

Explicace a dedukce: od jednoduché k rozvětvené teorii typů

JIŘÍ RACLAVSKÝ

Katedra filozofie. Filozofická fakulta. Masarykova univerzita
Arna Nováka 1. 602 00 Brno. Česká republika
raclavsky@phil.muni.cz

ZASLÁN: 15-01-2013 • AKCEPTOVÁN: 15-03-2013

Abstract: In the first part of the paper, I argue that explicating systems which fall under the simple theory of types are limited in explicating our conceptual scheme. Such limitation is avoided if one utilizes, instead, a ramified type theory, especially the one developed by Pavel Tichý. In the third part of the paper, I explain the role of so-called constructions and derivation systems within such a framework, elucidating how deduction demonstrates properties of objects.

Keywords: Deduction – explication – ramified theory of types – simple theory of types.

V této stati nejprve zpřesním některé pojmy související s pojmem explicace. Přezkoumáme pak, jaké možnosti mají explikační systémy, které jsou vyvedeny v jednoduché teorii typů¹ nebo pod ni nějak spadají. Ve druhé sekci narazíme na nemožnost modelovat v takovýchto explikačních systémech intenzionální² pojmy. Přezkoumáme pokus tuto limitu překonat prostředky jednoduché teorie typů. Nezdár je zákonitý, a proto je nezbytné jako explikační systém používat rozvětvenou teorii typů. Pléduji konkrétně pro

¹ Pod teorií typů myslím systém funkcí a non-funcí (primitivních objektů, na jejichž souborech jsou nějaké funkce definovány), nikoli nějaký formální jazyk či teorii.

² „Intenzionální“ není v této stati míněno ve smyslu týkajícím se sémantiky pomocí možných světů.

teorii typů Pavla Tichého, neboť ta kombinuje prvky jak Churchovy jednoduché, tak Russellovy či spíš Churchovy rozvětvené teorie typů. Ukážeme si, že příslušné intenzionální entity, tzv. konstrukce, determinují objekty, mají k nim tedy velmi úzký vztah. Pak tzv. derivační systémy jsou systémy obsahující konstrukce a dedukční pravidla. Umožňují rigorózně dokazovat fakty o objektech, jejich vlastnostech a vzájemných vztazích. Jestliže konstrukce artikuluji intuitivní rysy objektů, jež jsou explikovány běžnými extenzionálními objekty teorie typů, tak derivační systémy artikuluji vlastnosti těchto objektů a jejich konstrukcí.

1. Explikace a jednoduchá teorie typů

Jak známo, *explikace* spočívá v tom, že *explikovaný* – intuitivní, pre-teoretický – pojem (explikandum), je převeden na *explikující* – rigorózní, teoretický – pojem (explikát, popř. explikans).³ Jak uváděl již R. Carnap (1950), takovému převedení má respektovat a. věcnou trefnost (materiální adekvátnost), b. formální správnost, c. plodnost (umožnit formulování obecných zákonů).⁴ Níže se v úvahách omezíme na filosoficko-logickou explikaci (a nikoli třeba čistě filosofickou explikaci), za explikáty tedy budeme mít nějaké logicko-matematické entity, zejm. množiny či funkce.⁵

Převodu jednotlivých explikand na jednotlivé explikáty koresponduje *explikační funkce*, což je parciální zobrazení prvých předmětů na ty druhé. (Explikaci ve smyslu nějakého procesu se níže věnovat nebudeme, byť o ní budeme příležitostně nepřímou hovořit.)

Nyní uvažme dvojici, jejímž prvním členem je souhrn určitých vybraných pre-teoretických pojmů či entit a druhým členem je systém explikujících pojmů, *explikační systém*. Je-li k tomuto přidána patřičná explikující funkce, jedná se o *explikační rámec*. Ten je tedy určitou trojicí.⁶

³ Pojem ve smyslu *notion*, nikoli *concept*; tedy entita ne nutně komplexní povahy, jakou mají pojmy, z nichž se skládají myšlenky.

⁴ První dvě podmínky popisoval už Alfred Tarski ve svém slavném textu (1933/1956), kde provedl ukázkovou explikaci významu predikátu „pravdivý“.

⁵ Při zde přijímaném funkcionálním, nikoli množinovém, pojímání fundamentů matematiky a logiky jsou množiny chápány jako charakteristické funkce (jimž se příležitostně říká „třídy“).

⁶ Pojem explikačního rámce byl inspirován Tichého poznámkami v (1986a, 258-260). V současnosti tendují k tomu chápat explikační rámec jako trojici, jejímž prvním členem

Typicky je explikačním systémem churchovská jednoduchá teorie typů. (Poněkud provokativně tedy předpokládám, že to, v čem se pohybuje většina práce logiků, lze subsumovat pod rámeček jednoduché teorie typů.) Churchovská jednoduchá teorie typů obsahuje a. typ⁷ pravdivostních hodnot (obvykle dvou hodnot T a F), b. typ individuí a dále c. molekulární typy, které klasifikují všechny možné totální i parciální funkce nad objekty atomických typů ad. a. a b.⁸ Předměty atomického typu jsou vlastně abstraktní objekty, jsou to entity logicky primitivní, tedy nesložené, nijak nedělitelné. Od sebe navzájem jsou numericky odlišné, mají tak rozdílnou numerickou identitu, a jsou kategoriálně odlišné od všech objektů náležících do jakéhokoliv jiného typu.

Objekty atomických typů volíme k explikování entit či pojmů logicky primitivním způsobem. Pro příklad, poměrně složitý pre-teoretický objekt, jímž je určitý člověk, je explikován jakožto logicky primitivní entita, určité individuum z explikačního systému. Takto jsou vlastně ignorovány všechny rysy nepodstatné z hlediska dané explikace. Například k tomu, abychom vysvětlili fungování jazykové predikace vlastností individuí, lze vhodně od fyzikální složenosti lidí abstrahovat.

Objekty molekulárních typů typicky volíme při explikaci podmíněných fenomenů či pojmů. Onou podmíněností je obecně odvislost od něčeho, či obecněji nějaké přiřazení. Pro příklad, funkce z možných světů do pravdivostních hodnot, tedy možnosvětové propozice, byly navrženy jako významy oznamovacích vět, čímž bylo vystiženo, že jejich nabytí konkrétní pravdivostní hodnoty je odvislé od logické modalit (možných světů).

