KVANTIFIKÁCIA V PRIRODZENOM JAZYKU (V)

*Marián **Zouhar***[1]

Výrazy, ktoré môžu stáť na mieste „S“ vo vetách formy „S je P“ (ale, prirodzene, aj vo vetách iných foriem), sú buď jednoduché, alebo zložené. Toto konštatovanie je nepochybne banálne. Až také banálne však nie je ďalšie tvrdenie, že ak je takýto výraz jednoduchý, správa sa zo sémantického hľadiska inak ako výraz, ktorý je zložený. Táto myšlienka je centrálnou tézou série článkov, ktoré začali vychádzať v rubrike Rozhľady minulý rok. Ich námetom je práve sémantická povaha zložených výrazov, ktoré môžu stáť na subjektovej pozícii vo vetách.

Ak túto tézu rozvinieme trochu hlbšie, môžeme jednoduché výrazy stojace na subjektovej pozícii vyhlásiť za bezprostredne referujúce výrazy, kým zložené výrazy, ktoré sa môžu vyskytovať na subjektovej pozícii, budú kvantifikátorovými výrazmi. Množiny bezprostredne referujúcich výrazov a kvantifikátorových výrazov sú disjunktné.[2] V predchádzajúcich pokračovaniach sme sa zaoberali tým, aká je syntax a sémantika zložených výrazov, ktoré môžu stáť na subjektovej pozícii vo vete. Rozobrali sme teóriu kvantifikátorov, ktorá dobre korešponduje s určitými syntaktickými skutočnosťami súvisiacimi s kvantifikátorovými výrazmi. V nasledujúcich pokračovaniach budeme potvrdzovať široký záber tejto teórie. To znamená, že sa pozrieme na niektoré sporné prípady.

Konkrétne deskriptívne výrazy, deskripcie, predstavujú podľa mnohých filozofov výnimku. Nie sú jednoducho ochotní akceptovať myšlienku, že deskripcie sa vzťahujú na abstraktné objekty, akými kvantifikátory nepochybne sú, a nie na bežné indivíduá, ktoré ostatne opisujeme, keď deskripcie v bežnej reči používame. Budeme sa musieť vyrovnať so silnými intuíciami, ktoré hovoria, že deskripcie sú zo sémantického hľadiska referujúcimi výrazmi. Keby to tak bolo, jednoducho by ne-

---

1 Táto štúdia vznikla v rámci grantového projektu VEGA č. 2/6136/26 *Referencia, kvantifikácia, predikácia*.

2 Niektoré novšie teórie toto rozlíšenie spochybňujú v tom zmysle, že niektoré jednoduché výrazy zaraďujú medzi kvantifikátory; ide napríklad o zámeno „this“ („toto“) a podobne (pozri King (2001)). Na druhej strane spochybnenia vychádzajú aj z fregeovsko-strawsonovskej doktríny, podľa ktorej deskripcie sú referujúce výrazy, hoci ide o zložené termíny.

ORGANON F **14** (2007), No. 1, 98 – 117

platila téza, že zložené výrazy sa automaticky vzťahujú na kvantifikátory a jednoduché výrazy sú zase referujúcimi výrazmi, teda vzťahujú sa na objekty, na ktoré referujú. Deskripcie by boli zloženými výrazmi, ktoré sa považujú za sémanticky referujúce výrazy. Preto im treba venovať osobitnú pozornosť a dobre zvážiť argumenty pre a proti kvantifikátorovému chápaniu deskripcií.

2. Určité deskripcie ako kvantifikátorové výrazy

Deskripcie sú syntakticky zložené výrazy, ktoré sa bežne používajú na identifikáciu objektov tak, že tieto objekty opisujú.[3] Príkladmi sú:

> najmenšie prvočíslo; najstarší žijúci obyvateľ Bratislavy; počet vlasov na hlave Tellyho Savalasa; najmenší pes; najmenší biely pes; najmenší biely pes, ktorý štekal na predsedu súčasnej vlády; atď.

Deskripciami opisujeme jednotlivé objekty, a preto sa v nich v slovenčine často používajú výrazy, resp. gramatické prostriedky, ktoré implikujú jedinečnosť (napríklad prídavné mená v superlatíve). Prvá uvedená deskripcia opisuje číslo 2, druhá určitého jedného obyvateľa, o ktorom zrejme nič bližšie neviem, tretia opisuje číslo 0 a ostatné tri nejakých bližšie neurčených psov (možno dokonca toho istého psa, možno troch rôznych psov).

V jazykoch, ktoré obsahujú tzv. určitý člen (v angličtine „the“), sa deskripcie spravidla začínajú určitým členom. Napríklad:

> the smallest prime number; the capital of Slovakia; the oldest inhabitant of Bratislava; atď.

Niekedy sa za deskripcie považujú aj výrazy, ktoré sa začínajú napríklad privlastňovacími zámenami, resp. výrazmi v privlastňovacom tvare, keďže sa v angličtine dajú ľahko previesť na tvar, ktorý začína určitým členom (napríklad výraz „his enemy“ („jeho nepriateľ“) sa dá previesť na výraz „the enemy of him“; výraz „Jim's enemy“ („Jimov nepriateľ“) sa dá previesť na výraz „the enemy of Jim“).

Prv, než sa budeme venovať teórii deskripcií, treba uviesť jednu dôležitú terminologickú poznámku. Takéto výrazy sa v angličtine nazývajú „definite descriptions“, čo je v preklade „určité deskripcie“. Hoci termín „určitá deskripcia“ nie je príliš šťastný, budem ho niekedy používať (sy-

[3] Podrobnejšie pozri knihu Cmorej (2001, 10. kapitola).

nonymne s výrazom „deskripcia“, pokiaľ nebude uvedené inak). Treba však mať na mysli, že sa tieto výrazy nazývajú *určitými* deskripciami preto, lebo obsahujú *určitý* člen (to znamená, že asociácie, podľa ktorých termín „určitá deskripcia“ znamená to isté ako „nejaká deskripcia“ atď., budú irelevantné). V slovenčine však narážame na problém v tom, že nemáme žiadny určitý člen. Mohli by sme jeho výskyt vo výrazoch nejako umelo imitovať, ale napokon som sa rozhodol, že všetky príklady, ktoré budú obsahovať určitý člen, budem uvádzať v angličtine (s príslušným prekladom). Existuje niekoľko návrhov, ako určitý člen prekladať do slovenčiny, ale žiadny z nich nie je dostatočne univerzálny. V každom prípade sa mi zdá, že najlepším z nich je výraz „jediný“ v jednom z jeho významov; čitateľ sa o tom môže presvedčiť už o niekoľko strán.[4]

Najprv sa pokúsime nájsť také chápanie sémantiky určitého člena a deskripcií, ktoré bude v súlade s teóriou načrtnutou v predchádzajúcich častiach. Zložené menné výrazy (výrazy kategórie NP), medzi ktoré budú patriť aj deskripcie, sa podľa nej vzťahujú na množiny, ktorých prvkami sú určité množiny indivíduí; od povahy konkrétneho menného výrazu závisí, o akú množinu množín pôjde. Tieto množiny množín sme stotožnili s kvantifikátormi istého typu. Na druhej strane determinátory, medzi ktoré bude patriť aj určitý člen, sa podľa tejto teórie budú vzťahovať na funkcie určitého druhu; konkrétne pôjde o funkcie, ktoré množinám indivíduí priraďujú určité množiny množín indivíduí. Presnejšie povedané, determinátor d, ktorý je súčasťou zloženého menného výrazu v, bude vyjadrovať takú funkciu f, ktorá množinu **m** označenú výrazom, ktorý dostaneme tak, že z v odstránime d, zobrazuje do množiny množín (t. j. kvantifikátora istého typu), na ktorú sa vzťahuje výraz v.

