Organon F 20 (Supplementary Issue 1) 2013: 144-165

Fitchův paradox poznatelnosti a rozvětvená teorie typů

JIŘÍ RACLAVSKÝ

Katedra filozofie. Filozofická fakulta. Masarykova univerzita
Arna Nováka 1. 602 00 Brno. Česká republika
raclavsky@phil.muni.cz

ZASLÁN: 22-11-2012 ▪ AKCEPTOVÁN: 02-04-2013

Abstract: It is already known that Fitch's knowability paradox can be solved by typing knowledge within ramified theory of types. One of the aims of this paper is to provide a greater defence of the approach against recently raised criticism. My second goal is to make a sufficient support for an assumption which is needed for this particular application of typing knowledge but which is not inherent to ramified theory of types as such.

Keywords: Fitch's knowability paradox – ramified theory of types – typing knowledge – Vicious Circle Principle.

1. Úvod

Jak známo, epistemická logika se snaží explikovat pojem *znalosti* (vědění, ‚knowledge'), resp. přesvědčení (domnívání se, ‚belief'), a podobné pojmy, přičemž zkoumá k nim vztažené fenomény. Neméně je známo, že naše intuitivní pojmy znalosti, atd., či jejich nedobré explikace v epistemické logice, jsou napadnutelné epistemologickými paradoxy týkajícími se těchto pojmů. Například je tu Fitchův paradox poznatelnosti (‚Fitch's knowability paradox'), paradox předmluvy, Moorův paradox, ad. Cílem tohoto příspěvku je diskuse aplikace nějaké rozvětvené teorie typů (‚ramified theory of types', *RTT*) na tyto paradoxy, či obecněji explikace pojmu znalosti v jejím rámci. Pro takovouto aplikaci RTT, ba nejen ji, se vžil termín ‚typing knowledge', *typování znalosti*. V zásadě jde o to, že propozice jsou tříděny do různých řádů (přesněji: do typů propozic toho či jiného řádu).[1] Jsou tedy otypovány, a odvisle od toho jsou tříděny i operace na propozicích operující, příkladně pojem znalosti.

Překvapivě jako první toto typování znalosti neuvažoval Bertrand Russell. To proto, že v období vrcholu rozvětvené teorie typů, tedy v éře *Principia Mathematica* (Russell – Whitehead 1910-13), Russell zastával tzv. multiple relation theory of judgement, podle níž postoje vědění či domnívání nejsou postoji k propozicím, takže nevznikl důvod je typovat.[2] Otypovávat znalost zřejmě jako první navrhl Alonzo Church ve stati Russellian Simple Type Theory (1973-74); Church mj. multiple relation theory of judgement neuznával. V oné stati doslova píše:

> If antinomy [která je produkovaná propozicí „*a* is sometimes mistaken",[3] srov. níže Bouleův paradox] is to be avoided, we must not simply introduce two primitive predicates, *A* ("asserts") and *B* ("believes"), but rather each must be separated into an infinite hierarchy of predicates of orders 1,2,3, ... ; with, say, the understanding that $A^n(x, p)$ and $B^n(x, p)$ are both false (independently of the value of *x*) when *p* has a value that involves either assertions or beliefs of order $\geq n$. (Church 1973-74, 23-24, pozn. 12)

Vzhledem k obsahu stati, v níž je rozvinuta určitá jednoduchá teorie typů, se ale striktně vzato nejedná o typování v rámci Russellovy či nějaké russelliánské (např. Churchovy) RTT, jde spíše o „indexování" predikátů v Tarského stylu.

Church ale o typování prostředky RTT uvažoval už dříve, například při recenzování nakonec nepublikované statě A Definition of Value (z roku

1 Typ můžeme chápat jako množinu věcí shodného druhu, shodné kategorie (určitý typ tedy obsahuje např. individua, nikoli ale individua a propozice). Rozřazení entit do typů se kromě základního filosofického ohledu řídí Principem bludného kruhu, který v podstatě říká, že entita (jako např. propozice nebo propoziční funkce), která kvantifikuje přes nějaké entity, nemůže sama mezi tyto entity patřit.

2 Blíže k tomuto viz např. Raclavský (2013).

3 Dvojité uvozovky používám nikoli k indikování toho, že výraz je zmíněn – pro to používám uvozovky jednoduché –, ale k indikovaní mimojazykových entit, např. propozic či vlastností, event. k indikování významově poněkud pozměněného výrazu.

1945) Fredericka B. Fitche. Ve své druhé, nedávno publikované, recenzentní zprávě vyvrací Fitchovu definici hodnoty a říká:

> Of course the foregoing refutation of Fitch's definition of value is strongly suggestive of the paradox of the liar and other epistemological paradoxes. It may be therefore that Fitch can meet this particular objection by incorporating into the system of his paper one of the standard devices for avoiding the epistemological paradoxes. (Church 2009, 17)

Záhy upřesňuje, že pod těmito prostředky zamezení paradoxům rozumí Russellovu teorii typů a dále Tarského distinkci jazyk / metajazyk.[4]

Detailní pojednání ukazující, jak otypovávat znalost, jsou ovšem až z mnohem pozdější doby. Obšírně provedenému návrhu, který předložil Alexander Paseau (2008), předchází poměrně kusé uvedení od Timothyho Williamsona (2000, 280-282). V obou případech se nejedná o ryzí aplikaci RTT, neboť typování probíhá bez odkazu na princip bludného kruhu, který by se vztahoval k propozicím. Paseau a s ním polemizující Volker Halbach (2009; replika v Paseau 2009) také pracují s operátory aplikovanými na věty, přesněji na jména vět, nikoli na propozice.[5] Nedostatek místa nám však neumožňuje se jejich výzkumy zabývat.[6] Pozornost totiž budeme věnovat návrhu Bernarda Linskyho (2009), který mj. článek Paseaua neznal. Linsky je znalcem Russellovy logiky,[7] počítajíc v to Churchovu rekonstrukci RTT, takže v jeho případě se jedná o přímočarou aplikaci RTT.

Jak známo, RTT byla shledána zbytečně komplikovaným řešením sémantických paradoxů a poválečná komunita logiků dala nadlouho přednost

[4] Do doby mírně předcházející vydání knihy Salerno (2009) nebyly Fitchovy ručně psané recenzní zprávy pro *The Journal of Symbolic Logic* známy. Že autorem Fitchova paradoxu není sám Fitch, se ovšem vědělo z Fitchovy poznámky (1963, 138), v níž děkuje anonymnímu recenzentovi za teorém, který je spolu s jeho důkazem zván Fitchovým paradoxem.

[5] Mezi větou, tedy jazykovým útvarem, a jí vyjádřenou propozicí, tedy abstraktní entitou, budu v této stati striktně činit rozdíl. Za operátor budu mít obvykle na mysli význam relačního nebo nerelačního (monadického) predikátového symbolu, tedy nejazykový útvar.

