozornil Frege, se setkáváme i u filosoficky zcela jinak orientovaného Leibnize (srov. Frege 1884, §6). Z našeho hlediska je důležitější, že Mill, v dobré shodě se svým pozitivistickým projektem, považuje uvedené axiomy opět za reálné propozice. Jedná se tedy o aposteriorní poznatky, k nimž dospíváme indukcí.

Nyní se již můžeme podívat na logickou povahu propozic, s nimiž se v aritmetice setkáváme. V tomto ohledu je třeba rozlišit dva případy. V prvé řadě počítáme empirické předměty kolem nás, tj. „aplikujeme aritmetiku“ (*Ovcí na louce je třicet* atd.); anebo prostě počítáme (*5 + 2 = 7*). O první možnosti jsme již v podstatě hovořili. Uvedená propozice má subjekt-predikátovou strukturu. Na místě subjektu stojí singulární termín, který

[11] Detailní rekonstrukci načrtnutého důkazu lze nalézt v Skorupski (1989, 137-138).

denotuje příslušný agregát (*ovce na louce*). Na místě predikátu je termín obecný, tj. příslušná číslovka (*třicet*), která denotuje všechny n-tice (třiceti-členné skupiny) a současně konotuje způsob, jímž je agregát (n-tice) složen z částí a jímž může být na tyto části opět rozložen. Propozice tohoto druhu se tedy v sémantickém ohledu řadí mezi běžné singulární propozice. Mezi propozicí *Ovcí na louce je třicet* a *Sokrates je moudrý* tedy není v sémantickém ohledu žádná podstatná odlišnost. Na určitý rozdíl, jak jsme již uvedli, narazíme v ohledu ontologickém. Zatímco subjekt běžné propozice denotuje empirické individuum, subjekt číselné propozice denotuje agregát individuí.

Podívejme se nyní na propozice, v nichž se vyskytují pouze číselné predikáty, tj. na propozice čisté aritmetiky. Ty mají poněkud jinou strukturu než propozice aplikované aritmetiky, tj. běžné rovnosti např. $2 + 1 = 3$. Na první pohled se zdá, že tyto propozice jsou pravdivé tehdy a jen tehdy, denotuje-li jejich levá část tentýž předmět jako část pravá. Tato analýza je však pro Milla zcela nepřijatelná. Kdyby totiž číslovky skutečně denotovaly předměty, pak by se nemohlo jednat o předměty konkrétní, ale o předměty abstraktní. Mill, jakožto krajně empiricky orientovaný filosof, však existenci abstraktních předmětů důsledně odmítá.

Millova vlastní analýza propozic čisté aritmetiky není formulována příliš jasně, a to je podle našeho soudu dáno především tím, že nemá k dispozici aparát moderní matematické logiky. Náš autor v této záležitosti říká:

> Tvrzení „dva plus jedna se rovná tři", uvažujeme-li o něm jako o tvrzení, které se týká věcí, jako např. dva kamínky plus jeden kamínek jsou tři kamínky, netvrdí rovnost mezi dvěma soubory kamínků, ale absolutní identitu. Tvrdí se, že jestliže dáme jeden kamínek ke dvěma kamínkům, pak tytéž kamínky jsou tři. ... zdá se proto, že je třeba propozici „dva plus jedna rovná se tři" považovat za tvrzení pouhé identity signifikátů dvou jmen. (Mill 1973, II, 6, 2)

Abychom tento poněkud nejasný text vyložili, musíme nejprve připomenout, že číslovky nepovažuje Mill za singulární, ale za obecné termíny. Denotací či signifikací těchto termínů jsou n-tice fyzických předmětů neboli agregáty. Termín *tři* tak denotuje (signifikuje) tytéž agregáty (n-tice) jako termín *dva plus jedna*. V propozici *dva plus jedna se rovná tři* pak tvrdíme, že agregáty, které denotuje termín *dva plus jedna*, denotuje současně i termín *tři* a *vice versa*. O propozicích tohoto druhu bychom však dnes neřekli, že vyjadřují identitu, ale považovali bychom je z hlediska jejich logické formy zřejmě za ekvivalence. Zápis aritmetické rovnosti pomocí prostředků predikátové logiky by pak měl patrně tuto podobu: ∀x (2+1(x) ⟷ 3(x)).[12]