Cieľom tohto pokračovania je nájsť teóriu určitého člena a deskripcií, ktorá by bola zlučiteľná s teóriou prezentovanou v predchádzajúcich častiach; pôjde teda o to, aby sme identifikovali, na aké druhy kvantifikátorov sa vzťahujú takéto výrazy. V ďalších pokračovaniach budeme postupovať čiastočne historicky a čiastočne systematicky. Budeme analyzovať koncepciu, ktorá sa dá považovať za rozhodujúci inšpiračný zdroj tejto teórie, ba dokonca sa s ňou niekedy aj stotožňuje. Porovnáme

---

4 Niekedy sa v prekladoch vyskytuje ako ekvivalent určitého člena výraz „ten“ („tá“, „to“). V niektorých kontextoch je to pomerne vhodná voľba, ale v mnohých to znie značne umelo, keďže v slovenčine ide o ukazovacie zámeno. Podobne je to aj s výrazom „jediný“. Problémy s prekladom sťažuje aj fakt, že niektoré výrazy (je ich ostatne pomerne veľa) sa nedajú prirodzene spojiť so žiadnou imitáciou určitého člena (výrazy ako „to najmenšie prvočíslo“ alebo „jediné najmenšie prvočíslo“ sú značne umelé).

ju, samozrejme, s významnými konkurenčnými teóriami. Okrem toho budeme diskutovať o najvýznamnejších problémoch, ktoré sa často uvádzajú v prospech konkurenčných teórií.

2.1 Určité deskripcie a syntax

V prvom pokračovaní sme zhrnuli základné formačné pravidlá (pozri Zouhar 2006*a*, 102 – 105). Podľa prvého pravidla výraz kategórie S (veta) rozkladáme na výrazy kategórie NP (menný výraz) a VP (slovesný výraz). Niektoré menné výrazy sú jednoduché, teda nedajú sa ďalej rozkladať na podvýrazy (konkrétne napríklad výrazy kategórií NAME, t. j. meno, a PRON, t. j. zámeno), kým iné menné výrazy sú zložené; zložený menný výraz sa ďalej rozkladá na výraz kategórie DET (determinátor) a výraz kategórie N (podstatné meno). Zložené výrazy kategórie NP sme napokon zaradili do kategórie DP (*determiner phrase*) (pozri Zouhar 2006*b*, 237). Medzi výrazy kategórie DP patria napríklad:

> každý človek; žiadny filozof; aspoň traja automechanici; dve alebo tri žaby; takmer sto kusov dynamitu pod zaparkovaným autom, atď.

Štrukturálna podobnosť medzi týmito výrazmi na jednej strane a výrazmi, ktoré sa v angličtine považujú za určité deskripcie, na strane druhej je veľmi nápadná. Výraz „the table“ môžeme rozložiť na determinátor „the“ a podstatné meno „table“. Zo syntaktického hľadiska teda patria deskripcie medzi kvantifikátorové výrazy.[5]

Okrem uvedenej štrukturálnej podobnosti sa o tomto fakte môžeme presvedčiť aj pomocou typickej vlastnosti kvantifikátorových výrazov: aj deskripcie majú dosah. Všimnime si napríklad vetu

(1) The philosopher admires every mathematician.
[/The/ filozof obdivuje každého matematika.]

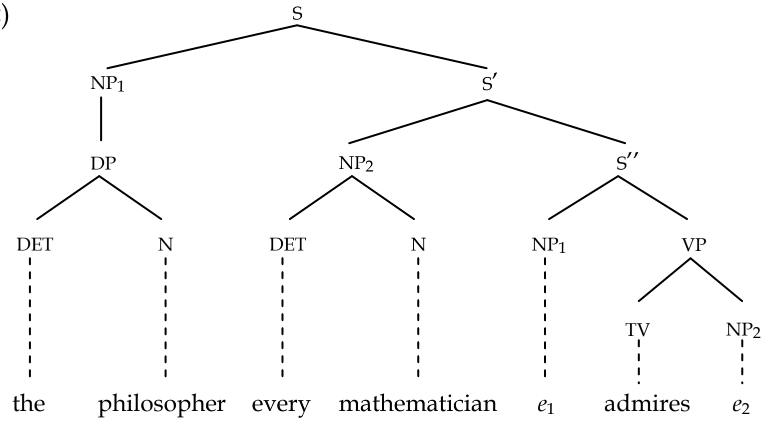
Pre túto vetu je možné zostaviť dva stromové diagramy (1*a*) a (1*b*):[6]

---

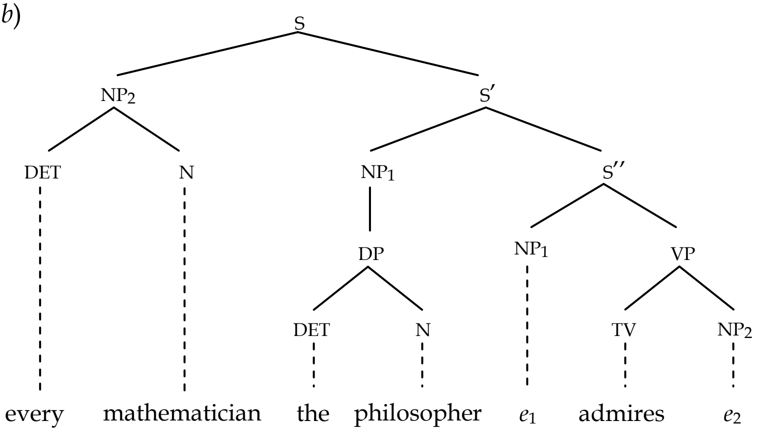
5 Na túto nápadnú podobnosť medzi deskripciami a ostatnými kvantifikátorovými výrazmi poukázal už v roku 1905 B. Russell (pozri Russell 2005, 59).

6 Presnejšie povedané, s postupnosťou znakov (1) dokážeme spojiť dve správne utvorené anglické vety: Vetu, ktorú môžeme stotožniť s usporiadanou dvojicou ⟨(1), (1*a*)⟩, a vetu, ktorá sa dá stotožniť s usporiadanou dvojicou ⟨(1), (1*b*)⟩. Veta nie je len postupnosť znakov, ale ide o útvar, pre ktorý je typická syntaktická štruktúrovanosť. Ako ukazujú rozklady (1*a*) a (1*b*), za jednou postupnosťou znakov sa skrývajú dve rôzne syntaktické štruktúry, a preto ide o dve rôzne vety. Od týchto komplikácií budem v ďalšom texte abstrahovať.

(1*a*)



(1*b*)



Tieto dva formačné stormy však nereprezentujú rozdielne pravdivostné podmienky;[7] inými slovami, z hľadiska pravdivostných podmienok nezáleží na tom, či na syntaktickej úrovni deskripciu „the philosopher“ predsunieme pred výraz „every mathematician“ alebo naopak.