[6] Čtenáře, který zná práce Halbacha aj. znovu upozorňuji, že tito obvykle nepoužívají aparát (russelliánské) RTT, který jedině je předmětem diskuse v této stati.

[7] Srov. např. knihu Linsky (1999), na niž lze poukazovat jakožto na výklad Russellových logických názorů.

Tarského aplikaci distinkce jazyk / metajazyk. V případě aplikace na epistemologické paradoxy je však RTT opakovaně kritizována nikoli za složitost, ale za *ad hoc* charakter samotného typování. Zdá se, že se otypovává jen proto, aby se zamezilo paradoxu. Objevily se i námitky, že sama stratifikace operátoru znalosti do řádů, intuitivně tedy rozdělení znalosti do stupňů, je pochybná. Bude proto žádoucí přezkoumat původní motivaci RTT a vyrovnat se s tímto druhem námitek.

Osnova této statě je tedy v zásadě následující. Nejdříve se budu věnovat Fitchově paradoxu, začnu přípravou na něj. Pak podám Linskyho řešení, načež bude nezbytné prozkoumat a rozřešit určitý problém, který na pozadí RTT vytanul. Nejprve rekapituluji pravé důvody, proč vůbec uplatňovat RTT – budu ji též obhajovat před kritiky – a posléze ukáži typickou aplikabilitu RTT v problematice epistemologických paradoxů. Poté uvedu rozřešení klíčového problému.

2. Elementy epistemické modální logiky

Níže budeme využívat symbolický jazyk epistemické logiky, který vznikl jako obohacení jazyka logiky modální:

‚K*p*' symbolicky značí „Je známo (někým, někdy), že *p*"
‚◊K*p*' symbolicky značí „Je poznatelné *p*" („*p* je poznatelné")

Propozicí *p* je míněna propozice, která je chápána jako intenzionální entita, tedy jako strukturovaný objekt, nikoli jako možnosvětová propozice, což je jen funkce (ve smyslu zobrazení) z možných světů do pravdivostních hodnot. Takže dvě strukturované propozice mohou být ekvivalentní, aniž by byly identické, liší se totiž strukturou.[8]

Intuitivní pojem znalosti (přesvědčení, atd.) je explikován tak, aby fixoval podstatné vlastnosti toho pojmu. Tyto vlastnosti můžeme z jiné strany chápat jako sémantické postuláty týkající se významu slova ‚znát'. Jako takové jsou vyjádřitelné dedukčními pravidly. Dedukční pravidla týkající se operátoru K byla stavěna jako obdoby pravidel s □.

---

[8] Jedním z nosných způsobů explikace propozic v intenzionálním smyslu jsou tzv. propoziční konstrukce Pavla Tichého (1988); propoziční konstrukce tzv. konstruují možnosvětové propozice. V této stati se ovšem neuvazuji právě a pouze k Tichého explikaci.

Ukázalo se ale, že některá pravidla týkající se K jsou zpochybnitelná, a proto byly budovány různé axiomatické systémy, které uplatňují jen některá z nich. Při tom byla volena ta nejsamozřejmější pravidla, nicméně míra zpochybnitelnosti je záležitostí spíše intuitivních preferencí. Za snad nejevidentnější pravidlo se má:

(Fact) $\mathrm{K}p \vdash p$ // faktivita znalosti (‚knowledge axiom', ‚truth axiom'), „je-li propozice známa, tak platí"

Jedná se o obdobu axiómu T, $\Box p \vdash p$ („jestliže p je nutné, tak p").[9]

Dalším dedukčním pravidlem, které budeme níže zužitkovávat, je:

(Dist) $\mathrm{K}(p \wedge q) \vdash (\mathrm{K}p \wedge \mathrm{K}q)$ // distributivita znalosti přes konjunkci

Jedná se o obdobu pravidla $\Box(p \wedge q) \vdash (\Box p \wedge \Box q)$, jehož oprávněnost je patrna zvláště u možnosvětových propozic:[10] jestliže ve všech možných světech platí p a zároveň q, tak ve všech možných světech platí p a ve všech možných světech platí taky q. A podobně naopak, tj. $(\Box p \wedge \Box q) \vdash \Box(p \wedge q)$. Naproti tomu pravidlo $(\mathrm{K}p \wedge \mathrm{K}q) \vdash \mathrm{K}(p \wedge q)$ se zcela oprávněné nezdá, neboť předpokládá empiricky nezaručenou skutečnost, že agenti jsou s to si znalosti skládat do konjunktivních celků. Podobně pro opačný směr, byť tato „dekompozice znalosti" se zdá být empiricky zaručena. Jak ale trefně poznamenal Church (2009, 14), dokázat právě toto – že neexistuje nikdo, kdo by si z $\mathrm{K}(p \wedge q)$ neodvodil $(\mathrm{K}p \wedge \mathrm{K}q)$ – je ztěží dosažitelné.

Podobné, ba mnohem intenzivnějšími pochyby se pojí i s dalšími pravidly týkajícími se K, ale těmito se zde nebudeme zabývat. K výše uvedeným dvěma pravidlům potřebujeme k Fitchově paradoxu už jen následující dvě, v čisté modální logice zcela neproblematická, pravidla modální logiky:

(Nec) je-li $\vdash p$, tak $\vdash \Box p$ // pravidlo necesitace
(ER) $\Box\neg p \vdash \neg\Diamond p$ // dle vzájemné definovatelnosti modálních operátorů

---

9 Stojí ještě za poznámku, že (aktuální) denotát ‚K', tedy jeho interpretace, je (pod)množinou všech (aktuálně) platných propozic.

10 V modální logice se normálně uvažuje, že možnosvětová propozice vstupuje do složenin s extenzionálními operátory jako např. $\wedge$ prostřednictvím svých funkčních hodnot, jež jsou odvislé od valuace možných světů; do složenin s intenzionálními operátory ovšem tyto propozice vstupují celé.

3. Verifikacionismus a Fitchův paradox poznatelnosti

Je známo, že Fitchův paradox vyvrací *verifikacionismus*, tedy názor, že každá pravda je poznatelná:

(Ver) $\forall p(p \longrightarrow \Diamond Kp)$ // verifikacionistická teze, „vše pravdivé je poznatelné“

Verifikacionismus hraje podstatnou roli ve filosofii sémantického antirealismu např. intuicionisty Michaela Dummetta, podle něhož je pravdivost ztotožnitelná s poznatelností (jde tak o epistemický pojem pravdy). Realisté naproti tomu zastávají názor, že pravda a poznatelnost jsou nezávislé. Celé této debatě se však zde vůbec nijak věnovat nebudeme.

Pro antirealismus je velkým problémem skutečnost, že Fitchův paradox dokazuje, že z verifikacionistické teze je odvoditelná vševědoucnost:

(Ver) $\vdash$ (Omn)

přičemž vševědoucností je teze:

(Omn) $\forall p(p \longrightarrow Kp)$ // vševědoucnost, „vše pravdivé je známo“

To, že z (Ver) je odvoditelná (Omn), je vskutku paradoxní, protože jsme jistě přesvědčeni, že vševědoucí nejsme:

(NonOmn) $\exists p(p \land \neg Kp)$ // „existuje pravda, která není známa“

Stojí za poznámku, že bude-li paradox zablokován a tedy vyřešen, tak to pochopitelně ještě neznamená, že (Ver) platí.