Problém této analýzy spočívá v tom, že není na první pohled jasné, jak vysvětlit to, že aritmetické propozice mají informativní povahu. Pochybnosti tohoto druhu může Mill vyřešit na pozadí své sémantické koncepce podobným způsobem, jako Frege řešil problém informativnosti běžných identitních výroků (srov. Sousedík 1998). Obecné termíny totiž nemají pouze denotaci (v níž se shodují), ale i konotaci (v níž se liší). Termíny *dva plus jedna* a *tři* tak mají tutéž denotaci, ale odlišnou konotaci.[13]

Z uvedeného je zřejmé, že Millova koncepce je ve shodě se základními principy pozitivizmu. V aritmetice se vyskytují propozice, které mají v sémantickém ohledu stejnou povahu jako propozice v běžných reálných vědách. Tyto propozice jsou v posledku vždy založeny naší zkušeností, tj. poznáváme je *a posteriori*. K obecným matematickým principům, jejichž pomocí odvozujeme neomezené množství matematických pravd, dospíváme indukcí.

Má však matematika skutečně stejnou povahu jako běžné aposteriorní disciplíny? Na tuto otázku by zastánce apriorismu v matematice rozhodně odpověděl negativně. V prvé řadě by namítnul, že matematika je na rozdíl od aposteriorních či reálných věd univerzálně aplikovatelná, a dále že v matematice na rozdíl od reálné vědy nepostupujeme induktivně, ale deduktivně. V dalších dvou paragrafech ukážeme, jak se Mill s těmito námitkami vyrovnává.

2. Univerzální aplikovatelnost aritmetiky?

Postoj aprioristicky orientovaných filosofů (např. Platón, Kant) je dobře pochopitelný (srov. Shapiro 2000, 49-102). Tito filosofové vycházejí z toho, že matematika je univerzálně aplikovatelná, a proto nemůže být oblast jejího zkoumání omezena na nějaký empirický předmět. Kdyby se totiž matematika zabývala něčím empirickým, pak by byla na stejné úrovni jako běžné vědy

[12] Proměnná *x* je proměnnou za agregáty, *2+1* a *3* jsou predikátové konstanty.

[13] Mill sám říká, že tyto termíny *denotují tytéž věci, jejich konotace je odlišná*. Viz Mill (1973, II, 6, 2).

a její aplikovatelnost by byla omezena. Tak tomu však není a právem Galileo říká, že Bůh napsal knihu přírody řečí matematiky.[14]

Chceme-li univerzální aplikovatelnost matematiky vysvětlit, pak ji podle aprioristických filosofů nemůžeme klást na stejnou úroveň jako ostatní vědní disciplíny, ale musíme předpokládat, že je těmto vědám nadřazená a platí nezávisle na každém empirickém zkoumání. Z tohoto důvodu takto orientovaní filosofové předpokládají, že kromě empirické oblasti je třeba počítat i se skutečností, která smyslovému poznání přístupná není. Proto Platón, jak známo, přisuzuje matematickým předmětům v podstatě podobný ontologický status jako idejím a Kant v této souvislosti hovoří o apriorních formách prostoru a času.

Podle aprioristických filosofů se tedy formule matematiky nevztahují na předem vymezenou oblast empirického univerza, ale ke sféře, která svým způsobem toto univerzum jako celek podmiňuje či zakládá. Vztahují-li se však formule matematiky k této vůči empirickému světu transcendentální oblasti, pak bez větších obtíží vysvětlíme její univerzální platnost a s ní související aplikovatelnost.