Povšimneme si nyní, že explikační funkce je k individuaci explikačních rámců nezbytná. Kdybychom explikovali určitou kolekci nějakých entit jakožto některou charakteristickou funkci, je dosti podstatné, zda je v daném explikačním rámci intuitivní logická kvalita „Ano“ zobrazena explikační funkcí na T, anebo na F.⁹

je (celé) konceptuální schéma. Někdo by mohl namítnout, že nejasné entity z pre-teoretické oblasti nemohou být v oboru explikační funkce. Jenomže tu uvažujeme až v meta-rámci, v němž zkoumáme určité explikační systémy. Tato věc je podrobně vysvětlena v Raclavský (2013), kde jsou řešeny i další obtíže s pojmem explikace.

⁷ Typy můžeme popisovat jako množiny objektů určitého druhu.

⁸ Vlastně se jedná o Tichého (1976, srov. již 1971) rozšíření Churchovy (1940) koncepce, která byla omezena jen na totální funkce. Tichý mezi atomické typy obvykle klade ještě typ možných světů a typ reálných čísel, ale toho si zde nemusíme všimnout.

⁹ Tento konkrétní příklad i problém jsem převzal z Tichý (1988, 196).

Pro jiný příklad,¹⁰ přímo fantastickou pluralitu odlišných explikačních rámců získáme, když je v explikačním systému užít typ možných světů, tj. (obvykle nekonečná) kolekce logicky primitivních entit W_1, W_2, \dots, W_n . Je to proto, že těmito jsou explikovány intuitivní systémy možných faktů, kterých je mnoho a také není nijak standardizováno jejich pořadí, takže není jasné, zda teoretik při jejich explikaci použil tu či onu konkrétní explikační funkci.

Mnohost explikačních rámců je od počátku podmíněna už tím, že teoretikové pomocí (logických) individuí explikují entity rozmanitých druhů, totiž cokoli, co je „předmětem úvahy“. Pokud se nyní podíváme do oblasti explikací v rámci filosofie, tak sice platí, že jakožto individua jsou explikovány konkrétní entity jako lidé apod., takže odpadá právě zmiňovaná pluralita, nicméně i tak je tu přemíra explikačních rámců. V mnohých z nich je totiž explikační funkce značně parciální – explikovány jsou pouze některé z intuitivních entit, co jsou, neboli pro ostatní intuitivní entity nevrací ony explikační funkce žádné explikáty.

Tato fragmentárnost je přirozeně důsledkem omezených lidských sil: teoretik se při explikaci soustředí jen na jeden či několik z plejády fenoménů a pojmů, které tu jsou. Někdy se ale za touto fragmentárností skrývá rezignace na *cíl, jímž je explikovat celé naše konceptuální schéma*. Občas se sice na obhajobu částečných explikací hovoří o efektivitě a ekonomii, jenže ta často vede k tomu, že explikace je vyvedena jen s minimálním úsilím a s pouze prostými metodologickými prostředky, které nicméně přece jen zajistí její přijatelnou praktickou aplikabilitu.

To, že jsou proponovány explikace jen části celého konceptuálního schématu, je někdy doprovázeno nadějí, že ony fragmentární explikační rámce půjde složit tak, aby došlo k pokrytí větší oblasti konceptuálního schématu. Při tomto je však potřeba, aby byly dané explikační rámce vzájemně seskládatelné. Je-li tomu tak, explikace toho či onoho dílčího fenoménu či pojmu je vlastně *plodná*, poněvadž umožňuje formulování obecných zákonů týkajících se našeho konceptuálního schématu. Je třeba podotknout, že metodologická či jiná provizornost mnoha explikací složitelnost s jinými explikacemi žel neumožňuje.

Snaha o co nejvíce univerzální explikaci je protichůdná zastávání metodologického postoje filosofického redukcionismu, který vědomě usiluje o vtěsnání reality do škatulky třeba prvořádkové logiky. Konflikt mezi oběma

¹⁰ Který vychází z Tichého pozorování v (1988, 201).

směrováními byl ve 20. století manifestován osobnostmi Alonzo Churcha a Willarda Ormana van Quina. Zatímco Quine jakoukoli kvantifikaci přes něco jiného než přes individua okázale odmítal, Church si plně uvědomoval nezbytnost kvantifikovat i přes jiné entity než individua (např. přes třídy tříd individuí), což je zakotveno v jeho jednoduché teorii typů. Výstižný je v této souvislosti jeho postřeh, že Quine-nominalista je v pozici analogické misogyni, který neuznává existenci žen, ale to přece neznamená, že nemáme existenci žen normálně předpokládat.¹¹

Ve prospěch *logiky prvního řádu*, tedy z hlediska jí pojednávaných objektů jen torza jednoduché teorie typů, jistě mluví její nepopíratelná úsporná elegance. Když totiž předpokládá pouze individua a pravdivostní hodnoty, tak je aplikovatelná na jakoukoli doménu intuitivních entit, jež jsou explikovatelné individui nebo nanejvýše jejich třídami/relacemi. Ona aplikabilita je však principálně fragmentární. Nejen to, důsledkem je podřezání plodnosti explikace kvůli nesložitelnosti oněch dílčích explikací.

Naopak jednoduchá teorie typů zažila a stále zažívá v explikaci celého konceptuálního schématu éru značných aspirací. V podstatné míře je to způsobeno aplikacemi při analýze přirozeného jazyka, neboť ten hovoří o nepřeborném množství entit našeho konceptuálního schématu. Explikovat entity, o nichž hovoří výrazy přirozeného jazyka, pak znamená podávat určité explikace těchto entit jakožto entit. Což je vlastně krédo klasické analytické filosofie zohledňující jazyk a provozující jeho *logickou analýzu*, tedy vlastně explikaci významů.¹²

2. Explikace a přechod od jednoduché k rozvětvené teorii typů

Kromě celkové jednoduchosti je kladem jednoduché teorie typů např. i to, že všechny entity v jejím rámci jsou množinové povahy, což je při současné preferenci množinových entit vítáno. Avšak navzdory jejím různým kladům má jednoduchá teorie typů principiální *limity*. Není totiž schopna řádně zachytit *strukturovanost*, tedy adekvátně explikovat tak komplexní entity, jakými jsou třeba jazykové významy. Přirozeně, poněvadž objekty jed-

¹¹ Viz Church (1958), ovšem zde namísto o explikaci základů matematiky realistickým nebo nominalistickým způsobem uvažují obecněji.