Nyní jsme připraveni na formulaci klíčové části Fitchova paradoxu.[11] V literatuře se obvykle vyskytují její dílčí verze, následující je nejpodobnější verzi Pierdaniella Giaretty (2009, 143), jež je asi nejvěrnější původní verzi

---

[11] V duchu klasické (Quinovy) definice paradoxu je paradoxem inference, v níž figuruje nějaká samozřejmá teorie (zformulovaná třeba v jedné větě-formuli), ale je odvozen závěr, který ji překvapivě protiřečí. Řešením je diskreditace buď některého odvozovacího postupu, nebo některé z premis (typicky oné teorie, srov. třeba u paradoxu lháře v něm zahrnutou naivní teorii pravdy). Stojí za zmínku, že ze slovního zadání paradoxu musí být inference obvykle teprve vyvozena, takže se pak můžeme setkat s odlišnými inferencemi při stejném zadání. Srov. Raclavský (2009a).

(Fitch 1964, 138).[12] Standardně diskutovaná klíčová část inference začíná předpokladem 1., který je vyvozován z (Ver) a (NonOmn):[13]

1. $K(p \wedge \neg Kp)$ // předpoklad
2. $(Kp \wedge K\neg Kp)$ // (Dist) na 1.
3. $(Kp \wedge \neg Kp)$ // (Fact) na druhý konjunkt 2.
4. $\neg K(p \wedge \neg Kp)$ // *reductio*
   (tj. předpoklad 1. neplatí, protože vede skrze 2. ke kontradikci 3.)
5. $\Box\neg K(p \wedge \neg Kp)$ // (Nec) na 4.
6. $\neg\Diamond K(p \wedge \neg Kp)$ // (ER) na 5.

V důsledku 6. je, že není pravda, která by teprve byla poznatelná, čili že vše pravdivé již známo je, neboli (Omn).[14]

Už jen enumerace a vyložení rozmanitých řešení Fitchova paradoxu tvoří témata na samostatnou knihu; jako jisté vodítko v tomto směru může posloužit třeba přehledové heslo Stanfordské encyklopedie filosofie Brogaard – Salerno (2004). V zásadě se má za to, že taková řešení buď zužují původní verifikacionistickou tezi (tak to činí např. Dummett, Tennant, Wright), takže chybí živný materiál pro destruktivní inferenci, anebo je revidována logika, která je při oné inferenci uplatněna (tak to činí např. Williamson, Beall, Wansing). Typování znalosti by snad mohlo být považováno za verzi druhého druhu přístupu, poněvadž se vyhýbá (některým) postupům klasické epistemické logiky, resp. je upravuje. Zatím ale není typování znalosti ani příliš známým, ani uznávaným přístupem.[15]

Někteří autoři – srov. Halbach (2008), Florio – Murzi (2009), Jago (2010), Carrara – Fasio (2011) – typování znalosti coby přístup k Fitchově nebo dalším epistemologickým paradoxům odsuzují. Činí tak ale mnohdy z důvodu, který považuji za mylný: totiž že ty a ty Fitchově paradoxu podobné epistemologické paradoxy nejsou typováním znalosti zablokovány

---

12 Poměrně věrnou verzi lze nalézt též v Brogaard – Salerno (2004).

13 Instancí (NonOmn) je $(p \wedge \neg Kp)$; je-li právě tato propozice brána jako konkrétní případ propozice, o níž hovoří (Ver), dostaneme $(p \wedge \neg Kp) \longrightarrow \Diamond K(p \wedge \neg Kp)$; aplikací modu ponens pak získáme $\Diamond K(p \wedge \neg Kp)$. Detailní vysvětlení viz např. v Brogaard – Salerno (2004).

14 V tuzemském prostředí předvedl „nefitchovský“ důkaz formule 6., ovšem obsahující operátor verifikovatelnosti namísto operátoru K, Pavel Cmorej (2001, 59).

15 Na nevědomosti se bohužel podílí nedostatečně zaktualizovaná verze hesla Berit Brogaardové a Joe Salerna (2004).

a toto typování tudíž venkoncem selhává jakožto ochrana verifikacionismu. Proti tomu je nezbytné namítnout, že typování není nástrojem záchrany verifikacionismu – platnost typování znalosti nezávisle na platnosti verifikacionismu. Jistě je velmi konzistentní pozicí vyznávat typování znalosti i RTT, a přitom odmítat verifikacionismus (ony Fitchově paradoxu podobné epistemologické paradoxy lze pak dokonce chápat spíše jako možné důkazy neplatnosti (Ver)).

4. Linskyho blokace Fitchova paradoxu typováním

Jak uvidíme, při aplikaci RTT Bernard Linsky (2009) navrhl, aby bylo reductio ve Fitchově paradoxu zablokováno. A to odhalením, že propozice 3. není kontradikcí. Linsky při tom předpokládal typování uplatňované v (Churchově) RTT.

Dle RTT jsou individua, propozice, (monadické) propoziční funkce, atp., klasifikovány do navzájem disjunktních *typů*, např. je tu typ propozic. Každý typ intenzionálních entit je však rozčleněn v *řády*, takže přesně vzato tu jsou jednotlivé typy propozic – typ 1-řádových propozic, typ 2-řádových propozic, ..., typ *n*-řádových propozic. Kromě propozic se rozdělení typů v řády týká zvláště *intenzionálních operátorů*, mezi nimiž je i K.

V této stati budu předpokládat, že klasifikace propozic obsahujících K, tedy *epistemických propozic* (jak je budu nazývat) do jednotlivých propozičních typů (resp. řádů) se řídí pravidlem uvedeným vzápětí. Takovýchto pravidel typování bylo v literatuře formulováno více,[16] nicméně moje pravidlo se od nich záměrně liší. Ač je odlišné v různých detailech, celková idea typování je obdobná: řád propozice se zvyšuje v zásadě odvisle od toho, že je v ní, a kolikrát, obsažen operátor K. Moje formulace pravidla se snaží pod sebe zahrnout zejména kumulativní RTT.[17] Pro lepší pochopení pravidla níže přikládám příklady. *Pravidlo typování propozic*:

---

[16] Linsky (2009, 168, pozn. 9) například užívá typování dle teorie r-typů, kterou uvedl Church (1976, 748).