Tento přístup však Mill rozhodně odmítá, protože je v rozporu se základním východiskem pozitivizmu. Existují pouze empirické předměty a jediným zdrojem poznání je naše smyslová zkušenost. Ve shodě s principy positivismu je třeba uznat, že číslo je vlastností v témže smyslu jako jiné empirické vlastnosti a liší se od nich pouze tím, že se nejedná o vlastnost konkrétní věci, ale nějakého konkrétního agregátu věcí. „Deset musí znamenat deset těles nebo deset zvuků nebo deset pulsů srdce“ (Mill 1973, II, 6, 2). Z toho je zřejmé, že číslo je vlastnost ve stejném slova smyslu jako dejme tomu *moudrost* či *rychlost*. Mezi těmito běžnými vlastnostmi a čísly však existuje důležitý rozdíl. Moudrost lze vypovídat pouze o lidech, rychlost toliko o pohybujících se předmětech, zatímco čísla můžeme vypovídat o čemkoli. Z těchto důvodů mají „propozice, které pojednávají o číslech, ... tu pozoruhodnou zvláštnost, že se týkají všech věcí, všech předmětů; všeho, co existuje, a co poznáváme díky naší zkušenosti“ (Mill 1973, II, 6, 2).

Tím se však vrací náš původní problém týkající se univerzální aplikovatelnosti matematiky. Z Millova dosud vyloženého konceptu je patrné, že předmět matematiky je na stejné úrovni jako předměty ostatních věd a že by tedy tato disciplína měla být podobným způsobem aplikovatelná. To

---

[14] Srov. Galilei, *Il Saggiatore*, citováno podle Roed (2001, 48).

však, jak dokládá předchozí citát, Mill popírá. Ve své argumentaci postupuje takto:

> … všechny věci jsou kvantitativní, skládají se z částí, které lze počítat, a díky tomu mají všechny vlastnosti, které se nazývají vlastnostmi čísel. To, že čtyři děleno dvěma, jsou dvě, musí být pravda, ať už čtyřka reprezentuje cokoli: čtyři hodiny, čtyři míle či čtyři libry váhy. Je třeba si pouze představit, že je věc rozdělena na čtyři stejné části (a všechny věci si lze tímto způsobem představit), abychom o ní byli s to predikovat každou vlastnost, jíž spojujeme s číslem čtyři, tj. každou aritmetickou propozici, v níž číslo čtyři stojí na jedné straně rovnice. Algebra je ještě obecnější; každé číslo reprezentuje bez rozlišení zvláštní počet věcí; algebraický symbol má však širší dosah; reprezentuje bez rozlišení všechna čísla. (Mill 1973, II, 6, 2)

Millovo empiristické řešení problému univerzální aplikovatelnosti aritmetiky je tedy zřejmé. Číselné predikáty mají v sémantickém ohledu sice stejnou povahu jako predikáty běžné (denotují i konotují příslušnou empirickou entitu), nicméně co do obecnosti se od nich liší. Všechny věci totiž nejsou moudré, rychlé atd., ale jsou kvantitativní.[15] Proto lze všechno počítat a aritmetika má naprosto univerzální dosah.

Je třeba upozornit na to, že Millovo řešení není zcela originální, ale je velmi pravděpodobně závislé především na předchozí aristotelsko-tomistické tradici.[16] Podle této tradice je kvantita naprosto prvním a nutným akcidentem každé složené substance. Všechny ostatní akcidenty pak inherují ve složené substanci prostřednictvím kvantity.[17] Jinými slovy: Abychom mohli

---

[15] Mill (1973, II, 6, 2) říká: "But though numbers must be numbers of something, they may be numbers of anything. … All things possess quantity; consist of parts which can be numbered; and in that character possess all the properties which are called properties of numbers."

[16] Výše jsme doložili, že se Mill v mládí seznámil se scholastickou logikou. Součástí scholastického kurzu logiky byla v rámci pojednání o kategoriích i nauka o kvantitě. Mezi scholastiky se vedl spor o to, zda je číslo druhem kvantity, tj. akcidentem. Tomisté se domnívali, že číslo je druhem kvantity, ostatní scholastikové tuto koncepci kritizovali. Proto se domníváme, že Mill byl inspirován tomistickým logickým kurzem. K tomu srov. Svoboda (2009, 11-25).