O tom, aký dosah bude mať deskripcia (alebo iný výraz kategórie NP), sa však nemusíme rozhodovať iba vtedy, keď sa vo vete vyskytujú dva, prípadne viaceré výrazy tejto kategórie. O dosahu výrazu kategórie NP môžeme hovoriť aj vtedy, keď sa vyskytuje vo vete s niektorými špecifickými operátormi. Napríklad:

---

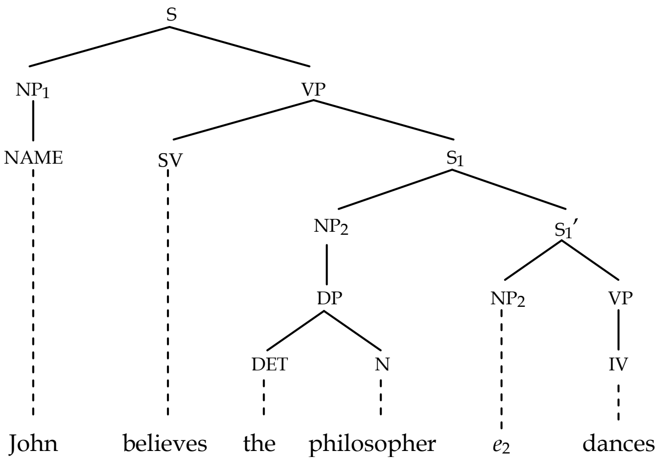
[7] Podrobnejšie pozri napríklad Neale (1990), 119 – 124.

(2) It is not the case that the philosopher dances.
[Nie je pravda, že /the/ filozof tancuje.]

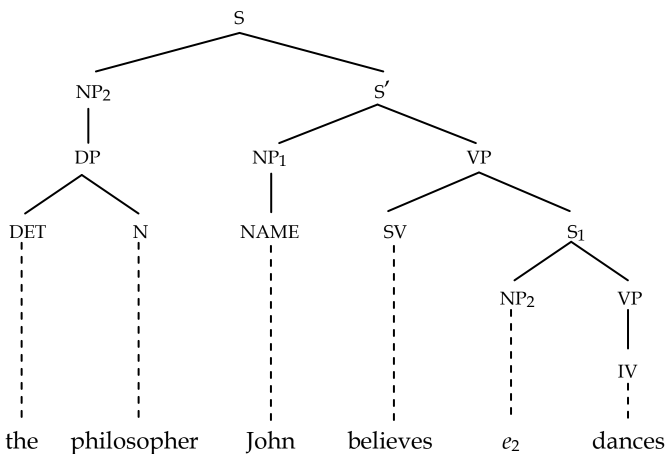
(3) John believes the philosopher dances.
[John verí, že /the/ filozof tancuje.]

Pre vetu (3) môžeme zostaviť nasledujúce dva stromové diagramy:

(3*a*)



(3*b*)



Podobnú odlišnosť by sme našli v prípade stromových diagramov pre vetu (2). V týchto dvoch prípadoch už možno navyše hovoriť aj o rozdielnych pravdivostných podmienkach. K tejto téme sa vrátime neskôr, keď budeme hovoriť o Russellovej teórii deskripcií.

Keďže existujú dobré syntaktické dôvody na to, aby sme považovali deskripcie za kvantifikátorové výrazy, môžeme na ne aplikovať štandardnú typológiu, ktorú sme zaviedli v druhom pokračovaní. Výrazy kategórie DP sa vzťahujú na kvantifikátory, ktoré sme sa rozhodli nazývať kvantifikátormi typu ⟨1⟩; výrazy kategórie DET sa zase vzťahujú na kvantifikátory, ktoré sa považujú za kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩. To isté platí aj v prípade deskripcií, resp. určitého člena. Určitý člen je determinátor, teda vzťahuje sa na kvantifikátor typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, a deskripcie sú zase výrazmi kategórie DP, takže vzťahujú sa na kvantifikátory typu ⟨1⟩.

Poznamenávam, že ak budeme určité deskripcie a určitý člen chápať uvedeným spôsobom, veľmi ľahko sa začlenia do jazyka J^+, ktorý som načrtol v druhom pokračovaní (pozri Zouhar 2006*b*, 247 – 248). Jazyk J^+ obsahuje vo svojom slovníku determinátory aj *n*-argumentové predikáty (medzi ktorými sú aj výrazy kategórie N). Určitý člen patrí do kategórie DET. Analogicky gramatické pravidlá vytvárania zložených výrazov obsahujú pravidlo, ako vytvárať také formuly jazyka J^+, ktoré pozostávajú z determinátora a menného výrazu. Jazyk J^+ teda obsahuje aj deskripcie, keďže tieto výrazy majú formu DET + N.

2.2 Určité deskripcie, určitý člen a ich sémantika

Kvantifikátory sú sémantickými obsahmi niektorých výrazov: kvantifikátory typu ⟨1⟩ sú sémantickým obsahom výrazov kategórie DP a kvantifikátory typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ sú sémantickými obsahmi determinátorov. Kvantifikátory typu ⟨1⟩ sa považujú za množiny určitých množín indivíduí. Napríklad („φ“ je výraz kategórie N; $\boldsymbol{\varphi}$ je množina indivíduí, ktoré spadajú pod daný výraz; $\mathbf{U}$ je univerzálna množina, $|\mathbf{Y}|$ je kardinalita množiny $\mathbf{Y}$, ⟦ ⟧ je interpretačná funkcia, ktorá výrazom daného jazyka priraďuje sémantický obsah, takže ⟦A⟧ môžeme stotožniť s kvantifikátorom, na ktorý sa vzťahuje kvantifikátorový výraz „A“):

$[\![\text{žiadne } \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \mathbf{X} \cap \boldsymbol{\varphi} = \varnothing\}$;
$[\![\text{každé } \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$;
$[\![\text{práve dve } \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{X} \cap \boldsymbol{\varphi}| = 2\}$.

Aký kvantifikátor bude vyjadrovať deskripcia „the φ“? Na túto otázku odpovieme pomocou príkladu. Vezmime si napríklad výrok

(4) The philosopher dances.
[/The/ filozof tancuje.]

Na to, aby veta (4) bola pravdivá, musí existovať indivíduum, ktoré tancuje. Zároveň však pravidlá správneho používania anglického určitého člena hovoria, že ak kontext nezaručí, že deskripcii (resp. jej časti bez určitého člena) zodpovedá práve jedno indivíduum, tak daná veta nemôže byť pravdivá v takomto kontexte.[8] V tomto konkrétnom príklade to znamená, že množina filozofov, na ktorú sa vzťahuje výraz „philosopher“, musí byť jednoprvková a zároveň táto množina musí byť podmnožinou množiny tancujúcich indivíduí. Určitý člen implikuje jedinečnosť, takže pri identifikácii správneho kvantifikátora by sme mali povedať, že kardinalita množiny je rovná číslu jedna. Môže nám určitú pomôcku poskytnúť uvedený kvantifikátor ⟦práve dve φ⟧, ktorý takisto pracuje s kardinalitou množiny? V prípade tohto kvantifikátora ide o množinu takých množín indivíduí, ktorých prienik s danou množinou **φ** obsahuje práve dva prvky. Prvý návrh teda znie:

*$[\![\text{the } \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\mathbf{X} \cap \boldsymbol{\varphi}| = 1\}$.

Okamžite treba povedať, že určitý člen sa nemôže vzťahovať na takýto kvantifikátor (preto hviezdička naznačujúca nesprávnosť). Na základe analógie s kvantifikátorom ⟦práve dve φ⟧ by sme povedali, že ide skôr o kvantifikátor ⟦práve jedno φ⟧. A keďže sa určitý člen a výraz „práve jedno“ nevzťahujú na ten istý kvantifikátor, tento návrh neprijímame.