[17] Tzv. kumulativita obnáší, že např. k-řádová propozice je zároveň k+1-řádovou propozicí, srov. k tomu níže; jedním z důsledků je, že řád propozice nelze jednoduše vypočítat pouze z počtu popřípadě zanořených operátorů K a tudíž nelze formulovat pravidlo typování, které by z takového faktu vycházelo. Podotýkám, že kumulativní RTT je v této stati obecně preferována a tak užita po většinu textu. Vděčím anonymnímu recenzentovi za ukázání, že snaha číst tuto stať naopak v duchu „tarskiovského“ typování, kte-

Nejnižší řád propozice neobsahující žádný intenzionální operátor je 1.
Nechť p^k je libovolná propozice řádu k, pro $k \geq 1$.
Nejnižší řád intenzionálně složené propozice jako např. $K^m p^k$, pro $m \geq k$, je m+1.
Nejnižší řád extenzionálně složené propozice je shodný s nejvyšším řádem té její podpropozice, která má v této propozici nejvyšší řád.

Díky jednoznačnosti tohoto pravidla není nezbytné psát horní index ukazující řád u jakékoli složené propozice. Takže např. $K^1 p^1$ je řádu 2 (při kumulativitě pak i každého vyššího řádu; podobně u dalších příkladů). V případě extenzionálně složené propozice $(p^1 \wedge K^1 p^1)$ má nejvyšší řád její vlastní podpropozice $K^1 p^1$, totiž 2, což je tudíž i řád celé složené propozice. Intenzionálně složená propozice $K^2(p^1 \wedge \neg K^1 p^1)$ je pak řádu 3.

Povšimněme si rovněž, že horní index u K neindikuje řád operátoru K (ten jsme nedefinovali, ač to se v typové problematice nezřídka dělá), ale řád propozice, na níž je K aplikován. Při kumulativitě to obnáší, že tu jde o řád oné propozice jakožto argumentu, přičemž tento řád nemusí být shodný s nejnižším možným řádem té propozice. Pro ilustraci, ve 3-řádové propozici $K^2 p^1$ je operátor K^2 (někdo by řekl: 3-řádový operátor K^2) aplikován na 1-řádovou propozici p^1, která tomu K^2 slouží jako 2-řádový argument.[18]

Dodejme nakonec, že jedním z důsledků typování je, že pravidla, v nichž figurují intenzionální operátory jako K, např. pravidlo (Dist), jsou rozdrobena na řadu variant, jež se liší řádem.

Jsou-li propozice a operátor K ve Fitchově argumentu řádně otypovány (a řád je držen nejnižší možný), studovaná inference vypadá takto:

1^L. $K^2(p^1 \wedge \neg K^1 p^1)$	// předpoklad
2^L. $(K^2 p^1 \wedge K^2 \neg K^1 p^1)$	// (2-řádová verze Dist)
3^L. $(K^2 p^1 \wedge \neg K^1 p^1)$	// (2-řádová verze Fact)

Vidíme, že 3^L. není prima facie kontradikcí. Proto nelze dále vyvodit, že negace 3^L. je tautologií, jak postupuje Fitchův paradox v netypové verzi.

ré nepřijímá kumulativitu, před čímž obojím jsem opakovaně varoval, by vedla k závažným absurdnostem.

[18] Při nekumulativitě by ale byl řád propozice zafixován i pro její roli argumentu pro K. Pro příklad, řád p by byl fixně 1 a tak by p mohla sloužit jako argument pouze operátoru K^1, nikoli operátoru K^2.

Jak Linsky diskutuje, ona nekontradiktoričnost propozice $K^2p^1 \wedge \neg K^1p^1$ se odvíjí od toho, že z 2-řádového vědění p^1 nelze odvodit 1-řádové vědění téže p^1. Neboli, že neplatí pravidlo:

$$K^2p^1 \vdash K^1p^1$$

Jak sám píše:

> We need not in general accept the principle $K^{(2)}p^1 \supset K^{(1)}p^1$. (Linsky 2009, 172)

Snad netřeba říkat, že pokud by toto pravidlo platilo, ve 3^L. bychom pomocí něj redukovali levý konjunkt a tak bychom získali kontradiktorickou propozici:

$3^{\prime L}$. $(K^1p^1 \wedge \neg K^1p^1)$

Takže inference vedoucí k 4. až 6., byť v typových verzích, by zablokována nebyla.

Stojí už teď za poznámku, která přitom nezazněla v kritických reakcích na typování znalosti, totiž že při řešení Fitchova paradoxu Linsky neužil výlučně RTT, ale rovněž další, *jiný předpoklad*. Tento předpoklad se *týká sémantického charakteru operátoru* K. Takže se pohybujeme mimo oblast, kterou si asi Church představoval jako obvyklý způsob zamezení paradoxům (srov. výše druhý citát).

Jaké jsou pro neuznání pravidla $K^2p^1 \vdash K^1p^1$ podány důvody? Linsky toto pravidlo neuznává proto, že 2-řádová a 1-řádová znalost podle něj odpovídají jiným situacím či stádiím poznávání, jak naznačují následující citáty a jejich okolí:

> There is no incoherence in not knowing p at the lower level and knowing it at the next higher level. What is known is frequently a function of other beliefs and knowledge. (Linsky 2009, 172)

> Propositions are indeed assigned to types by their contents, but attitudes towards them will depend on each other in ways that do reflect a procedure for determining epistemic states. (Linsky 2009, 176)

Naneštěstí se tato argumentace nejeví být zcela jasná a přesvědčivá. Podobně je tomu u vyjádření Giaretty:

> It might appear more appropriate to differentiate levels of knowledge by also taking into account complexity of the minimal resources involved in getting to know propositions. (Giaretta 2009, 155)

Nejasnost vedla i ke zpochybňujícím reakcím jako např. u Williamsona, který si jako první všiml závislosti řešení Fitchova paradoxu typováním na přijetí diskutovaného pravidla:

> Perhaps a claim could be known at level $i + 1$ but not at level i if the route to knowing it involved claim about knowledge$_i$, even though the target claim did not, but it would be bizarre if such contrived cases were crucial to a defence of weak verificationism [tj. (Ver)]. (Williamson 2000, 281)

Carraru a Fasia (2011) vedla tato vyjádření k soustředěné kritice, k níž však blíže až níže. Jak z důvodu nalezení příčiny neplatnosti inkriminovaného pravidla, tak z důvodu obhajoby celého přístupu, tedy typování znalosti, nejdříve rekapituluji motivaci vzniku a aplikací RTT.

5. Odůvodnění typování prostředky RTT

Ač to není všeobecně známo, Churchovská jednoduchá teorie typů implementuje princip, který zde nazvu *Extenzionální princip bludného kruhu* (z anglického ‚vicious circle principle', *VCP*):

> Žádná funkce (jakožto zobrazení) nemůže být svým vlastním argumentem nebo hodnotou (anebo jejich částí).

V důsledku jsou např. charakteristické funkce, tedy funkcionální koreláty množin (tříd), stratifikovány v hierarchii. Tak je zablokován slavný Russellův paradox. Ten Russell publikoval v Russell (1903), kde také navrhl (v Appendixu B.) určitou jednoduchou teorii typů.