[17] Srov. např. Akvinský (1888 – 1906, I, 77, 7 ad 2um): „… accidens per se non potest esse subiectum accidentis; sed unum accidens per prius recipitur in substantia quam aliud, sicut quantitas quam qualitas. Et hoc modo unum accidens dicitur esse subiectum

s materiální věcí vůbec spojovat nějaké akcidenty, musí mít tato věc určitou kvantitu. Proto je kvantita univerzální vlastností všech materiálních věcí a matematiku lze na materiální věci univerzálně aplikovat.

Závislost Milla na scholastických předlohách není překvapující. V prvé řadě je třeba znovu připomenout, že se scholastickou tradicí se náš autor obšírně seznámil v mládí. Není tak divu, že leckterou myšlenku stoupenců této filosofie využil i v rámci svých vlastních úvah. Atraktivní se mu pak jevily právě ty myšlenky, které neodporovaly jeho vlastní pozitivistické koncepci. Scholastická tradice mu pak byla blízká především tím, že zdůrazňovala, podobně jako on sám, závislost našeho poznání na smyslové zkušenosti. Poznání čísla má tedy podle scholastiků i podle pozitivistů svůj základ a zdroj ve smyslovém poznání vnějších věcí.

Dodejme, že Millovo znovuoživení scholastického přístupu ke kvantitě bylo pro dějiny moderního myšlení minimálně stejně tak plodné jako jeho recepce scholastických sémantických pojmů. Tak jako recepce sémantických pojmů jako denotace, signifikace, konotace atd., sehrála a sehrává důležitou roli v současných diskusích o problémech reference, má důležitou roli i původně scholastická koncepce, podle níž je číslo vlastností vnějších (materiálních) věcí. Tuto koncepci totiž velmi obšírně, důmyslně kritizoval G. Frege a především díky této kritice je předmětem určitého zájmu dodnes.[18]

To, že Mill při budování své vlastní koncepce matematiky ze scholastických předloh skutečně vycházel, lze ukázat mimo jiné i na tom, že s jeho řešením je spojena stejná obtíž jako s řešením scholastickým. V tomto ohledu si je třeba uvědomit především to, že nepočítáme pouze materiální věci, ale matematiku aplikujeme i na sféru nemateriálních, tj. nekvantitativních věcí. Teolog hovoří o tom, že existují tři božské osoby, historik filosofie hovoří o tom, že Aristoteles rozdělil jsoucno do deseti kategorií, logik hovoří o pěti predikabiliích atd. Mohli bychom tedy namítnout, že ze scho-

alterius, ut superficies coloris, inquantum substantia uno accidente mediante recipit aliud.“

[18] Mezi významné současné filosofy, kteří dále promýšlejí Millův odkaz, patří G. Kessler, P. S. Kitcher, P. Forrest a D. Armstrong. Tito autoři však na rozdíl od scholastiků a Milla chápou kvantitu a s ní spojené vymezení čísla jako zvláštní typ vztahu. Srov. Kessler (1980, 65-74); Kitcher (1980, 215-236); Forrest – Armstrong (1987, 165-186); Franklin (2011, 3–15).

lastické (ale i z Millovy) koncepce matematiky vyplývá menší univerzalita matematiky, než ta, kterou tato disciplína ve skutečnosti má.

S touto námitkou se někteří scholastikové vypořádali tak, že rozlišili mezi kvantitativním množstvím a množstvím transcendentálním. Zatímco kvantitativně mnohé jsou pouze materiální entity, transcendentálně mnohé jsou nejenom materiální věci ale i entity nemateriální. Na základě tohoto rozlišení pak někteří scholastikové docházejí k závěru, že číselné predikáty vypovídáme ve vlastním slova smyslu pouze o kvantitativním množství; o množství transcendentálním je predikujeme toliko v nevlastním slova smyslu, tj. analogicky.[19]

Mill si patrně (na rozdíl scholastiků) tuto námitku neuvědomil. Připomeňme, že později na tento nedostatek, ve své slavné kritice Milla, upozornil G. Frege:

> ... bylo skutečně podivuhodné, kdybychom vlastnost, jíž jsme vyabstrahovali z vnějších věcí, mohli beze změny smyslu přenést na události, představy, pojmy. Výsledek by byl stejný, jako kdybychom chtěli hovořit o tavitelné události, modré představě, slaném pojmu či o tuhém soudě. (Frege 1884, § 24)

Frege by tedy jistě dal za pravdu představitelům aristotelsko-tomistické tradice, podle nichž se číslo vypovídá o transcendentálním množství v jiném smyslu než o množství kategoriálním. Na rozdíl od nich však nepovažuje změnu smyslu číselného predikátu za řešení problému, ale spíše za *reductio ad absurdum* koncepce, podle níž jsou čísla vlastnostmi vnějších věcí (srov. Frege 1884, § 23).