Mimochodom, prečo sa určitý člen a výraz „práve jedno“ (alebo „presne jedno“ a podobne) nevzťahujú na ten istý kvantifikátor? Dôvod je jednoduchý. Vezmime si vetu

(5) Práve jeden filozof tancuje

a porovnajme ju s vetou (4). Veta (5) bude pravdivá, ak prienik množiny filozofov a množiny tancujúcich indivíduí je jednoprvkový. Tým sa však ešte nič nehovorí o kardinalite množiny filozofov, ale iba o kardinalite prieniku spomínaných dvoch množín. To znamená, že množina filozofov by mohla mať koľkokoľvek prvkov, ale na pravdivostné podmienky táto informácia nebude mať žiadny vplyv. Na to, aby veta (4) bola pravdivá, musí byť aj množina filozofov jednoprvková; nestačí, aby jednoprvkový bol prienik množiny filozofov a množiny tancujúcich indivíduí.

---

[8] Táto formulácia pripúšťa dve možnosti: Buď bude takáto veta nepravdivá, alebo nebude mať žiadnu pravdivostnú hodnotu. Ako čitateľ čoskoro zistí, navrhnutá teória bude akceptovať prvú alternatívu. Existujú však významné koncepcie preferujúce druhú možnosť; vrátime sa k nim v niektorom z nasledujúcich pokračovaní.

Nasledujúci návrh zohľadňuje túto skutočnosť:

$[\![\text{the } \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$.[9]

Určitý člen sa teda vzťahuje na takú množinu obsahujúcu ako svoje prvky množiny, ktoré majú neprázdny prienik s určitou danou jednoprvkovou množinou (keďže ich prienik je neprázdny a jedna množina je jednoprvková, aj ich prienik musí byť jednoprvkový); alternatívne môžeme povedať, že ide o takú množinu, ktorej prvky, t. j. množiny indivíduí, sú nadmnožinami určitej danej jednoprvkovej množiny.

Existujú v jazyku kvantifikátorové výrazy, ktoré sa vzťahujú na kvantifikátory odlišujúce sa od kvantifikátora $[\![\text{the } \varphi]\!]$ iba tým, že kardinalita množiny $\boldsymbol{\varphi}$ je väčšia ako jedna? V angličtine je takým výrazom napríklad „both φs“ a v slovenčine zase výraz „obe φ“. Platí:

$[\![\text{both } \varphi\text{s}]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = 2 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$.

Podobne pre výraz „all (of the) three φs“ („všetky tri φ“) platí:

$[\![\text{all of the three } \varphi\text{s}]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = 3 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$.

Všeobecne pre ľubovoľné prirodzené číslo n bude platiť:

$[\![\text{all of the } n \; \varphi\text{s}]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = n \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$.

Vidíme, že medzi angličtinou a slovenčinou existuje výborná korelácia, pokiaľ ide o výrazy vzťahujúce sa na kvantifikátory, ktoré vyžadujú, aby kardinalita určitej danej množiny bola rovná číslu n ($n \geq 2$). Existuje podobná korelácia aj v prípade kvantifikátora, ktorý požaduje, aby kardinalita danej množiny bola rovná jednej? Inými slovami, existuje v slovenčine výraz, ktorý by bol vhodným ekvivalentom anglického určitého člena v tom, že by sa vzťahoval na ten istý kvantifikátor? V každom prípade výrazy ako „jedno φ“, „práve jedno φ“ alebo „presne jedno φ“ nie sú – ako sme videli – vhodnými kandidátmi.

---

[9] Tento zápis je ekvivalentný s nasledujúcim zápisom:

$[\![\text{the } \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } |\mathbf{X} \cap \boldsymbol{\varphi}| = 1\}$,

ktorý sa viac podobá zamietnutému návrhu. Konštatovanie, že nejaká jednoprvková množina je zároveň podmnožinou nejakej inej množiny (čo tvrdí zápis uvedený v hlavnom texte), bude totiž pravdivé, ak je pravda to, že prienik tejto jednoprvkovej množiny s druhou množinou je jednoprvkový (čo zase tvrdí zápis uvedený v tejto poznámke); a platí to aj naopak. Keďže sú oba zápisy ekvivalentné, nezáleží na tom, ktorý budeme používať. Formuláciu uvedenú v hlavnom texte som zvolil preto, lebo lepšie vyhovuje štandardným formuláciám pravdivostných podmienok výrokov s deskripciami.

Vhodnejším kandidátom je výraz „jediné φ“, hoci ani tu nemôžeme povedať, že korelácia je dokonalá. Môžeme izolovať prinajmenšom dva významy, v ktorých sa používa výraz „jediné φ“. Porovnajme vety:

(6) Jediný plavec doplával na druhý breh.
(7) Jediná Saddámova manželka zmizla bez stopy.

Vetu (7) môžeme použiť napríklad v kontexte, v ktorom chceme zdôrazniť skutočnosť, že Saddám má iba jednu manželku; v kultúre, v ktorej nie je nezvyčajné, že jeden muž má viacero manželiek, by takéto vyjadrenie bolo primerané, kým na druhej strane v kresťanskom prostredí by sme sa zaobišli bez takejto explicitnej zmienky jedinečnosti. Môžeme teda uzavrieť, že použitie výrazu „jediný“ v kontexte vety (7) zrejme dostatočne supluje použitie určitého člena v angličtine. Na druhej strane vo vete (6) funguje výraz „jediný“ trochu inak. Vetu (6) môžeme použiť napríklad v situácii, v ktorej niekoľko plavcov chce preplávať kanál La-Manche. Ak vyslovíme vetu (6), zrejme naznačujeme, že zo všetkých plavcov doplával iba jeden (a ostatní sa možno utopili). Veta (6) bude teda pravdivá, ak kardinalita prieniku množiny plavcov a množiny indivíduí, ktoré doplávali na druhý breh, je rovná číslu jedna, kým veta (7) bude pravdivá, ak kardinalita množiny Saddámových manželiek je rovná číslu jedna a zároveň všetky prvky tejto množiny zmizli bez stopy. Výraz „jediný“ z vety (6) je zrejme ekvivalentný napríklad anglickému výrazu „exactly one“ alebo slovenskému „práve jeden“, kým výraz „jediný“ z vety (7) je ekvivalentný anglickému určitému členu. Môžeme teda rozlíšiť dva kvantifikátory vyjadrené výrazom „jediné φ“:

$[\![\text{jediné}_1\ \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\mathbf{X} \cap \boldsymbol{\varphi}| = 1\}$.
$[\![\text{jediné}_2\ \varphi]\!] = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$.

Mimochodom, je zaujímavé, že slovenčina nemá osobitný výraz, ktorý by implikoval jedinečnosť v rovnakom zmysle, v akom ju implikuje určitý člen. To znamená, že v slovenčine nemáme rovnaké podmienky na vyjadrenie jednoprvkovosti určitej množiny ako v angličtine: V angličtine výraz „the φ“ implikuje, že množina, na ktorú sa vzťahuje výraz „φ“, je jednoprvková; v slovenčine k takémuto záveru môžeme dospieť použitím výrazu „jediný“ v jednom z jeho dvoch zmyslov, ktoré sme rozlíšili. Na rozdiel od angličtiny však nemáme výraz, ktorý by slúžil *iba* na vyjadrenie tohto významu a žiadneho iného.