¹² Vztah explikace k přirozenému jazyku a k filosofii diskutuje Carnap v (1963, zvl. 933-940, sekce 19, odpověď Strawsonovi).

noduché teorie typů jsou jen množinové objekty, což jsou objekty buď logicky primitivní anebo jsou to pouhé funkce zobrazující jedny entity na jiné.

Onu zásadní limitu si uvědomil již objevitel teorie typů,¹³ Bertrand Russell. Větné významy chápal jako funkce ve starém, intenzionálním smyslu, tedy jako jisté komplexní procedury – nikoli jen pouhá zobrazení – vedoucí od argumentů k hodnotám. Tyto funkce podléhají nikoli extenzionální, ale *intenzionální individuaci*: ač jsou dvě funkce ekvivalentní tím, že dávají pro shodné argumenty tytéž hodnoty, nejsou identické, neboť se liší svou strukturou. Ke kategorizaci takových entit slouží *rozvětvená teorie typů* (Russell 1908, Whitehead – Russell 1910-1913). Například typ strukturovaných propozic je rozvětven (ramifikován) v nekonečně mnoho podtypů, tj. řádů tohoto typu.

Russell byl redukcionista a s ramifikací své dítě, jednoduchou teorií typů, doslova vylil z vaničky. S výjimkou individuí totiž exkomunikoval všechny entity jednoduché teorie typů, tj. všechny funkce v extenzionálním smyslu. Toto se vlastně stalo hlavním předmětem značné kritiky rozvětvené teorie typů, poněvadž explikace běžné matematiky bez extenzionálních funkcí byla značně krkolomná. Načež se rozvětvená teorie typů stala všeobecně nepopulární.

K jejím vzácným sympatizantům ale patřil například Church, který dokonce sám navrhl její nyní nejpoužívanější verzi.¹⁴ Church si byl totiž dobře vědom, že k explikaci *intenzionálních pojmů* jako např. přesvědčení („belief“) nebo vědění („knowledge“), jež operují na propozicích (významech vět), je ramifikace nezbytná (Church 1984, 521).

Někteří teoretici se ovšem pokusili vtěsnat svět intenzionálních entit do úzkého rámce jednoduché teorie typů. To lze ale jen za drastického zjednodušení, jehož metodologicky příkladnou variantu předložil Richmond Thomason.¹⁵ Thomason explikoval denotáty vět pomocí funkcí z možných světů do pravdivostních hodnot, tj. možnosvětových propozic, čímž si ponechal výtobytek intenzionální (modální) sémantiky. Je ale známo, že tyto

¹³ Russell (1903, Appendix B). To, že rozlišení aspoň nějak obdoba těm z jednoduché teorie typů proponovalo více autorů, což bylo autorovi statě naznačováno anonymním recenzentem (této i jiné mé statě), popřela osoba víc jak povoláná, totiž Church (1976a, 410).

¹⁴ Church (1976). Zvláštní je, že Church se nikdy nepokusil zkombinovat jednoduchou a rozvětvenou teorii typů tak, jak to učinil Tichý (srov. níže).

¹⁵ Thomason (1980). Příklad jsem použil již v (2009, 19–20).

funkce nedokážou dostatečně jemně individuovat významy vět, protože jedna taková funkce by byla významem nekonečně mnoha ekvivalentních, avšak svými intuitivními významy navzájem odlišných vět.

Thomason se proto rozhodl tyto významy (nikoli denotáty) vět explikovat způsobem, který je pro jednoduchou teorii typů příznačný – každé větě náleží svébytný význam určitého typu, k nekonečnu vět je tak třeba přiřadit nekonečně mnoho jistých entit. Není potřeba, aby tyto entity byly funkcionálního charakteru, takže jsou to entity logicky primitivní. Pro ně zavedl Thomason nový atomický typ, nazvěme ho pro teď 'typ větných významů', který je odlišný od typu individuí i typu pravdivostních hodnot a typu možných světů. V příslušné instanci jednoduché teorii typů pak jsou i funkce z či do typu větných významů a to např. do typu možnosvětových propozic.

Intuitivně platí, že strukturovaný význam určuje denotát, tj. pravdivostní podmínku věty, která je vhodně ztotožněna s možnosvětovou propozicí. Například pravdivostní podmínka, že Alík je pes, je jednoznačně determinována ekvivalentními procedurami, „Alík je pes“, „Neplatí, že Alík není pes“, atd., jež jsou vlastně významy vět.

Pro Thomasona jsou ale významy vět logicky primitivní a takové entity proto nic nedeterminují. Mohou však být zobrazeny na jiné entity. Například větný význam P_2 je zobrazen na pravdivostní podmínku-propozici, že Alík je pes. Žádná takováto funkce z větných významů do možnosvětových propozic ale nevysvětluje, proč a jakým způsobem P_2 determinuje, že Alík je pes. Aby to zjistil, Thomason má jedinou možnost: podívat se do systému explikovaných entit na to, která entita je explikována logickou entitou P_2 , zda je to třeba intuitivní význam-procedura „Alík je pes“ spíše než „Neplatí, že Alík není pes“. Takže teoretik *musí vyskočit z rámce explikujících entit a podívat se na explikační rámec jako takový, resp. na jeho explikační funkci.*

Zcela totéž platí o Churchově explikaci pojmů.¹⁶ Předpokládejme pro jednoduchost, že čísla jsou u Churcha explikována individuí, prvky atomického typu ι_0 . Tzv. koncepty čísel jsou prvky právě tak atomického typu ι_1 . Prvky ι_1 jsou však logicky primitivními explikacemi intuitivních entit jako „ $2+3$ “, „odmocnina z 25“, „5 mínus 0“ atd. Samozřejmě, že tyto pojmy čísel, totiž koncepty K_1 , K_2 i K_3 , jsou nějak usouvztažněny. Ale pouze pomocí funkcí operujících nad objekty typu ι_0 a ι_1 . Žádná z těchto funkcí, např. ta, co zobrazuje K_2 na číslo 5, nám ale sama o sobě neobjasní, proč je 5 určeno právě pojmem K_2 anebo pojmem K_3 . Tyto funkce jsou jen zobrazeními

¹⁶ Např. Church (1951). Příklad diskutuji už v Raclavský – Kuchyňka (2011, 162).

domény na kodoménu, nic víc. Navíc kombinatoricky tu jsou i funkce, které např. K_2 zobrazují na jiné číslo, řekněme 7, a tak je vysvětlení opět delegováno na fakt, která z těchto funkcí je explikací kterého intuitivního pojmu.