Už v Appendixu B. knihy Russell (1903) si ale Russell také uvědomil, že jednoduchá teorie typů není s to zamezit jím zkonstruovanému tzv. paradoxu propozic. Tento paradox předpokládá, že tu je jistá propozice, která vypovídá o vůbec všech propozicích. Russell odhadl, že řešením paradoxu by byla *hierarchizace* propozic. A právě toto činí jeho vrcholná logická teorie, Russellova RTT (Russell 1908, 1910 s Whiteheadem). Ta kromě propozic stratifikuje také tzv. propoziční funkce.[19]

Russell se přitom řídil *Intenzionálním principem bludného kruhu* (jak jej zde nazvu). Ten ovšem naformuloval ve více variantách, v Russell (1908, 237) v zásadě v této:

> Cokoli, co obsahuje (objektuální) proměnnou, nemůže samo být v oboru této proměnné, je tedy vyššího typu (tj. je prvkem typu vyššího řádu).

Např. složená propozice obsahující propoziční proměnnou *p*, schematicky (...*p*...), nemůže být v oboru své proměnné *p*.

Snad to byla nejasnost s pojmem proměnné, co vedlo Russella k tomu, že v Principiích (Whitehead – Russell 1910-13) se tato formulace VCP nevyskytuje jako hlavní, „technická“ formulace. Zato tam je (např. s. 41) v zásadě následující varianta VCP:

> Cokoli zahrnuje (či nějak předpokládá) určitý totál, není samo prvkem tohoto totálu.

Kritikové RTT bohužel přehlíží nejen samy formulace VCP, ale zvláště ještě fundamentálnější princip, z něhož každý VCP plyne. Nazývám jej *Princip specifikace* (vyvozuji ho z úvah ve Whitehead – Russell 1910, 41):

> Věc nelze plně specifikovat s pomocí jí samé.

Pro ilustraci, nějaká funkce-zobrazení *M* by nemohla být specifikována (definována), pokud bychom k tomu potřebovali onu dosud nespecifikovanou funkci *M*. Ke specifikaci *M* potřebujeme určit její argumenty a hodnoty, takže *M* mezi těmito objekty zkrátka být nemůže. Velmi obdobně tomu je pro funkce v intenzionálním smyslu (např. propoziční funkce) a tedy i propozice. K určení propozice (...*p*...) je třeba určit obor *p*. To by bylo nemožné, pokud by v tom oboru měla být sama propozice (...*p*...).[20]

Je to právě Intenzionální princip bludného kruhu, který opodstatňuje výše diskutovanou *inkrementaci řádů* (jak lze danou skutečnost nazvat) ať už

---

19 Propoziční funkce jsou jakoby propozice, ovšem namísto některých konkrétních entit se v nich objevují proměnné, které jsou de facto λ-abstrahovány. Blíže k tématu propozičních funkcí viz Raclavský (2013).

20 V Tichého systému rozlišuji celkem čtyři VCP; viz Raclavský (2009), kde formuluji i výše uvedený Princip specifikace.

propozic či intenzionálních operátorů. Dobře si uvědomme, že typová hierarchie vzniká nikoli z nějakých vnějších důvodů (prevence paradoxů), ale jakožto zákonitost individuace, výstavby propozic či intenzionálních operátorů. Takže *Russellovské typování znalosti*, jak ho nazvu, má silné a nezávislé odůvodnění. Na druhou stranu, *Tarskiovské typování znalosti* se odvíjí jen od distinkce jazyk/metajazyk a je tedy motivováno pouze snahou zabránit paradoxu.[21]

Z výše uvedeného plyne, a Russell i Church si toho byli rovněž vědomi, že neexistuje soubor, totiž typ určitého řádu, zcela všech (např.) propozic. Poněvadž vždy existuje nějaká propozice, která vypovídá o všech těchto propozicích daného řádu, tedy přes ně kvantifikuje nebo je jinak předpokládá, přičemž je tak propozicí vyššího řádu a tudíž není prvkem daného typu-totálu propozic, o nichž vypovídá. Jak říkal už Russell (1908, 1910-13 s Whiteheadem), „all p" je vlastně nelegitimní (porušuje to totiž VCP), je tu vždy jen „any p^k" omezené na typ propozic v oboru p^k.

Sémantickou hodnotou intenzionálního operátoru K^k, v η-rozvinuté formě $\lambda p^k.K^k p^k$, je třída propozic, a to propozic určitého řádu k. Intenzionální princip bludného kruhu nás pak vede k tomu, že propozice jako $K^k p^k$ nemůže být v oboru p^k. Kdyby ano, propozice $K^k p^k$ by nemohla být specifikována. Propozice $K^k p^k$ je tudíž řádu vyššího než k, je řádu (nejméně) k+1. Znovu upozorňuji, že se zde jedná o samu formaci a identitu K^k: K^k nelze smysluplně definovat tak, aby měl v oboru své aplikability propozici, jakou je například $K^k p^k$.

Ještě dodejme, že RTT by byla zbytečně restriktivní, kdyby např. v oboru proměnné p^k nebyly i propozice nižšího řádu než k. Kvantifikace ve vyšším řádu by tak totiž byla kvantifikací jen přes propozice kvantifikující přes ty nízkořádové propozice. Při *kumulativitě* je každá propozice řádu k zároveň propozicí řádu k+1; analogicky pro intenzionální operátory. Kumulativita je znakem snad všech RTT, co kdy byly exponovány, zvláště pak Churchovy RTT nebo RTT Tichého. Povšimněme si, že při kumulativitě nejsou dílčí typy např. propozic vzájemně disjunktní: typ k+1-řádových propozic je nadmnožinou typu k-řádových propozic. Proto je možná i propozice $K^2 p^1$

[21] To, zda nějaký autor užil Russellovské typování, mimochodem snadno poznáme z toho, že autor používá například zápis ‚$K^1 p^1$' (nebo třeba ‚$K^{(1)} p^1$'), nikoli jakoby ekvivalent tohoto v Tarskiovském typování, jímž je ‚$K^1 \ulcorner p^0 \urcorner$' (popř. ‚$K^1 p^0$').

(nikoli pouze K^1p^1), kdy 1-řádová propozice p^1 slouží jako 2-řádový argument pro K^2.[22]

6. Kritika typování znalosti v rámci RTT

Stať Carrara – Fasio (2011) je pro nás příhodnou expozicí kritického pohledu na uplatnění typování znalosti k řešení Fitchova paradoxu v rámci RTT. Začneme tím nejdůležitějším neporozuměním RTT a její aplikaci.

Rozmanití kritikové typování znalosti si podle všeho plně neuvědomili, že typování znalosti v rámci RTT je důsledkem toho, že znalost se týká propozic a že výstavba propozic je podřízena principu Intenzionálního bludného kruhu (a Principu specifikace). Je proto omylem požadovat odůvodnění typování znalosti, které by nevycházelo z něčeho jiného než z intuitivních rysů znalosti (tamtéž, 181, 184) a nevzpomenout si přitom na právě uváděnou skutečnost.