Zistili sme, na aký kvantifikátor typu ⟨1⟩ sa vzťahujú výrazy formy „the φ“. Ďalej treba určiť, na aký kvantifikátor typu ⟨⟨1⟩, 1⟩ sa vzťahuje výraz „the“, resp. slovenský výraz „jediný“ v jednom z jeho významov. Kvantifikátory typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$ sú funkcie, nie množiny množín (ako je to v prípade kvantifikátorov typu $\langle 1\rangle$) (pozri Zouhar 2006*c*). Ide o funkcie, ktoré zobrazujú určité množiny indivíduí do množín, ktorých prvkami sú množiny indivíduí. V prípade určitého člena môžeme napísať:

$$[\![\text{the}]\!](\boldsymbol{\varphi}) = \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}.$$

Ľavú stranu rovnosti čítame: „hodnota funkcie $[\![\text{the}]\!]$ pre argument $\boldsymbol{\varphi}$“; pravá strana rovnosti špecifikuje kritérium identity pre danú hodnotu. To znamená, že ak máme množinu indivíduí $\boldsymbol{\varphi}$, funkcia $[\![\text{the}]\!]$ priradí tejto množine množinu množín obsahujúcu ako svoje prvky iba množiny, ktoré sú nadmnožinami jednoprvkovej množiny $\boldsymbol{\varphi}$. Ak množina $\boldsymbol{\varphi}$ nie je jednoprvková, množina množín priradená množine $\boldsymbol{\varphi}$ bude prázdna.

Môžeme zovšeobecniť. Kvantifikátor typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$, ktorý je vyjadrený výrazom „the“, bude nasledujúcou funkciou:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{the}]\!]\colon \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\mathbf{Y}| = 1 \text{ a } \mathbf{Y} \subseteq \mathbf{X}\}$.

Analogicky pre slovenčinu dostaneme:

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{jediný}_2]\!]\colon \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\colon |\mathbf{Y}| = 1 \text{ a } \mathbf{Y} \subseteq \mathbf{X}\}$.

Zavŕšili sme hľadanie sémantických objektov pre výrazy „the φ“ a „the“.

2.3 Pravdivostné podmienky

Opäť sa vráťme k jazyku J^+. Spolu s ním sme zaviedli model $\mathcal{M}^+$, ktorý sme vymedzili pomocou univerza **U** a interpretačnej funkcie $[\![\ ]\!]^+$. Potom sme sa pýtali, za akých podmienok budú pravdivé, resp. nepravdivé výroky jazyka J^+. Teraz si podobnú otázku položme v súvislosti s vetou

(8) The φ is ψ.

Je zrejmé, že veta (8) bude pravdivá, ak množina, ktorú funkcia $[\![\ ]\!]^+$ priraďuje výrazu „ψ“, je prvkom množiny množín (kvantifikátora typu $\langle 1\rangle$), ktorú táto funkcia priraďuje výrazu „the φ“. Platí teda:

$$[\![(8)]\!]^+ \begin{cases} = \mathbf{1} \textit{ vtt } [\![\psi]\!]^+ \in [\![\text{the } \varphi]\!]^+; \\ = \mathbf{0} \textit{ vtt } [\![\psi]\!]^+ \notin [\![\text{the } \varphi]\!]^+. \end{cases}$$

Ak $\boldsymbol{\psi}$ je množina, ktorú spomínaná funkcia priraďuje výrazu „ψ“, a $\boldsymbol{\varphi}$ je množina, ktorú priraďuje výrazu „φ“, alternatívne môžeme napísať:

$$[\![(8)]\!]^{+} \begin{cases} = \mathbf{1} \textit{ vtt } \boldsymbol{\psi} \in \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}; \\ = \mathbf{0} \textit{ vtt } \boldsymbol{\psi} \notin \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}. \end{cases}$$

Je zrejmé, že ekvivalentne by sme mohli napísať:

$$[\![(8)]\!]^{+} \begin{cases} = \mathbf{1} \textit{ vtt } |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\psi} \in \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}; \\ = \mathbf{0} \textit{ vtt } |\boldsymbol{\varphi}| \neq 1 \text{ alebo } \boldsymbol{\psi} \notin \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}. \end{cases}$$

To znamená, že informáciu o kardinalite množiny $\boldsymbol{\varphi}$ môžeme premiestniť, čím sa dostaneme bližšie k štandardným formuláciam pravdivostných podmienok, ktoré vyzerajú takto:

$$[\![(8)]\!]^{+} \begin{cases} = \mathbf{1} \textit{ vtt } |\boldsymbol{\varphi}| = 1 \text{ a } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \boldsymbol{\psi}; \\ = \mathbf{0} \textit{ vtt } |\boldsymbol{\varphi}| \neq 1 \text{ alebo } \boldsymbol{\varphi} \not\subseteq \boldsymbol{\psi}. \end{cases}$$

Veľmi jednoduchá úvaha stačí na to, aby sme videli, že prvá formulácia pravdivostných podmienok implikuje druhú formuláciu. Stačí, ak si ukážeme, že formulácie „$\boldsymbol{\psi} \in \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } \boldsymbol{\varphi} \subseteq \mathbf{X}\}$“ a „$\boldsymbol{\varphi} \subseteq \boldsymbol{\psi}$“ sú ekvivalentné. Podľa prvého zápisu množina $\boldsymbol{\psi}$ patrí do určitej množiny množín; pre všetky prvky tejto množiny množín platí, že ich podmnožinou je množina $\boldsymbol{\varphi}$. Tvrdí sa, že $\boldsymbol{\psi}$ je jednou z týchto množín. Ak je to tak, platí: $\boldsymbol{\varphi} \subseteq \boldsymbol{\psi}$. A presne to je obsiahnuté v druhej formulácii.

2.4 Niektoré vlastnosti kvantifikátora [[the]]: extenzívnosť a konzervatívnosť

V treťom a štvrtom pokračovaní sme si priblížili najdôležitejšie vlastnosti kvantifikátorov typu ⟨⟨1⟩, 1⟩, teda kvantifikátorov vyjadrených determinátormi. Teraz sa pokúsime zistiť, ktoré z týchto vlastností má kvantifikátor vyjadrený určitým členom (resp. slovenčine výrazom „jediný$_2$“).

Najprv sa pozrime na *extenzívnosť* (pozri Zouhar 2006*c*, 391). Kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ je extenzívny, ak v prípade, že množiny $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$ sú podmnožinami ľubovoľných univerz **U** a **U*** (bližší rozdiel medzi **U** a **U*** je v tejto súvislosti irelevantný, podstatné je to, že sa podobajú v tom, že množiny $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$ sú ich podmnožinami), platí: $\boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!]_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!]_{\mathbf{U}^*}(\boldsymbol{\varphi})$. Je kvantifikátor [[the]] extenzívny? Nech modelovým príkladom je veta (8).