3. Konstrukce v rozvětvené teorii typů

Pod vysvětlením v těchto případech myslím to, že např. číslo 5 je určeno intuitivním pojmem „ $2+3$ “ z toho důvodu, že tu je určitá procedura aplikující $+$ na dvojici $\langle 2,3 \rangle$, atp. Právě takovéto vysvětlení je vlastně činěno Tichého *konstrukcemi*.¹⁷ Explikací intuitivního pojmu „ $2 + 3$ “ je konstrukce zapisovaná pomocí $[2 + 3]'$, která vede k číslu 5 a to tak, že jsou zkonstruovány objekty $+$, 2 a 3, přičemž ta funkce $+$ je aplikována na $\langle 2,3 \rangle$.¹⁸

Každá konstrukce je dána jednak tím, který objekt konstruuje, jednak tím, jak ho konstruuje. Konstrukce mohou konstruovat týž objekt a proto být ekvivalentní, ale přitom nebýt identické, když onen objekt konstruují odlišným způsobem. Konstrukce můžeme chápat jako ne nutně efektivní algoritmické výpočty (Tichý 1986, 526), tedy nikoli rovnou jako algoritmy.¹⁹

Konstrukce jsou mimojazykové entity, které můžeme zapisovat pomocí (typovaných) λ -termů. Jinými slovy, každému typově dobře utvořenému λ -termu koresponduje určitá konstrukce. Stojí za zmínku, že Tichý původně používal Churchovu jednoduchou teorii typů a teprve poté, co si vážně uvědomil existenci strukturovaných entit, si povšiml, že procedury bude muset od jejich jazykového vyjádření λ -termy izolovat (Tichý 2009).

Tato věc má poněkud filosofické pozadí, a proto zde musí nastoupit filosofická obhajoba pojmu konstrukce proti připomínkám ze strany zastánců jednoduché teorie typů či obdobných anebo pod jednoduchou teorii typů v zásadě spadajících rámců. Takovouto obhajobu najdeme zvláště v první kapitole Tichého knihy (1988). Alternativně lze použít i jiné prameny nejen od příznivců Tichého (Raclavský 2009, Duží *et al.* 2010), ale i z okruhu některé další literatury, v níž je tematizována strukturovanost významů. Pro

¹⁷ Viz k tomuto např. výstižné články Tichý (1986; 1995).

¹⁸ Srov. specifikaci konstrukcí, nejlépe v Tichý (1988, kap. 5).

¹⁹ Zcela původně Tichý (1968) pracoval s algoritmy, v té době nazývanými ‚procedury‘. (V následnictví P. Materny používám termín ‚procedura‘ v intuitivním smyslu.)

úplnost jen připomenu, že Tichý považoval jazykové významy za velmi vhodně explikovatelné jakožto konstrukce denotátů těchto výrazů.²⁰

Zvláštní je, že po odhalení kategorie konstrukcí v první polovině 70. let 20. století Tichý hned neopustil prostředí jednoduché teorie typů. Konstrukce jakožto entity konstruující objekty jednoduché teorie typů do této teorie typů samy nenáležely, ale takřkajíc se nad ní vznášely. To má nepopíratelně výhodu při ontologické šetrnosti, přijímané i Tichým, která je pro filosofii a logiku 20. století symptomatická. Nicméně daň za tuto ontologickou úsporu je nasnadě: konstrukce samy nemohly být v rámci explikace explicitně traktovány.

Tuto limitu si Tichý prokazatelně uvědomil až po textu (1986), v němž podal nedobrou explikaci významu věty jako ‚Xenie počítá 2+3‘ či ‚Xenie počítá 3÷0‘.²¹ Jak později mnohem plauzibilněji vysvětluje (1988, 72), agent má podle oné věty postoj k proceduře sečtení dvou a tří, resp. dělení tří pomocí nuly, nikoli k jejímu výsledku (který v druhém případě není žádný), a už vůbec nemá postoj k českému jazykovému výrazu. Při tomto musí být konstrukce $[2 + 3]$, resp. $[3 \div 0]$, uchopena jako taková, bez ohledu na to, co případně konstruuje, a tedy tak explicitně traktována v rámci teorii typů.

K tomuto je potřeba uznat druh bezprostřední, jednokrokové konstrukce, tzv. trivializaci. Trivializace $[2 + 3]$, totiž $^0[2 + 3]$, konstruuje $[2 + 3]$, takže $^0[2 + 3]$ je hledanou komponentou logické analýzy věty ‚Xenie počítá 2+3‘.²² Trivializaci ve svých dřívějších textech (už 1976) Tichý ztotožňoval s objektem samotným – každý objekt totiž byl svou vlastní bezprostřední sebe-konstrukcí. To mj. dokazuje Tichého ontologické skrupule. Všimněme si, že Tichý k ontologickému rozšíření přistoupil právě v zájmu adekvátnosti explikace, protože bez explikace pojmů ‚Xenie počítá 2+3‘ nebo ‚3÷0 je nedefinováno‘ by širší explikace našeho konceptuálního schématu nebyla možná.

Jakmile byly limity jednoduché teorie typů prolomeny a konstrukce byly uznány jako entity, k nimž např. nějaké funkce vedou, nevyhnutelně došlo k ramifikaci. Kromě bezprostředních konstrukcí konstrukcí jsou tu totiž jistě i konstrukce obsahující proměnné pro konstrukce (uvažme jejich potřebu pro analýzu vět jako ‚Existuje něco, co Xenie počítá‘) a jiné druhy konstrukcí, které konstruují konstrukce. Nyní vstoupilo do hry základní pravidlo vý-

²⁰ Srov. např. Tichý (1988, zvl. kap. 12) anebo řadu textů v Tichý (2004).