Dodejme, že Mill by se mohl Fregově námitce přeci jenom určitým způsobem bránit. Na rozdíl od scholastiků, podle nichž existují i nemateriální entity, vede totiž jeho pozitivizmus k závěru, že nemateriální entity ve skutečnosti neexistují, a tak je nelze ani počítat.

3. Problém dedukce

Millova živá diskuse se scholastickou tradicí se neukazuje jenom na tom, že se inspiruje její naukou o kvantitě, ale i v tom, že rezolutně odmítá její

[19] Srov. např. Akvinský (1888 – 1906, 30, 3); Systematicky pojednávají o Tomášově pojetí čísla Svoboda – Sousedík (2010, 53-70).

deduktivní pojetí vědy. Nechce tedy kráčet cestou starého Aristotelova *Organonu*, ale podobně jako jeho slavný předchůdce F. Bacon volí metodu *Nového organonu*. Věda tedy podle jeho soudu nepostupuje deduktivně, ale výhradně induktivně.[20]

Tento závěr však vede k formulaci nám již známé druhé námitky, podle níž se matematika podstatně odlišuje od běžných empirických věd a její metoda není induktivní. Millova odpověď na tyto pochybnosti je zarážejícím způsobem přímočará (1973, II, 6, 2). Existuje-li ve vědách jediná metoda, pak reálně indukujeme, tj. usuzujeme z faktů na fakta, nejenom v běžných empirických vědách, ale i *při každém kroku aritmetické či algebraické kalkulace*. Na první pohled se tedy zdá, že dedukci lze zcela vyřadit z vědcova inventáře. Tento těžko přijatelný extrém však Mill přeci jenom modifikuje. Dedukci připouští, nicméně jí přiděluje pouze vedlejší roli. Lze ji totiž vždy redukovat na indukci. Abychom porozuměli tomu, jak postupujeme v aritmetice, podívejme se nejprve na to, jak náš autor popisuje běžný (nematematický) myšlenkový proces:

> Z případů, které jsme pozorovali… je třeba vyvodit, že to, co jsme shledali pravdivým v těchto případech, platí ve všech případech podobných… Poté, pomocí přínosné jazykové konstrukce, která nám umožní mluvit o mnohém, jakoby to bylo jedno, zaznamenáme vše, co jsme pozorovali a spojíme to dohromady s tím, co z našich pozorování vyvozujeme do jednoho zhuštěného jazykového vyjádření… Vyvodíme-li tedy ze smrti Jana a Tomáše a ze smrti každé jiné osoby, o níž jsme kdy slyšeli…, že vévoda Wellington je stejně tak jako všichni ostatní smrtelný, můžeme k tomuto závěru dospět díky zevšeobecnění. (Mill 1973, II, 6, 2)

Na první pohled by se mohlo zdát, že Mill se staví k dedukci relativně vstřícně. Zdá se, jakoby naše myšlení mělo dva projevy. Nejprve pomocí indukce zobecníme příslušná pozorování, pak pomocí dedukce usoudíme na konkrétní případy. Takovouto koncepci sice Mill do jisté míry přijímá, nicméně se zároveň snaží v co největší míře ukázat, že dedukce není samo-

---

[20] Indukce je pravděpodobnostní úsudek, který spočívá v odvození obecného výroku z předpokladů, jež mají vesměs podobu výroků singulárních. Uvažujeme pouze o tzv. *neúplné indukci*, pro niž platí, že premisy nezahrnují všechny jednotlivé případy (*úplná indukce*) a závěr tudíž platí pouze pravděpodobně. K tomu srov. Skorupski (1989, 203-247).

statný myšlenkový postup, ale pouhý *jazykový trik*, který uvažujícímu pouze ulehčuje práci.