Platí: $\boldsymbol{\psi} \in [\![\text{the}]\!]_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\psi} \in [\![\text{the}]\!]_{\mathbf{U}^*}(\boldsymbol{\varphi})$? Evidentne platí. Ak je veta (8) pravdivá, tak podľa stanovených pravdivostných podmienok je množina $\boldsymbol{\varphi}$ jednoprvková a množina $\boldsymbol{\psi}$ je jednou z tých množín, ktorých podmnožinou je aj množina $\boldsymbol{\varphi}$. Pripustili sme, že univerzá **U** a **U*** sa môžu líšiť v čomkoľvek, ale musia sa zhodovať vo faktoch týkajúcich sa množín $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$. To znamená, že ak množina $\boldsymbol{\varphi}$ je v prípade univerza **U** jednoprvková a zároveň je podmnožinou množiny $\boldsymbol{\psi}$, platí aj to, že v prípade univerza **U*** je $\boldsymbol{\varphi}$ jednoprvková a zároveň je podmnožinou $\boldsymbol{\psi}$; a naopak. Kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je extenzívny: Ak univerzum **U** rozšírime na univerzum **U*** tak, že pridáme akékoľvek indivíduá, ktoré nemajú vlastnosť *byť* φ, tak veta (8) bude pravdivá vzhľadom na **U***, ak bola pravdivá vzhľadom na **U**. Kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je prvkom množiny **EXT**, teda množiny všetkých extenzívnych kvantifikátorov.

Ďalšou vlastnosťou bola *konzervatívnosť* (pozri Zouhar 2006*c*, 393). Kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ je konzervatívny, ak v prípade, že $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$ sú podmnožinami ľubovoľného univerza **U**, platí: $\boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!]_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!]_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi})$. Kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je rozhodne konzervatívny. Ak množina $\boldsymbol{\psi}$ je jednou z množín, ktorých podmnožinou je množina $\boldsymbol{\varphi}$, tak aj množina $\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi}$ (teda prienik množín $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$) bude jednou z množín, ktorých podmnožinou je množina $\boldsymbol{\varphi}$. Samozrejme, platí to aj naopak: Ak množina $\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi}$ je nadmnožinou množiny $\boldsymbol{\varphi}$, tak rovnako aj množina $\boldsymbol{\psi}$ musí byť nadmnožinou množiny $\boldsymbol{\varphi}$. Je totiž zrejmé, že ak množina $\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi}$ je neprázdna, aj v množine $\boldsymbol{\psi}$ sa musí vyskytovať aspoň jeden prvok, ktorý sa nachádza aj v množine $\boldsymbol{\varphi}$. Ak teda o podmnožine množiny $\boldsymbol{\psi}$ (t. j. o $\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi}$) platí, že je nadmnožinou množiny $\boldsymbol{\varphi}$, musí to platiť aj o množine $\boldsymbol{\psi}$ samej.

Vezmime si vetu (4). Táto veta je ekvivalentná vete (9):

(9) The philosopher is a dancing philosopher.
[/The/ filozof je tancujúcim filozofom.]

Konzervatívnosť by sme mohli intuitívne chápať tak, že ak jediné indivíduum má vlastnosť zmienenú v deskripcii (v tej časti deskripcie, ktorú dostaneme po odstránení určitého člena), tak môžeme tomuto indivíduu danú vlastnosť pravdivo predikovať. Inými slovami, deskripcia bude opisovať určité indivíduum iba vtedy, keď toto indivíduum má príslušnú vlastnosť. To je veľmi dôležitá skutočnosť, na ktorú často zabúdajú niektorí filozofi, ktorí sú očarení referenčným používaním deskripcií. K tomuto problému sa však ešte vrátime. Zatiaľ stačí povedať, že kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je prvkom množiny **CON**, teda množiny konzervatívnych kvantifikátorov.

Všetky dôsledky platné pre kvantifikátory, ktoré sú prvkami **EXT** aj **CON**, platia teda aj pre kvantifikátor ⟦the⟧. Keďže takéto kvantifikátory zužujú univerzum (pozri Zouhar 2006*c*), bude to platiť aj pre ⟦the⟧.

2.5 Niektoré vlastnosti kvantifikátora ⟦the⟧: izomorfná invariantnosť a intersektívnosť

Izomorfná invariantnosť je ďalšia vlastnosť kvantifikátorov a spočíva v tom, že z hľadiska správania kvantifikátorov je identita indivíduí (prvkov univerza) irelevantná (pozri Zouhar 2006*d*, 540). Kvantifikátor ⟦δ⟧ je izomorfne invariantný v prípade, že ak máme množiny $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$, ktoré sú podmnožinami univerza **U**, a zároveň je definované jedno-jednoznačné zobrazenie f z **U** na **U***, tak množina $f[\boldsymbol{\psi}]$ bude jednou z množín, ktoré sú nadmnožinami množiny $f[\boldsymbol{\varphi}]$, za predpokladu, že množina $\boldsymbol{\psi}$ je jednou z množín, ktoré sú nadmnožinami množiny $\boldsymbol{\varphi}$ (a naopak). Jednoduchšie povedané, platí: $\boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!](\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow f[\boldsymbol{\psi}] \in [\![\delta]\!](f[\boldsymbol{\varphi}])$. Je kvantifikátor ⟦the⟧ izomorfne invariantný v tomto zmysle? Zrejme je. Platí, že ak jednoprvková množina $\boldsymbol{\varphi}$ je podmnožinou množiny $\boldsymbol{\psi}$ (t. j. ak $\boldsymbol{\psi}$ je jednou z množín, ktoré sú nadmnožinami jednoprvkovej množiny $\boldsymbol{\varphi}$) a zároveň množiny $f[\boldsymbol{\psi}]$ a $f[\boldsymbol{\varphi}]$ sú množiny, ktoré jedno-jednoznačné zobrazenie f priradí množinám $\boldsymbol{\psi}$, resp. $\boldsymbol{\varphi}$, tak čokoľvek, čo platí pre vzťah množín $\boldsymbol{\psi}$ a $\boldsymbol{\varphi}$, musí platiť aj pre vzťah množín $f[\boldsymbol{\psi}]$ a $f[\boldsymbol{\varphi}]$; to znamená, že množina $f[\boldsymbol{\varphi}]$ bude jednoprvková a zároveň množina $f[\boldsymbol{\psi}]$ bude medzi tými množinami, ktoré sú nadmnožinami množiny $f[\boldsymbol{\varphi}]$. Napríklad veta (4) bude pravdivá, nech je spomínaným filozofom ktokoľvek; inými slovami, veta (4) je pravdivá, ak ľubovoľné jedno indivíduum je daným filozofom a toto ľubovoľné jedno indivíduum tancuje. Môžeme preto uzavrieť, že kvantifikátor ⟦the⟧ je prvkom množiny **ISOM**, teda množiny všetkých izomorfne invariantných kvantifikátorov.

Ako sme videli vo štvrtom pokračovaní, izomorfná invariantnosť je veľmi užitočná vlastnosť, lebo nám dovoľuje definovať kvantifikátory iba na základe kardinality množín (pozri Zouhar 2006*d*, 543); ukazuje, že dôležitý je počet prvkov v danej množine, nie ich identita, resp. pomery medzi počtom prvkov určitých množín. Niečo podobné platí aj v prípade kvantifikátora ⟦the⟧. Je totiž zrejmé, že definíciu

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{the}]\!]: \mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}: |\mathbf{Y}| = 1 \text{ a } \mathbf{Y} \subseteq \mathbf{X}\}$

môžeme bez akejkoľvek straty nahradiť definíciou

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{the}]\!]$: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } |\mathbf{Y}| = 1 \text{ a } \mathbf{Y} \cap \mathbf{X} \neq \emptyset\}$,

ktorú zase môžeme nahradiť definíciou

Pre ľubovoľnú množinu $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{U}$ platí:
$[\![\text{the}]\!]$: $\mathbf{Y} \Rightarrow \{\mathbf{X} \subseteq \mathbf{U}\text{: } |\mathbf{Y}| = 1 \text{ a } |\mathbf{Y} \cap \mathbf{X}| = 1\}$.