²¹ Konkrétní Tichého příklad se týkal nedefinovanosti dělení tří nulou.

²² Trivializaci prvořadových objektů v této stati vyznačuji tučným řezem.

stavby nejen konstrukcí – nekruhovitost. Jakmile by proměnná (jakožto konstrukce, nikoli jen písmeno) byla součástí konstrukce, kterou samu tato proměnná konstruuje, by celá tato konstrukce nemohla být specifikována. To je vlastně verze *Principu bludného kruhu* (Vicious Circle Principle), kterým zdůvodňoval ramifikaci typu propozic a také jednotlivých typů propozičních funkcí už Russell (1908, 1910-1913 s Whiteheadem).²³

Tichého důmyslná teorie typů (Tichý 1988, Def. 16.1.) ve své spodní části zahrnuje jednoduchou teorii typů jakožto nástroj kategorizace tzv. prvořákových objektů. Tyto objekty jsou konstruovány konstrukcemi určitého typu řádu 1. Druhořádové objekty, tedy funkce z či do konstrukcí řádu 1, konstrukce řádu 1, a na základě tzv. kumulativity i prvořádové objekty, jsou konstruovány konstrukcemi řádu 2. Atd., výš a výše.

Typ konstrukcí je tedy ramifikován a po způsobu jednoduché teorie typů jsou kategorizovány rovněž funkce z či do konstrukcí. Tichého teorie typů je tak rozvětvená, aniž by – a to je zásadní rozdíl od všech ostatních rozvětvených teorií typů – přestala kategorizovat objekty traktované již v jednoduché teorii typů.²⁴ Tato typová teorie tedy zahrnuje nepřeborné množství entit²⁵ a je tudíž mocným nástrojem pro explikaci.

4. Explikace a rozvětvená teorie typů

Viděli jsme, že v zájmu explikace našeho konceptuálního schématu lze uznat intenzionální entity, a proto ramifikovat teorii typů, a přitom si však ponechat extenzionální entity jednoduché teorie typů. Do našeho explikačního systému jsme tedy zařadili strukturované procedury, konstrukce. Nyní je třeba se na jejich úlohu zeptat obecně.

Výše jsme při diskusi Churchových a Thomasonových explikačních postupů viděli, že síla jednoduché teorie typů je značná. Pro explikaci jakéhokoli pojmu či fenoménu je tu k dispozici nějaká funkce nebo primitivní en-

²³ U Tichého srov. (1988, 47-48), vypracování tématiky viz v Raclavský (2009, 50-53).

²⁴ Rozvětvenou teorii typů se vlastně jednohlasně myslí něco, co nijak nezahrnuje jednoduchou teorii typů; vzhledem k tomuto říkat Tichého teorii „rozvětvená“ vyvolává mylný dojem.

²⁵ Jak poznamenal už Tichý v Cmorej – Tichý (1998). Není ale všezahrnujícím rámcem, například se do něj nevejdou množiny zahrnující typově různorodé objekty. Ještě další poznámka: mezi konstrukcemi a tím, co konstruuji, samozřejmě existuje nějaká funkce, která je rovněž obsažena v dané teorii typů.

tita. Nevýhodou je, že žádná z těch entit není logicky komplexní tak, jako konstrukce. Nevýhodou ale rovněž je, že jak u primitivních objektů, tak u funkcí je to, co tato entita explikuje, jasné až z pohledu na explikační funkci, která tuto entitu přiřazuje určitému intuitivnímu pojmu. Toto přiřazování bychom mohli chápat jako jakýsi téměř konceptuální zdvih, kdy se od extenzionálních objektů zdvihneme k intenzionálním objektům, které ty extenzionální objekty zadávají.

Konstrukce pak dělají přesně tu věc, že v explikačním systému zastupují konceptuální entity, které jsou de facto přítomny v oblasti intuitivních entit explikačního rámce. Díky tomu, že tyto intuitivní entity mají v explikačním systému korelát, už není třeba vystupovat z tohoto systému, abychom zjistili, co vlastně ta či ona funkce či primitivní entita explikuje.

Uvažme názorný příklad. Vyplyvání lze definovat jako vztah mezi možnosvětovými propozicemi: propozice P vyplývá^P z třídy propozic P_1, \dots, P_n právě tehdy, když konjunktivním složením (průnikem) propozic P_1, \dots, P_n získáme propozici, která je podtřídou propozice P .²⁶ Takže třeba ze dvou propozic $\{W_1, W_{10}\}$ a $\{W_1, W_3, W_8\}$, kde W_i je některý možný svět a příslušné konjunktivní složení dává $\{W_1\}$, vyplývá^P propozice $\{W_1, W_2, W_5\}$. Uplatnit tento pojem propozičního vyplývání^P k objasnění vyplývání na jazykové úrovni ale není dostatečně iluminativní, protože v praktických situacích nejsme s to nijak rozhodnout, zda je propozice $\{W_1, W_{10}\}$ denotátem věty „Alík je pes“ nebo spíše „Alík je kočka“. Abychom to věděli, museli bychom vědět, jaký systém faktů, tedy který intuitivní možný svět, je explikován světem W_1 či W_{10} . Na úrovni významů těch vět ale přitom velmi dobře víme, že z „Alík je pes“, tedy z konstrukce $\lambda w [\text{Pes}_w \text{Alík}]$, vyplývá „Alík je savec“, tedy $\lambda w [\text{Savec}_w \text{Alík}]$. Nemusíme k tomu vědět, přesně které propozice jsou konstruovány kterými konstrukcemi. Stačí jen, že platí, že ty konstrukce konstruují propozice, které jsou ve vztahu vyplývání^P – poněvadž konstrukce C vyplývá^C z třídy konstrukcí C_1, \dots, C_n právě tehdy, když propozice konstruovaná konstrukcí C vyplývá^P z propozic konstruovaných konstrukcemi C_1, \dots, C_n .