> To, že všichni lidé jsou smrtelní, je [z hlediska Millovy koncepce] mezičlánek; vyvození však nespočívá v sestupu od všech lidí k vévodovi Wellingtonovi. Vyvození je u svého konce právě tehdy, když jsme tvrdili, že všichni lidé jsou smrtelní. (Mill 1973, II, 6, 2)

Zastánce dedukce by jistě na tomto místě odporoval s tím, že uvažování nekončí u obecného výroku, ale že dále pokračuje tak, že z tohoto výroku vyvozujeme jednotlivé skutečnosti. Aby Mill hrot této námitky pokud možno co nejvíce otupil, říká o obecných propozicích, že sehrávají roli pouhých „seznamů", v nichž se ukládají skutečná vyvození.

> ... vyšší premisa sylogismu [obecná propozice] je formule tohoto druhu; a závěr není vyvozen z této formule, ale ve shodě s touto formulí; reálným logickým antecedentem či premisou jsou partikulární skutečnosti [singulární propozice], z nichž byla obecná propozice indukcí vytvořena. (Mill 1973, II, 3, 4)

Jestliže tedy „vyvozujeme" závěry z obecných premis, pak prohlížíme již zaplněný „registr" neboli dešifrujeme *naše poznámky* (srov. Mill 1973, II, 3, 3). Dedukce v Millově pojetí tedy není ničím jiným, než mechanickým prohledáváním našich seznamů či poznámek.

Podívejme se nyní na to, jak za těchto okolností postupujeme v matematice. Mill uvádí příklad z oblasti geometrie:

> Z jakého předpokladu ve skutečnosti vycházíme, když pomocí obrázku dokazujeme vlastnosti kružnice? Nikoli z toho, že ve všech kružnicích jsou si poloměry rovné, ale z toho, že jsou navzájem rovné v kružnici ABC. Je pravdou, že zárukou tohoto předpokladu je obecná definice kružnice; uvedený předpoklad jsme však ochotni přijmout jedině tehdy, když platí v případě jedné zvláštní kružnice. (Mill 1973, II, 3, 3)

Z uvedeného citátu je patrné, že singulární i obecné propozice sehrávají v matematice stejnou roli jako v rámci běžného empirického poznání. To, že jsou si poloměry jedné konkrétní kružnice rovné, prokazujeme jejím pozorováním a že tato záležitost platí obecně (tj. platí obecná definice kružnice) prokazujeme pomocí indukce. Příslušné propozice (*Tato kružnice má rovné poloměry*; *Každá kružnice má rovné poloměry*) jsou tedy reálné ve stejném smyslu jako propozice nematematické (*Vévoda Wellington je smrtelný*; *Každý člověk je smrtelný*).

Dodejme, že v aritmetice postupujeme stejným způsobem. To, že čtveřici evangelistů lze rozdělit na dvě stejně velké části, je dáno touto samotnou čtveřicí a že čtyřka je dělitelná dvěma, je dáno indukcí, která vychází z naší zkušenosti s konkrétními čtveřicemi. Propozice *Čtyři je dělitelné dvěma* či propozice *Každá kružnice má rovné poloměry* tedy sehrávají tutéž roli, jako propozice *Každý člověk je smrtelný*. Jedná se o pouhý mezičlánek našeho v podstatě vždy induktivního myšlení. V obou případech pak není obecná propozice ničím jiným než pouhým registrem, v němž jsou uloženy naše minulé i očekávané zkušenosti.

4. Závěr

Je tedy zřejmé, že pozitivní založení vědy i metoda indukce měly podle Milla proniknout nejenom do zkušenostní oblasti, ale i do samotné matematiky. V našem příspěvku jsme nechtěli pouze ukázat základní rysy jeho koncepce, ale i to, jak toto pojetí vyrostlo v plodném dialogu s aristotelsko-scholastickou filosofií a logikou. Mill je na jedné straně ovlivněn scholastickým zájmem o jazyk a jejím pojetím čísla a kvantity, na straně druhé však rezolutně odmítá pro scholastiku typické deduktivní pojetí vědy.