Táto skutočnosť je opäť filozoficky veľmi dôležitá. Môžeme ju totiž chápať aj tak, že pravdivostné podmienky vety s deskripciou budeme poznať aj vtedy, keď nevieme, ktoré konkrétne indivíduum danej deskripcii vyhovuje. Obhajcovia referenčného chápania deskripcií tento fakt evidentne podceňujú.

Dôležitým klasifikačným princípom je rozdelenie kvantifikátorov na *existenčné kvantifikátory*, *všeobecné kvantifikátory* a *kvantifikátory, ktoré nie sú ani existenčné, ani všeobecné*. Tieto tri množiny kvantifikátorov sú disjunktné, teda neexistuje žiadny kvantifikátor, ktorý by bol prvkom viac ako jednej z týchto troch množín. Vo štvrtom pokračovaní sa ukázalo, že existenčné kvantifikátory sú *intersektívne*, všeobecné kvantifikátory sú *ko-intersektívne* a kvantifikátory, ktoré nie sú existenčné ani všeobecné, sú *proporcionálne* (pozri Zouhar 2006*d*, 548 – 549). Z predchádzajúcich definícií kvantifikátora $[\![\text{the}]\!]$ by malo byť zrejmé, že ide o intersektívny, a teda existenčný kvantifikátor. Kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ je intersektívny, ak v prípade množín $\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\psi}$, $\boldsymbol{\varphi}^*$, $\boldsymbol{\psi}^*$, ktoré sú podmnožinami univerza $\mathbf{U}$, platí, že $\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\varphi}^* \cap \boldsymbol{\psi}^*$, tak platí, že $\boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!](\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\psi}^* \in [\![\delta]\!](\boldsymbol{\varphi}^*)$. Intersektívnosť ukazuje, že z hľadiska určenia pravdivostných podmienok je dôležitý *prienik* určitých množín (ko-intersektívnosť zase v tejto súvislosti vyzdvihuje rozdiel množín). Kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je intersektívny, ako vidieť z predchádzajúcich definícií. Možno uviesť aj jednoduchý intuitívny test, ktorý túto skutočnosť potvrdí. Opäť si vezmime vetu (4). Ak je táto veta pravdivá, tak zrejme existuje tancujúci filozof. Bude teda pravdivá veta:

(10) The dancing philosopher exists.
[/The/ tancujúci filozof existuje.]

Zrejme viac ani netreba uvádzať na to, aby sme pochopili, že $[\![\text{the}]\!]$ je existenčný kvantifikátor. Kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je teda prvkom množiny **INT**, teda množiny intersektívnych kvantifikátorov.

Kvantifikátor $[\![\text{the}]\!]$ je intersektívny a zároveň izomorfne invariantný. Ak má tieto dve vlastnosti, musí byť aj kardinálnym kvantifikátorom.

Kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ je *kardinálny*, ak v prípade množín **φ**, **ψ**, **φ***, **ψ***, ktoré sú podmnožinami univerza **U**, platí, že ak $|\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi}| = |\boldsymbol{\varphi}^* \cap \boldsymbol{\psi}^*|$, tak $\boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!](\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\psi}^* \in [\![\delta]\!](\boldsymbol{\varphi}^*)$. Predchádzajúce definície kvantifikátora [[the]] opäť potvrdzujú, že vyhovuje tejto charakteristike. Kvantifikátor [[the]] je teda prvkom množiny CARD, množiny kardinálnych kvantifikátorov.

2.6 Niektoré vlastnosti kvantifikátora [[the]]: monotónnosť

Zaujímavé vlastnosti kvantifikátorov súvisia s *monotónnosťou*. Vo štvrtom pokračovaní sme rozlíšili štyri druhy monotónnosti (pozri Zouhar 2006*d*, 550 – 553): sprava rastúce, sprava klesajúce, zľava rastúce a zľava klesajúce kvantifikátory. Ľahko sa dá ukázať, že kvantifikátor [[the]] sa vyznačuje iba prvým druhom monotónnosti. Kvantifikátor $[\![\delta]\!]$ je *monotónny sprava rastúci*, ak platí úsudok (resp. úsudková schéma):

δ φ je ψ.
Každé ψ je ψ*.
___
δ φ je ψ*.

Je zrejmé, že ak namiesto „δ“ dosadíme „the“, úsudok (úsudková schéma) bude platný:

The φ is ψ.
Every ψ is ψ*.
___
The φ is ψ*.

V záujme väčšej názornosti si zoberme konkrétny úsudok:

The philosopher is happy.
Every happy individual dances.
___
The philosopher dances.

Ostatné vlastnosti monotónnosti [[the]] nemá. Na to, aby [[the]] bol *monotónny sprava klesajúci*, mal by platiť úsudok (úsudková schéma):

The φ is ψ.
Every ψ* is ψ.
___
The φ is ψ*.

Tento úsudok však neplatí. Nasledujúci argument predstavuje jednoduchý protipríklad:

The philosopher is happy.
Every dancing individual is happy.

The philosopher dances.

Je totiž zrejmé, že premisy môžu byť pravdivé a záver nepravdivý, lebo množina tancujúcich indivíduí je podmnožinou množiny šťastných indivíduí, teda môžu existovať aj šťastné indivíduá, ktoré netancujú, a spomínaný filozof môže patriť medzi ne. Nebude teda pravda, že tancuje.

Ďalej na to, aby kvantifikátor ⟦the⟧ bol *monotónny zľava rastúci*, mal by platiť nasledujúci úsudok (úsudková schéma):

The φ is ψ.
Every φ is φ*.

The φ* is ψ.

Opäť ide o neplatný úsudok, ako ukazuje protipríklad:

The philosopher is happy.
Every philosopher sings.

The singing individual dances.

Dôvodom neplatnosti tohto úsudku môže byť napríklad to, že keďže množina spievajúcich bytostí je nadmnožinou množiny filozofov, tak môže obsahovať viac prvkov ako množina filozofov. Preto aj keď pripustíme, že prvá premisa vyjadruje jedinečnosť (t. j. množina filozofov je jednoprvková), v závere sa jedinečnosť môže stratiť (t. j. množina spievajúcich indivíduí nemusí byť jednoprvková). Záver preto môže byť nepravdivý, hoci premisy budú pravdivé.

A napokon kvantifikátor ⟦the⟧ by bol *monotónny zľava klesajúci*, keby bol platný nasledujúci úsudok (úsudková schéma):

The φ is ψ.
Every φ* is φ.

The φ* is ψ.

Protipríklad:

The philosopher is happy.
Every metaphysician is a philosopher.

The metaphysician is happy.

Ako je známe, druhá premisa bude pravdivá aj v prípade, že žiadny metafyzik neexistuje (áno, aj taký svet je možný!). Ak teda aj pripustíme, že prvá premisa je pravdivá, záver by bol v takom prípade nepravdivý, lebo výraz „the metaphysician" by sa vzťahoval na prázdnu množinu.

Platí preto, že kvantifikátor ⟦the⟧ je prvkom množiny MON↑, teda množiny monotónnych sprava rastúcich kvantifikátorov, ale nepatrí do ostatných množín MON↓, ↑MON, ↓MON.