Hned uvedu ještě další příklad. Uvažme možný svět W_1 , jenž je explikací systému faktů (intuitivního možného světa), v němž je Alík psem, Micka kočkou a řada dalších takových skutečností. Logicky primitivní entita W_1 je zcela bezbarvá a o tom, co explikuje, nedává vůbec žádný náznak. Proto to,

²⁶ To je založeno na faktu, že propozice je charakteristická funkce možných světů, tedy vlastně nějaká třída.

co reprezentuje, může být zjištěno až inspekci příslušné explikační funkce. V příslušném explikačním rámci je ale W_1 tím jediným možným světem, který je konstruován konstrukcí (ve slovním opisu) „ten jediný w takový, že Alík je ve w psem, že Micka je ve w kočkou, atd.“. W_1 je touto konstrukcí zcela barvitě popsán, konceptuálně uchopen onou konstrukcí. Uchopen, a většinou i podobně barvitě popsán, je i nekonečným dalších, ekvivalentních konstrukcí, které všechny jsou součástí daného explikačního systému. Abychom věděli, co za svět je svět W_1 , nemusíme tedy vyskakovat z onoho explikačního systému. Vrátime-li se k příkladu churchovské explikace matematických pojmů, z pouhého nahlédnutí rigorózního konceptu-konstrukce $[2 + 3]$ víme, jaký má vztah k číslu 5, tedy proč je $[2 + 3]$ pojmem čísla 5.

Gottlob Frege si na více místech posteskl (např. Frege 1979, 122), že „intenzionální (obsahové) logikové“ se sice správně věnují obsahům (intenzím) pojmů, na což „extenzionální logikové“ zapomínají, ale chybují obdobně jako oni, protože zapomínají na extenze pojmů. Přeloženo do problematiky vyplývání, kontrola platnosti úsudků se nemůže zaobírat pouze myšlenkami (‘Gedänke’, ‘Sinne’) vyjádřenými těmi větami, musí se starat také o významy (‘Bedeutungen’) vět, tedy o pravdivostní hodnoty (resp. o možnosvětové propozice). A všimněme si, že v Tichého teorii typů jdou intenze a extenze ruku v ruce: věta V vyplývá (v daném jazyce) z třídy nějakých vět V_1, \dots, V_n právě tehdy, když V vyjadřuje (v tom jazyce) konstrukci, která vyplývá^C z konstrukcí vyjádřených (v tom jazyce) větami V_1, \dots, V_n – neboli když ta věta V denotuje (v tom jazyce) propozici, která vyplývá^P z propozic denotovaných (v tom jazyce) větami V_1, \dots, V_n .²⁷

5. Dedukce v rozvětvené teorii typů

Pro svou ještě nerozvětvenou teorii typů navrhl Tichý *systém přirozené dedukce* v nepublikované rozsáhlé monografii (1976). Z té evidentně čerpal zvláště v pozdější expozici svého systému v (1982), kterou doplnil v (1986a).²⁸ Tichého dedukční systém je objektuální, operuje na konstrukcích, nikoli na výrazech.

²⁷ Přejato z Raclavský (2009, 264), srov. též (2012, 247–248).

²⁸ V tuzemsku byl při propagaci a rozvíjení Tichého logiky jeho dedukční systém naneštěstí přehlížen, jedinou výjimkou je expozice Jana Štěpána v Materna – Štěpán (2000). Vznikl tak mylný dojem, že Tichého logika není logikou, protože nezahrnuje dedukci; s tímto názorem polemizují ve stati Raclavský (2012).

Základními kameny dedukce nejsou samy konstrukce, ale jisté dvojice, tzv. *shody* („matches“) $X:C$. Druhým členem této dvojice je libovolně složená konstrukce C . Jejím prvním členem X je buď trivializace objektu konstruovaného (při dané valuaci v) tou konstrukcí C , nebo proměnná pro objekty patričného typu, anebo dokonce nic. V posledním případě se tak pracuje s tím, že daná konstrukce C nic ne- v -konstruuje (rozuměj v -konstruuje nic). V prvním případě jsme zase informováni, resp. je explicitně pojednáno, přesně který objekt daná konstrukce C konstruuje. V druhém případě se dovídáme a dále pak pracujeme s tím, že daná konstrukce C v -konstruuje objekt určitého typu. Pro ilustraci užitečnosti pro dedukci, druhý případ odpovídá tomu, když například u implikace víme, že její antecedent dává nějakou pravdivostní hodnotu. Prvý případ odpovídá tomu, když víme, že antecedent dává pravdivostní hodnotu F, takže můžeme odvodit, že celá implikace je pravdivá, což v předchozím případě bezprostředně nelze.

Ze shod jsou stavěny *sekventy* a z nich jsou stavěna *derivační pravidla*. Shody jsou splňovány valuacemi a sekventy jsou platné odvisle od splňování v nich obsažených sekventů, načež na platnosti sekventů závisí korektnost pravidel.

Jako obecný důvod potřeby dedukce Tichý uvádí, že to je způsob, jak studovat vlastnosti konstrukcí, které však plynou už z jejich prvotní specifikace (tj. který objekt daná konstrukce konstruuje a přesně jakým způsobem ho konstruuje):

Stipulations #1 – #4 [specifikace jednotlivých druhů konstrukcí] constitute a complete characterization of constructions and their behaviour. Whatever can be established about constructions, especially the way they depend for what they yield on valuations and on one another, can be derived from #1 – #4. In establishing results of this sort, however, it would be inconvenient always to refer back straight to these fundamental principles. In the present chapter we shall develop a method whereby arguments concerning constructions can be broken down into a relatively small number of simple and readily checkable kinds of steps. Each of these steps will be justified once and for all in terms of #1 – #4 and then used as a prefabricated block of argumentation without further reference to those principles. Arguments composed of such blocks will be called *derivations*. They will have the advantages of conciseness and easy readability; checking the correctness of a derivation will be, in fact, a matter of mechanical routine, requiring no intuitive insight. (Tichý 1976, začátek kapitoly II. Derivations)

Na první pohled by se z této uvozující poznámky mohlo zdát, že podle Tichého se dedukce týká výlučně konstrukcí, nikoli objektů. Tento dojem je klamný už proto, že každá konstrukce je dána krom jiného tím, který objekt konstruuje a tak v důsledku se vlastnost té konstrukce přenesne na jednu z vlastností toho objektu. Pro příklad, číslo 5 má vlastnost „být konstruován konstrukcí, jež spočívá v aplikaci funkce sčítání na čísla 2 a 3“ a tedy i vlastnost „být konstruován konstrukcí, jež aplikuje funkci sčítání“, kdy vlastnost „být konstrukcí, jež aplikuje funkci sčítání“ má ta konstrukce $[2 + 3]$. Tichý si toto nepochybně uvědomoval, když hlouběji v kapitole II. Derivations charakterizoval dedukci výstižněji jako formulování tvrzení o objektech a konstrukcích:

Statements about objects and constructions can be often couched in terms of sequents and their validity. (Tichý 1976, sekce 15)

Mohlo by se možná zdát, že pojmosloví Tichého dedukce – splňování shod valuací, platnost sekventů, apod. – se vymyká tomu, co je obsaženo v jeho teorii typů, a že dedukce se nad entitami teorie typů jaksi vznáší. Není tomu tak. Jak jsem ukazoval již jinde (Raclavský 2012, zvl. 249), jde jen o jiný způsob, jak vyjádřit určité vlastnosti jistých konstrukcí. Říci, že shoda $5:[2 + 3]$ je splňována, obnáší říci, že konstrukce $[^2[2 + 3] = 5]$ (kde konstrukce druhu dvojité exekuce, 2C , v -konstruuje to, co v -konstruuje C)²⁹ v -konstruuje pravdivostní hodnotu T. Podobně pro platnost sekventů, které jsou vlastně tvrzeními tvaru implikace, jejímž antecedentem je množina (konjunkce) shod a konsekventem je shoda sukcedentu. Obdobně pro derivační pravidla, protože derivační pravidla jsou vlastně posloupnostmi úsudků, tedy vlastně sledy implikací.

To, jak účinně a názorně vyobrazují derivační pravidla vlastnosti objektů (i jejich konstrukcí), nyní stručně vyložím na následujících dvou příkladech.³⁰ V obou půjde vlastně o jakousi obdobu „sémantických postulátů“. Ty říkají, že např. ‚starý mládenec‘ je ekvivalentně nahraditelný pomocí ‚než ženatý muž‘, a že ‚starý mládenec‘ implikuje ‚savec‘; to je dáno tím, jak je zadán význam sousloví ‚starý mládenec‘. Uvažme obousměrné derivační pravidlo $\models f:\lambda o_1 o_2[o_1 \vee o_2] \Leftrightarrow f:\lambda o_1 o_2[[-o_1] \rightarrow o_2]$, kde $\lambda o_1 o_2[o_1 \vee o_2]$ je η -redukovatelné na \vee , o_i je proměnná pro pravdivostní hodnoty a f pro binární pravdivostní funkce. Takovéto pravidlo mám za *defnici*, vymezuje

²⁹ Tento, šestý druh konstrukcí nemá korelát v λ -kalkulu.

³⁰ Rozebíraném již v Raclavský (2012, 250-251).

totiž, který přesně objekt je konstruován konstrukcí \vee . Je to totiž týž objekt, který je konstruován konstrukcí $\lambda o_1 o_2 [[\neg o_1] \rightarrow o_2]$. Derivační pravidlo $\Phi \cup \{T:o_1\} \Rightarrow T:o_2 \models \Phi \Rightarrow T: [o_1 \rightarrow o_2]$, kde Φ je množina shod, zase ukazuje, že konstrukce tvaru implikace je pravdivá, pokud jsou pravdivé oba její členy, což ilustruje tu vlastnost implikace, že pro $\langle T, T \rangle$ vrací T.

Dedukce zkrátka umožňuje rigorózní studium vlastností objektů a jejich konstrukcí. To má i zcela přímou souvislost s explikací, pokud přijímáme, že *explikát* intuitivního pojmu je určitý objekt Tichého teorie typů, přičemž definice jakožto derivační pravidlo tento objekt určuje prostřednictvím konstrukce druhu trivializace, která se vyskytuje v její „levé“ shodě. Například $\models f:\lambda o_1 o_2 [o_1 \vee o_2] \Leftrightarrow f:\lambda o_1 o_2 [[\neg o_1] \rightarrow o_2]$ předvádí explikát intuitivního „nebo“, totiž pravdivostní funkci \vee . Pro případ intenzionálních pojmů (např. významů výrazů) to znamená, že konstrukcí druhu trivializace je jako explikát určována nějaká konstrukce, nikoli prvořádový objekt; není tomu tedy tak, že např. před chvílí uváděná formální definice ukazuje explikát významu slova „nebo“.

Veškerou oblast dedukce v Tichého rámci lze rozdělit do rozmanitě se překrývajících souborů, jimž můžeme říkat *derivační systémy*. Aníž bychom šli do detailů jejich specifikace,³¹ derivační systém je dvojice, jejímž prvním členem je množina určitých konstrukcí *CS* a druhým členem množina derivačních pravidel *DR*.³² Derivační pravidla propojují jednu podmnožinu *CS* s jinou podmnožinou *CS*. Derivační systémy jsou tak vlastně něco jako objektuální logiky či kalkuly, avšak nemusí mít vlastnosti na tyto kladené.³³

³¹ Viz k tomuto Raclavský – Kuchyňka (2011, 171).

³² Pojem derivačního systému vznikl při úvahách nad *pojmovými systémy* Pavla Materny (např. 2004). Pojmový systém je vlastně množina konstrukcí s určitou vlastností (Materna explikuje pojmy jako jisté konstrukce). Vlastně tak jde o soubor pojmů, ale nic víc – chybí „uvažování“ s těmi pojmy. (Chybí i možnost odlišit mezi jednoduchými pojmy prvotní a odvozené pojmy – srov. třeba případ „zelený“ a „grue“ \neg , k čemuž je pochopitelně nějaká dedukce nezbytná. Tento problém řeší už první podoba derivačních systémů v Raclavský 2008, tam ještě nazývaných ‚pojmové‘.) Ve světle toho, že derivační pravidla lze „překlopit“ na určité konstrukce, lze říci, že derivační systémy zexplicitňují dedukční potenciál pojmových systémů tím, že činí zjevným derivační pravidla latentně obsažená v určité sadě konstrukcí. Pojem derivačního systému ale dovoluje, aby *CS* obsahoval konstrukce, které nemají korelát mezi prvky *DR*.

³³ Na příkladu logik-kalkulů v rámci výrokové logiky je toto vysvětlováno zvl. na s. 252 publikace Raclavský (2012).