I přesto že se dodnes najdou významní obhájci pozitivistické koncepce matematiky, většinou se toto pojetí považuje za překonané. Někteří dnešní autoři došli dokonce tak daleko, že se především pod vlivem Fregovy ostré a nemilosrdné kritiky Millovi doslova vysmívají. I kdybychom se postavili na stranu těchto filosofů a společně s nimi považovali celou koncepci našeho autora za pomýlenou, nesmíme přehlédnout, že měla a má nemalý vliv na podobu některých současných diskusí. V tomto ohledu nejprve znovu připomeňme, že Millův zájem o jazyk (především o singulární termíny) inspiroval současné analytické filosofy k přehodnocení teorie reference. Dále Fregova kritika vyvolala nový zájem o Millovo pojetí čísla jako vlastnosti vnějších věcí. Jak už jsme naznačili, i dnes existují autoři, kteří se pokoušejí na Fregovy argumenty odpovědět a tím znovu vzkřísit realistické pojetí matematiky (srov. pozn. 17). Nelze přehlédnout ani Millovu důslednou obhajobu induktivního pojetí vědy. Tento extremní postoj sice nenalezl mezi filosofy trvalou podporu, nicméně je nepominutelnou součástí diskusí o metodologii vědy.

Literatura

AKVINSKÝ, T. (1888 – 1906): *Summa Theologiae.* Romae: Opera Omnia IV – XII (ed. Leon).

AYER, A. J. (1946): *Language, Truth and Logics.* 2nd Edition. London: Gollancz.

CARNAP, R. (1932): Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache. *Erkenntnis* 2.

COFFA, J. A. (1991): *The Semantic Tradition from Kant to Carnap: To the Vienna Station*. Cambridge: Cambridge University Press.

FIALA, J. (2010): Agregáty vs. množiny. In: Bystřický, R. – Doubravová J. (eds.): *J. S. Mill.* Plzeň: ZUP.

FORREST, P. – ARMSTRONG, D. (1987): The Nature of Number. *Philosophical Papers* 16, No. 3, 165-186.

FRANKLIN, J. (2011): Aristotelianism in the Philosophy of Mathematics. *Studia Neoaristotelica* 8, No. 1, 3-15.

FREGE, G. (1884): *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Breslau: W. Koebner.

KESSLER, G. (1980): Frege, Mill and the Foundations of Arithmetic. *Journal of Philosophy* 77, No. 2, 65-79.

KITCHER, P. S. (1980): Arithmetic for the Millian. *Philosohical Studies* 37, No. 3, 215-236.

KRIPKE, S. (1980): *Naming and Necessity*. Cambridge: Harvard University Press.

MILL, J. S. (1963 – 1991): *Collected Works of J. S. Mill*. 33 vols., Robson, J. M. et al. (eds.). Toronto: University of Toronto Press, London: Routledge and Kegan Paul.

ROED, W. (2001): *Novověká filosofie*. Praha: Oikumene.

SHAPIRO, S. (2000): *Thinking about Matematics. The Philosophy of Matematics*. Oxford: Oxford University Press.

SKORUPSKI, J. (1989): *John Stuart Mill*. London – New York: Routledge.

SKORUPSKI, J. (ed.) (1998): *The Cambridge Companion to Mill.* Cambridge: Cambridge University Press.

SOUSEDÍK, P. (1998): Mají vlastní jména smysl? *Filosofický časopis* 46, č. 2, 245-260.

SOUSEDÍK, P. (2001): *Logika pro studenty humanitních oborů*. Praha: Vyšehrad.

SOUSEDÍK, S. (2011): Úvod. In: Mill, J. S.: *Utilitarismus*. Praha: Vyšehrad.

SOUSEDÍK, S. – PEREGRIN, J. (eds.) (1995): *Co je analytický výrok?* Praha: Oikumene.

SVOBODA, D. (2009): F. Suárez o povaze počtu. *Studia theologica* 11, č. 2, 11-25.

SVOBODA, D. – SOUSEDÍK, P. (2010): Tomášovo pojetí čísla. *Organon F* 17, č. 1, 53-70.