2.7 Niektoré vlastnosti kvantifikátora ⟦the⟧: inherentná sortálnosť

Ďalšou vlastnosťou, ktorú sme spomínali vo štvrtom pokračovaní, je *sortálna redukovateľnosť*, ktorej opakom je *inherentná sortálnosť* (pozri Zouhar 2006*d*, 549 – 550). Kvantifikátor ⟦δ⟧ je sortálne redukovateľný, ak existuje taká boolovská funkcia g, že v prípade množín $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$, ktoré sú podmnožinami univerza $\mathbf{U}$, platí: $\boldsymbol{\psi} \in [\![\delta]\!](\boldsymbol{\varphi}) \Leftrightarrow g(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\psi}) \in [\![\delta]\!](\mathbf{U})$. (Ak to neplatí, kvantifikátor je inherentne sortálny.) Jednoduchšie povedané, kvantifikátor typu $\langle\langle 1\rangle, 1\rangle$ – ktorý je vyjadrený determinátorom „δ" vyskytujúcim sa vo vete formy „δ φ je ψ" (teda „δ φ" je výraz kategórie NP) – je inherentne sortálny, keď vetu „δ φ je ψ" možno upraviť tak, že výraz „φ" presunieme do predikátovej časti vety a k výrazu „ψ" ho pripojíme pomocou nejakej boolovskej operácie, a na jeho miesto dosadíme najvšeobecnejší možný výraz (napríklad výraz „indivíduum"). Vezmime si vety:

(11) Aspoň jeden filozof má akvárium.
(12) Takmer každý filozof má zlý vkus.

Výrazy „aspoň jeden" a „takmer každý" sa vzťahujú na sortálne redukovateľné kvantifikátory. Vety (11) a (12) sa totiž dajú upraviť na vety:

(13) Aspoň jedno indivíduum je filozofom, ktorý má akvárium.
(14) Takmer každé indivíduum má zlý vkus alebo nie je filozofom.

Zaujímavá otázka znie, či kvantifikátor ⟦the⟧ je sortálne redukovateľný.

V prvom rade si všimnime teorému, ktorú obhajuje E. Keenan (pozri Keenan 1993, 318 alebo Keenan – Westerståhl 1997, 860):

Konzervatívny kvantifikátor ⟦δ⟧ je sortálne redukovateľný *vtedy a len vtedy, keď* ⟦δ⟧ je buď intersektívny, alebo ko-intersektívny.

Z tejto teorémy vyplýva, že ⟦the⟧ je sortálne redukovateľný kvantifikátor, keďže je konzervatívny a zároveň intersektívny. Skúsme uvedený test aplikovať na vetu (4). Dostaneme vetu (15), ktorá by mala byť ekvivalentná vete (4):

(15) The individual is a dancing philosopher.
[/The/ indivíduum je tancujúcim filozofom.]

(Keďže ide o existenčný, teda intersektívny kvantifikátor, relevantnou boolovskou operáciou je prienik množín, ktorý sa v prirodzenom jazyku dá vyjadriť spojkou „a" („and"). V slovnom spojení „is a dancing philosopher" je táto spojka implicitne obsiahnutá, keďže sa tento výraz dá nahradiť spojením „is a philosopher and dances".)

Zdá sa však, že vety (4) a (15) nie sú ekvivalentné. Nech naším univerzom je $\mathbf{U} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$. Výraz „individual" nech označuje $\mathbf{U}$. Ďalej nech výraz „philosopher" označuje množinu $\boldsymbol{\varphi} = \{\mathbf{a}\}$ a výraz „dancing individual" označuje označuje množinu $\boldsymbol{\psi} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$. Ľahko uvidíme, že veta (4) je síce pravdivá, ale veta (15) je nepravdivá za týchto podmienok. Veta (4) je pravdivá, lebo množina $\boldsymbol{\varphi}$ je jednoprvková *a zároveň* množina $\boldsymbol{\psi}$ patrí medzi množiny, ktoré sú nadmnožinami množiny $\boldsymbol{\varphi}$. Na to, aby bola pravdivá veta (15), musia byť splnené dve podmienky: (i) $\mathbf{U}$ je jednoprvková množina a (ii) množina $\boldsymbol{\varphi} \cap \boldsymbol{\psi}$ patrí medzi tie množiny, ktoré sú nadmnožinami $\mathbf{U}$. Je zrejmé, že ani (i), ani (ii) neplatí: $\mathbf{U}$ je v skutočnosti štvorprvková množina a množina $\{\mathbf{a}\}$, ktorá je prienikom množín $\boldsymbol{\varphi}$ a $\boldsymbol{\psi}$, rozhodne nie je nadmnožinou množiny $\mathbf{U}$.

Môžeme uzavrieť, že ⟦the⟧ nie je sortálne redukovateľný kvantifikátor, takže je inherentne sortálnym kvantifikátorom. Zároveň ⟦the⟧ predstavuje protipríklad ku Keenanovej teoréme. Táto teoréma je pomerne silná, lebo má formu ekvivalencie. Zdá sa však, že neplatí jedna strana ekvivalencie: Nie je pravda, že *ak* je kvantifikátor buď intersektívny, alebo ko-intersektívny, *tak* je sortálne redukovateľný. Druhá strana ekvivalencie však platí, takže teoréma by mala znieť:

Ak je konzervatívny kvantifikátor ⟦δ⟧ sortálne redukovateľný, *tak* ⟦δ⟧ je buď intersektívny, alebo ko-intersektívny.

Zostane tak vylúčená možnosť, že by existoval konzervatívny kvantifikátor, ktorý by bol sortálne redukovateľný a zároveň proporcionálny (a o to v Keenanovej teoréme v skutočnosti ide). Naďalej bude totiž platiť, že všetky konzervatívne kvantifikátory, ktoré sú proporcionálne, budú zároveň aj inherentne sortálne.

(*pokračovanie*)

Filozofický ústav SAV
Klemensova 19
813 64 Bratislava
filomazo@savba.sk

LITERATÚRA

CMOREJ, P. (2001): *Úvod do logickej syntaxe a sémantiky*. Bratislava: Iris.

KEENAN, E. (1993): Natural Language, Sortal Reducibility, and Generalized Quantifiers. *The Journal of Symbolic Logic* 58, č. 1, 314 – 325.

KEENAN, E. – WESTERSTÅHL, D. (1997): Generalized Quantifiers in Linguistics and Logic. In: van Benthem, J. – ter Meulen, A. (eds.) (1997): *Handbook of Logic and Language*. Cambridge (Mass.): MIT Press, 837 – 893.

KING, J. (2001): *Complex Demonstratives. A Quantificational Account*. Cambridge (Mass.): MIT Press.

NEALE, S. (1990): *Descriptions*. Cambridge (Mass.) – London (England): MIT Press.

RUSSELL, B. (2005): O denotovaní. In: Russell, B.: *Jazyk a poznanie. State a prednášky z rokov 1901 – 1924*. Bratislava: Kalligram, 2005, 59 – 79.

ZOUHAR, M. (2006*a*): Kvantifikácia v prirodzenom jazyku (I). *Organon F* 13, č. 1, 101 – 122.

ZOUHAR, M. (2006*b*): Kvantifikácia v prirodzenom jazyku (II). *Organon F* 13, č. 2, 232 – 251.

ZOUHAR, M. (2006*c*): Kvantifikácia v prirodzenom jazyku (III). *Organon F* 13, č. 3, 379 – 394.

ZOUHAR, M. (2006*d*): Kvantifikácia v prirodzenom jazyku (IV). *Organon F* 13, č. 4, 539 – 553.