Hlavně to však nejsou syntaktické (či jazykové) entity, na rozdíl od axiomatických systémů či formálních teorií současné logiky, což jsou vlastně jen nějaké množiny znaků (resp. dále některé operace na nich). Tyto znaky jsou interpretovatelné jako znamenající ty či ony entity a tím jsou od oněch potenciálních sémantických přívěsků vlastně neodvislé. Derivační systémy jsou ale zcela objektuální (mohou však být jazykovými prostředky uchopeny, vyjádřeny). Pokud je tedy uznáno, že lidské uvažování a dedukce je objektuální, že jejím předmětem jsou pojmy či myšlenky, resp. jejich posloupnosti, a nikoliv, že tyto jsou jen jazykovými výrazy, tak jejich rigorózními korelátů nejsou formální teorie či dokonce kalkuly, ale právě derivační systémy.

Literatura

- CARNAP, R. (1950): *Logical Foundations of Probability*. Chicago: The University of Chicago Press.
- CARNAP, R. (1963): Replies and Systematic Expositions. In: Schilpp, P. A. (ed.): *The Philosophy of Rudolf Carnap (The Library of Living Philosophers)*. La Salle: Open Court, 859-1013.
- CMOREJ, P. – TICHÝ, P. (1998): Komplexy. *Organon F* 5, č. 2, 139-161; č. 3, 266-289.
- DUŽÍ, M. – JESPERSEN, B. – MATERNA, P. (2010): *Procedural Semantics for Hyperintensional Logic: Foundations and Applications of Transparent Intensional Logic*. Springer Verlag.
- FREGE, G. (1979): Comments on Sense and Meaning. In: Hermes, H. – Kambartel, F. – Kaulbach, F. (eds.): *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell, 118-125.
- CHURCH, A. (1940): A Formulation of the Simple Theory of Types. *The Journal of Symbolic Logic* 5, No. 2, 56-68.
- CHURCH, A. (1951): A Formulation of the Logic of Sense and Denotation. In: Henle, P. – Kallen, H. M. – Langer, S. (eds.): *Structure, Method and Meaning (Essays in Honor of Henry M. Sheffer)*. New York: Liberal Arts Press, 3-34.
- CHURCH, A. (1958): The Ontological Status of Women and Abstract Entities. <http://www.jfsowa.com/ontology/church.htm>.³⁴
- CHURCH, A. (1976): A Comparison of Russell's Resolution of the Semantical Antinomies with that of Tarski. *Journal of Symbolic Logic* 41, No. 4, 747-760.
- CHURCH, A. (1976a): Schröder's Anticipation of the Simple Theory of Types. *Erkenntnis* 8, No. 1, 407-411.
- CHURCH, A. (1984): Russell's Theory of Identity of Propositions. *Philosophia Naturalis*, No. 21, 513-522.

³⁴ Závěr přednášky přednesené Churchem v roce 1958. Můj český překlad lze najít na <http://www.phil.muni.cz/fil/logika/tisk/church.html>.

- MATERNA, P. (2004): *Conceptual Systems*. Berlin: Logos.
- MATERNA, P. – ŠTĚPÁN, J. (2000): *Filozofická logika: nová cesta?* Olomouc: Univerzita Palackého.
- RACLAVSKÝ, J. (2008): Conceptual Dependence of Verisimilitude Vindicated. *Organon F* 15, No. 3, 369-382.
- RACLAVSKÝ, J. (2009): *Jména a deskripce: logicko-sémantická zkoumání*. Olomouc: Nakladatelství Olomouc.
- RACLAVSKÝ, J. (2012): Je Tichého logika logikou? (O vztahu logické analýzy a dedukce). *Filozofický časopis* 60, č. 2, 245-254.
- RACLAVSKÝ, J. (2013): Explikace pojmu explikace. Rozpracovaný ms.³⁵
- RACLAVSKÝ, J. – KUCHYŇKA, P. (2011): Conceptual and Derivation Systems. *Logic and Logical Philosophy* 20, No. 1-2, 159-174.
- RUSSELL, B. (1903): *Principles of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- RUSSELL, B. (1908): Mathematical Logic as Based on the Theory of Types. *American Journal of Mathematics* 30, No. 3, 222-262.
- TARSKI, A. (1933/1956): The Notion of Truth in Formalized Languages. In: *Logic, Semantics and Metamathematics*. Oxford: Oxford University Press, 152-278.
- THOMASON, R. H. (1980): A Model Theory for Propositional Attitudes. *Linguistics and Philosophy* 4, No. 1, 47-70.
- TICHÝ, P. (1969): Intension in Terms of Turing Machines. *Studia Logica* 24, No. 1, 7-21.
- TICHÝ, P. (1971): An Approach to Intensional Analysis. *Noûs* 5, No. 3, 273-297.
- TICHÝ, P. (1976): *Introduction to Intensional Logic*. Nepublikovaný ms.
- TICHÝ, P. (1982): Foundations of Partial Type Theory. *Reports on Mathematical Logic* 14, 57-72.
- TICHÝ, P. (1986): Constructions. *Philosophy of Science* 53, No. 4, 514-534.
- TICHÝ, P. (1986a): Indiscernibility of Identicals. *Studia Logica* 45, No. 3, 257-273.
- TICHÝ, P. (1988): *The Foundations of Frege's Logic*. Berlin-New York: Walter de Gruyter.
- TICHÝ, P. (1995): Constructions as the Subject Matter of Mathematics. In: Depauli-Schimanovich, W. – Köhler, E. – Stadler, F. (eds.): *The Foundational Debate (Complexity and Constructivity in Mathematics and Physics)*. Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers, 175-185.
- TICHÝ, P. (2004): *Pavel Tichý's Collected Papers in Logic and Philosophy*. Svoboda, V., Jepsersen, B., Cheyne, C. (eds.). Dunedin: University of Otago Publisher, Prague: Filosofía.
- TICHÝ, P. (2009): Dopis Pavla Tichého Pavlu Maternovi. *Pro-Fil* 10, No. 2, 8-12, <http://www.phil.muni.cz/journals/index.php/profil/article/view/3>.
- WHITEHEAD, A. N. – RUSSELL, B. (1910-1913): *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press.

³⁵ Část výsledků z tohoto textu byla prezentována v přednášce ‚Explikace a logika‘ na workshopu *Normy a hodnoty ve vědě*, 15. 2. 2013 v Brně.