Přece máme-li explikovat pojem znalosti, tak to, že znalost operuje na propozicích, se jeví velice plausibilní. K explikaci strukturovaných propozic a tedy i pojmu znalosti jsou velice plausibilní strukturované entity, jakými jsou např. Russellovy propoziční funkce nebo Tichého propoziční konstrukce. Jejich formování a ontologická individuace ovšem podléhá pravidlu nekruhové výstavby a to vede k jejich hierarchizaci.

A tak jsme vedeni k tomu, že jakoby zpětně předpokládáme hierarchičnost i u intuitivního pojmu znalosti. Je třeba obecně poznamenat, že by nebylo naprostou vadou naší explikace, kdyby se právě v tomto bodě poněkud rozcházela s přirozeným povědomím o znalosti. Ve skutečnosti k takové vadě nedochází, neboť to, že znalost je věcí jistých stupňů, je v přirozeném povědomí obsaženo. Propozice „Alík je pes“ propojuje svět myšlení a realitu, je to příklad propozic, kterým můžeme říkat ‚základní‘ či ‚bázové‘. Epistemická propozice „Xenie ví, že Alík je pes“ je sice také o jistém faktu, ale faktu jiného druhu; zpravuje nás totiž o epistemickém postoji Xenie k bázové propozici. Velmi analogicky tomu bude pro „reflektující epistemické propozice“, příkladem nechť je „Yannis ví, že Xenie ví, že Alík je pes“.

---

[22] Je-li u propozice či intenzionálního operátoru nejnižším možným řádem k, ač ji v daném kontextu chápeme jako např. $k+j$-řádovou ($1 \leq j$), můžeme říkat, že je nativně řádu k.

Stupně znalosti tu tedy intuitivně jsou a ve větách jsou manifestovány (popřípadě vnořenými) výskyty slova ‚znát' (‚vědět').

Carrara a Fasio (tamtéž, 189-190) se ale snaží myšlenku dělení propozic na bázové a epistemické, kdy ty druhé jsou vyššího řádu než ty prvé, zproblematizovat. Argumentují, že propozice „Xenie leží v posteli" nás informuje o tom, že Xenie neví, co se děje v kuchyni, a ta by měla být také počítána mezi epistemické propozice. Ačkoli jejich nápad má jisté částečné opodstatnění, neuvědomili si, že typování znalosti se řídí výlučně tím, zda propozice operátor K buď obsahuje (a kolikrát ho obsahuje), anebo neobsahuje. Neřídí se tím, jaké různé a na té propozici logicky nezávislé vědění agent má.

Bude vhodné, když prodiskutujeme i další bod intenzivní kritiky Carrary a Fasia (tamtéž, zvl. 187-188). Ti trvají na tom, že K ve Fitchově paradoxu je míněno jako vyjádření zcela neomezeného poznání (tamtéž, 187). Na to lze odpovědět jen tak, že mínění samo prostě nestačí. Mohli bychom zrovna tak mínit funkci, která prvky dané množiny jedno-jednoznačně zobrazuje na prvky její potenční množiny, ač Cantorův teorém říká, že je to nemožné. To, co o individuaci strukturovaných propozic a intenzionálních operátorů psali Russell a další, zcela podobně říká, že neexistuje operátor K, který by operoval na totálně všech propozicích. Jenže to se zdá být přesně tím, co chtějí Carrara a Fasio, jak plyne z následujícího citátu:

> then the type-level of the K-occurrence in (2) [$p \wedge \neg Kp$] is rightly represented by a variable ranging over every type-level:[23] there is no type-

---

[23] Carrara a Fasio zde uvádí formalizaci zahrnující kvantifikaci přes typovou proměnnou t, totiž $\forall t(p \wedge \neg K^t p)$. Avšak nejen, že se dostali do prostředí jiné RTT, totiž takové meta-RTT, která umí vypovídat o typech (ta je naskicována např. v Raclavský 2009, ale nikoli u Churche či někoho jiného). Hlavně si nevšimli, že index ‚k' v ‚K^k' je součástí symbolu ‚K^k' a není to tedy proměnná. Takže vlastně začali mluvit o dost jiné propozici, než jaká je standardně diskutována, totiž ($p \wedge \neg Kp$). Celá úvaha přitom byla inspirována kritikou typování znalosti v RTT od W. D. Harta (2009, 322-323). U něho se jednalo vlastně o variantu staré (Gödelovy) námitky, že RTT sama sebe vyvrací, protože její formulace porušuje svá vlastní pravidla, totiž typové restrikce. Hart si tedy neuvědomil rozdíl mezi „objektovou" RTT, kterou formuluje, a meta-RTT, pomocí níž studuje nějakou objektovou RTT. Ve svém důkazu údajné kontradiktoričnosti RTT Hart využívá tvrzení jako např. ‚Propozice p není známa na žádné typové úrovni'. Jenže taková tvrzení (chápána jako kvantifikující přes nějaké typy) mohou být formulována jen v meta-RTT, nikoli v nějaké všezahrnující (objektové) RTT. Jakmile si toto uvědomíme, kontradikce se vypaří.

level higher than that of K in proposition (2). (Carrara – Fasio 2011, 188)

Konečně, Carrara a Fasio (tamtéž, 191) si rovněž nepovšimli implementace kumulativity ve známých RTT. Svůj snad nejsilnější argument vůči typování tak namířili jen proti RTT, která neobsahuje kumulativitu. Takže se vlastně mýlí, když si myslí, že jejich argumentace je účinná pro každou strategii typování založenou na typování obsahu (tamtéž, 192). Jedině pokud by v naší RTT nebyla kumulativita, by mohlo dojít k tomu, že bychom podle Carrary a Fasia měli namísto 2^{L}., tj. $(K^2p^1 \land K^2\neg K^1p^1)$, propozici:

2^{LCF}. $(K^1p^1 \land K^2\neg K^1p^1)$

od níž bychom přešli ke kontradiktorické propozici:

3^{LCF}. $(K^1p^1 \land \neg K^1p^1)$

Čili typování znalosti prostředky nekumulativní RTT by nevedlo k zablokování paradoxu.[24]

7. Řešení vybraných epistemologických paradoxů

Ukažme si nyní, jak pohotově lze typováním v rámci RTT řešit některé epistemologické paradoxy. Schopnost typováním zablokovat nejen tyto, ale i rozmanité sémantické paradoxy, je jistě dobrým důvodem, proč RTT uplatnit i při řešení Fitchova paradoxu– byť se to teoretikům jako Carrara a Fasio (2011, 181) nemusí takto jevit.

Začneme jednoduchým paradoxem indukovaným známým Sokratovým výrokem:

‚Vím, že nic nevím.‘

Klíčová inference *Sokratova paradoxu* je pak tato:

1. $K\forall p\neg Kp$ // Sokratovo doznání
2. $\forall p\neg Kp$ // (Fact) na 1.

[24] Kumulativitou a některými jejími důsledky pro řešení paradoxů se zabýval Anthony F. Peressini (1997). Právě zjištěná nedostatečnost nekumulativní RTT jím není uvedena.

Propozici $\forall p \neg \mathrm{K}p$ ale Sokrates znát nemůže, protože to by byla pravdivá, což by znamenalo, že žádnou propozici nezná.

Typování znalosti v tomto případě odpovídá přirozenému uvažování, že kdyby $\mathrm{K}\forall p \neg \mathrm{K}p$ byla jednou propozic, o kterých sama vypovídá, tak by tu byl nějaký spor. Avšak spíše než propozici spornou míní Sokrates nějakou netriviální (relativně informativní) propozici. Podle RTT by šlo o 3-řádovou propozici:

$$\mathrm{K}^2 \forall p^1 \neg \mathrm{K}^1 p^1$$

Není tedy nic sporného na tom, že Sokrates nezná ani jednu 1-řádovou propozici a právě tuto 2-řádovou propozici 3-řádovým způsobem ví a tvrdí.

V literatuře není příliš diskutován Churchem zmiňovaný *Bouleův paradox*. Přesnou podobu paradoxu zde předvádět nebudeme, je indukován s pomocí věty (Church píše o mýlení se Boulea):

‚Některé propozice, o nichž je Bouleus přesvědčen, jsou nepravdivé.'

Tu můžeme symbolicky přepsat jako (‚B' jako ‚believe'):

$$\exists p(\mathrm{B}p \wedge \neg p)$$

Může být tou větou vyjádřená propozice jedinou propozicí, o níž je Bouleus přesvědčen a která je nepravdivá? Jestliže je pravdivá, tak přece existuje propozice, o níž je přesvědčen a která pravdivá není, což je ale spor s předpokladem. Jakmile ale provedeme otypování:

$$\exists p^1(\mathrm{B}^1 p^1 \wedge \neg p^1)$$

je stvrzen náš intuitivní dojem, že se jedná o propozici, která hovoří o jiných – řádem nižších – propozicích. Tato 2-řádová propozice tedy kvantifikuje přes 1-řádové propozice, a proto není ve svém dosahu (tj. v oboru p^1). Také může být klidně kontingentně pravdivá.

Paradox předmluvy (‚preface paradox') je tradičně zadáván jednoduše s pomocí věty, která bývá napsána v předmluvě odborné knihy:

‚Ne všechny propozice, které v této knize tvrdím, jsou pravdivé.'

ve zjednodušeném symbolickém zápisu (‚A' jako ‚assert', ‚Tr' jako ‚true'):

$$\neg \forall p(\mathrm{A}p \longrightarrow \mathrm{Tr}p)$$

Věta protiřečí přirozenému předpokladu na straně autora (i čtenáře), že všechny propozice, které ve své knize autor tvrdí, pravdivé jsou (tj. $\forall p(\mathrm{A}p \longrightarrow \mathrm{Tr}p)$). Po otypování odhalíme, že jde o 2-řádovou propozici:

$$\neg\forall p^1(\mathrm{A}^1 p^1 \longrightarrow \mathrm{Tr}^1 p^1)$$

která se vyjadřuje o 1-řádových propozicích. (Typování A i Tr vychází z obdobných úvah jako typování K, jde rovněž o intenzionální operátory.) Protože tato propozice nemá sebe ve svém dosahu, není tu spor: nejsou-li všechny 1-řádové propozice tvrzené v knize pravdivé^1, tak tato propozice je pravdivá^2. Přirozeně, že řád této propozice může být vyšší, odvisle od nejvyššího řádu ostatních propozic v knize.[25]

8. Rozhodnutí platnosti pravidla $\mathrm{K}^2 p^1 \vdash \mathrm{K}^1 p^1$

Jak už bylo avizováno výše, a mohli jsme si to uvědomit v předchozích dvou sekcích, vnitřní odůvodnění RTT ještě nerozřeší platnost pravidla $\mathrm{K}^2 p^1 \vdash \mathrm{K}^1 p^1$. K rozhodnutí jeho platnosti je třeba si uvědomit jiné skutečnosti, jež se týkají pojmu znalosti jako takového. Podívejme se však nejprve na podmínky neplatnosti tohoto pravidla.

Neplatnost daného pravidla v sobě zahrnuje případ, že je možno 2-řádově znát 1-řádovou propozici, aniž by ji bylo nezbytné zároveň znát i 1-řádově. Důvod pro možnou platnost $\mathrm{K}^2 p^1$ při neplatnosti $\mathrm{K}^1 p^1$ je třeba jistě hledat v odůvodňování patřičné znalosti té p^1 (odůvodnění je tedy jednou z entit, která dělá vědění věděním – na rozdíl třeba od pouhého přesvědčení či kontemplování.) Jakmile by mezi odůvodňujícími propozicemi byla nějaká 2-řádová propozice, propozici p^1 nelze znát 1-řádově, ale jedině 2-řádově. Tvrdím tedy, že rozumná explikace našeho intuitivního pojmu znalosti je taková, že znalost je (krom jiného) odvislá od odůvodňujících propozic. (Lze si jen stěží představit, že by byl dokazatelný opak.) Míním zde odůvodnění v širším slova smyslu, aby to bylo přijatelné i pro ty epistemology, kteří odůvodnění v úzkém slova smyslu odmítají jakožto definiční součást vědění.

[25] Lze uvažovat i jiné řešení tohoto paradoxu, protože tvrdit p obnáší použít k tomu nějaký výraz určitého jazyka. Následně je třeba využít řešení sémantických paradoxů vysvětlené např. v Raclavský (2009), resp. (2012). Paradoxem předmluvy v jiné než jednoduché podobě se u nás zabývá Igor Sedlár.

Uvědomme si nyní, že odůvodnění (‚justification') dané propozice je dáno propozicemi, které jsou důvodem dané propozice:

$$\mathrm{Just}^k p^j \dashv\vdash \exists q^k\,(\mathrm{Důvod}^k q^k p^j) \qquad (\text{pro } k \geq j)$$

Pojem důvodu nějaké propozice by šlo dále vyjasňovat, ovšem je tu víc možností. Například by se mohlo jednat o to, že q^k je nezbytný krok důkazu p^j. Nevylučuji, že by to byla epistemická propozice o „epistemické cestě" k propozici p^j.

Ještě jinak totéž: ke 2-řádovému vědění propozice p^1 je potřeba odůvodnění pomocí nějaké 2-řádové propozice q^2. Proto z tohoto 2-řádového vědění p^1 nelze odvodit, že p^1 je známa 1-řádovým způsobem. Na rozdíl od 2-řádového vědění propozice p^1 totiž 1-řádové vědění p^1 žádnou 2-řádovou propozici mít jako důvod nemůže.[26]

Tomuto závěru, jak rozhodnout (ne)platnost pravidla $\mathrm{K}^2 p^1 \vdash \mathrm{K}^1 p^1$, se nejblíže přiblížil Paseau:

> In general, the type at which a proposition is known depends on how the proposition came to be known, and there is no compelling antecedent reason to think that *every* proposition can be known at its very next type or at some specified higher type. The proponent of knowability is in fact familiar with the idea that sentences of type n are in certain circumstances only known$_{n+m}$ (where $m \geq 2$) but not known$_{n+1}$, say because they are derived by deduction or by inference to the best explanation using sentences of type $\geq (n+1)$. (Paseau 2009, 284)

Toto však tvrdil téměř týmiž slovy už v Paseau (2008, 171). Podotýkám ale, že daný názor na platnost onoho pravidla může sdílet i odpůrce verifikacionismu, nikoli jen jeho zastánce, jak uvažuje Paseau.

[26] Na první pohled by snad bylo možno soudit, že mezi odůvodňujícími propozicemi musí být aspoň jedna nativně 2-řádová propozice, aby odůvodnění bylo 2-řádové. Avšak nějaké odůvodnění je 2-řádové už tím, že odůvodnění je způsobeno nějakou 2-řádovou propozicí. Ta tedy nemusí být nativně 2-řádová, stačí jen, že tu je a že je řádu 2. S tím souvisí, že dané nelze nějak napadnout (russellovskou) reducibilitou – vždy tu je ta odůvodňující množina $\{..., p^2, ...\}$.

9. Závěrem

Viděli jsme, že (nejen) Linskyho řešení Fitchova paradoxu se pohybovalo mimo základní oblast aplikability RTT, jíž je prevence zjevné zhoubné cirkularity. Z toho mj. plyne, že sama kritika daného řešení ještě není kritikou RTT. Typování („hierarchie") prokázalo svou skvělou účinnost jak v případě většiny verzí paradoxu lháře, tak třeba v případě Russellova paradoxu propozic. Viděli jsme, že typování znalosti prostředky RTT dokáže rovněž pohotově vyřešit některé známé epistemologické paradoxy.

Případ Fitchova paradoxu byl ale poněkud složitější, protože bylo nezbytné rozhodnout (ne)platnost pravidla $\mathrm{K}^2 p^1 \vdash \mathrm{K}^1 p^1$. Tato otázka jeho platnosti mohla vzniknout teprve po odlišení stupňů znalosti prostředky typování, tedy po vytčení intuitivně jasné hranice mezi základními propozicemi a na těch základních operujícími epistemickými propozicemi. Tato otázka se tedy vynořila až po tomto zpřesnění našich původních názorů, do té doby byla mimo náš obzor. Díky vysoké teoretičnosti problému pak není překvapivé, že jsme v přirozeném povědomí postrádali jasnější intuice, které by nám pomohly s jejím rozřešením.

Co se týče celého typového přístupu, je třeba znovu připomenout, že typování znalosti se odvíjí od samotného formování, individuace propozic. Na toto formování byl kladen požadavek nekruhového specifikování. Týž princip vedl k typové stratifikaci pojmu znalosti, protože znalost operuje na propozicích. To, že toto typování znalosti řeší některé epistemologické paradoxy, je v jistém smyslu až vedlejším produktem celého přístupu, tedy explikace pojmu znalosti, a nejen znalosti, v rámci RTT.[27]

Literatura

BROGAARD, B. – SALERNO, J. (2004): Fitch's Paradox of Knowability. In: Zalta, E. (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, http://plato.stanford.edu/entries/fitch-paradox/.

CARRARA, M. – FASSIO, D. (2011): Why Knowledge Should Not Be Typed: An Argument against the Type Solution to the Knowability Paradox. *Theoria* 2, No. 77, 180-193.

[27] Jsem vděčný zvl. Pavlu Cmorejovi za komentáře k verzi této statě. Dík patří rovněž anonymnímu recenzentovi.

CMOREJ, P. (2001): Neverifikovateľné a nefalzifikovateľné empirické propozície. In: *Na pomedzí logiky a filozofie*. Bratislava: Veda, 50-68.[28]

GIARETTA, P. (2009): The Paradox of Knowability from a Russellian Perspective. *Prolegomena* 8, No. 2, 141-158.

FITCH, F. B. (1963): A Logical Analysis of Some Value Concepts. *The Journal of Symbolic Logic* 28, No. 2, 135-142.

FLORIO, S. – MURZI, J. (2009): The Paradox of Idealization. *Analysis* 69, No. 3, 461-469.

HALBACH, V. (2008): On a Side Effect of Solving Fitch's Paradox by Typing Knowledge. *Analysis* 68, No. 2, 114-120.

HART, W. D. (2009): Invincible Ignorance. In: Salerno, J. (ed.): *New Essays on the Knowability Paradox*. Oxford: Oxford University Press, 321-323.

CHURCH, A. (1973-1974): Russellian Simple Type Theory. *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association* 47, 21-33.

CHURCH, A. (1976): A Comparison of Russell's Resolution of the Semantical Antinomies with that of Tarski. *Journal of Symbolic Logic* 41, No. 4, 747-760.

CHURCH, A. (2009): Referee Reports on Fitch's "A Definition of Value". In: Salerno, J. (ed.): *New Essays on the Knowability Paradox*. Oxford: Oxford University Press, 13-20.

JAGO, M. (2010): Closure on Knowability. *Analysis* 70, No. 4, 648-659.

LINSKY, B. (1999): *Russell's Metaphysical Logic*. Stanford: CSLI Publications.

LINSKY, B. (2009): Logical Types in Some Arguments about Knowability and Belief. In: Salerno, J. (ed.): *New Essays on the Knowability Paradox*. Oxford: Oxford University Press, 163-179.

PASEAU, A. (2008): Fitch's Argument and Typing Knowledge. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 49, No. 2, 153-176.

PASEAU, A. (2009): How to Type: Reply to Halbach. *Analysis* 69, No. 2, 280-286.

PERESSINI, A. F. (1997): Cumulative versus Noncumulative Ramified Types. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 38, No. 3, 385-397.

RACLAVSKÝ, J. (2009): *Jména a deskripce: logicko-sémantická zkoumání*. Olomouc: Nakladatelství Olomouc.

RACLAVSKÝ, J. (2009a): Pravda a paradox: úvod do problematiky. *Pro-Fil* 10, No. 2, 13-22, http://www.phil.muni.cz/journals/index.php/profil/article/view/4/62.

RACLAVSKÝ, J. (2012): Základy explikace sémantických pojmů. *Organon F* 19, No. 4, 488-505.

RACLAVSKÝ, J. (2013): Co jsou Russellovy propoziční funkce. Vyjde ve sborníku (příloze *Filosofického časopisu*) z konference Bertrand Russell.

RUSSELL, B. (1903/2006): *Principles of Mathematics,* Cambridge: Cambridge University Press.

RUSSELL, B. (1908): Mathematical Logic as Based on the Theory of Types. *American Journal of Mathematics* 30, No. 3, 222-262.

[28] Původně 1988, anglicky pak 1990.

TICHÝ, P. (1988): *The Foundations of Frege's Logic*. Berlin – New York: Walter de Gruyter.
WILLIAMSON, T. (2000): *Knowledge and its Limits*. Oxford: Oxford University Press.
WHITEHEAD, A. N. – RUSSELL, B. (1910-1913): *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press.