

Třída - vlastnost - pojem

Pavel Materna

Akademie věd České republiky

Abstract: It is argued that the terms *class*, *property*, *concept* are exactly distinguishable and that defining this distinction helps to avoiding frequently occurring misunderstandings. Classes are extensions, properties are intensions and concepts are abstract procedures, i.e., hyperintensions. Realizing these distinctions we fulfill Gödel's requirement to make the meaning of the terms 'class' and 'concept' clearer and to set up a consistent theory of classes and concepts as objectively existing entities.

Key words: class, property, concept, intension, extension, procedure

1 Několik příkladů

Porovnejme následující formulace:

A. *Matematická tvorzení*

- a) i) 2 patří do *třídy* přirozených čísel větších než 1 a dělitelných jen 1 a sebou samým.
 - ii) 2 patří do *třídy* přirozených čísel majících přesně dva dělitele.
- b) i) 2 má *vlastnost* být přirozeným číslem větším než 1 a dělitelným jen 1 a sebou samým.
 - ii) 2 má *vlastnost* být přirozeným číslem majícím přesně dva dělitele.
- c) i) 2 spadá pod *pojem* přirozeného čísla většího než 1 a dělitelného jen 1 a sebou samým.
 - ii) 2 spadá pod *pojem* přirozeného čísla majícího přesně dva dělitele.

Ad a): Třída zmiňovaná v i) je táž třída, která je zmiňovaná v ii).
Tvrdit konjunkci i) \wedge ii) je tedy bizarní: Znamená to tvrdit, že 2 patří do

třídy K a 2 patří do třídy K, což je sice pravda, ale jde o opakování téže informace.

Ad b): Má-li výraz *vlastnost* označovat něco jiného než výraz *třída*, pak je možno chápat jeho sémantiku tak, že jde o primitivní, dále ne-definovaný význam (nicméně odlišný od významu výrazu *třída*), což je cesta, kterou ve svých pracích zvolil G. Bealer, nebo – což je běžné v sémantikách možných světů – chápat vlastnosti jako funkce z možných světů (a časů), jejichž hodnotou je na příslušném argumentu vždy nějaká třída. V prvním případě by neměl Bealer problém s konstatováním, že jde o stejnou vlastnost, ve druhém případě jde o tzv. triviální intenzi, která v obou případech vrací stejnou třídu. Tvrzení konjunkce i) \wedge ii) je tedy v obou případech stejně bizarní jako v případě a): jde o stejné vlastnosti.

Ad c): Zde se ukazuje možnost odlišit význam výrazu *pojem* od významu výrazů *třída* i *vlastnost*. Pojem nesmíme ovšem chápat množinově (jak lze při jisté interpretaci chápat Fregovu definici)¹, nýbrž *procedurálně*, tj. jako *uzavřenou konstrukci*². Pak výrazu *pojem přirozeného čísla většího než 1 a dělitelného jen 1 a sebou samým* odpovídá konstrukce

$$\lambda x [{}^0 \wedge [{}^0 > x \ 01][{}^0 \vee \lambda y [{}^0 \supset [{}^0 \text{Děl } x \ y][{}^0 \vee [{}^0 = y \ x][{}^0 = y \ 01]]]]]$$

a výrazu *pojem přirozeného čísla majícího přesně dva dělitele* odpovídá konstrukce

$$\lambda x [{}^0 = [{}^0 \text{Počet } \lambda y [{}^0 \text{Děl } x \ y][{}^0 2],$$

kde obor proměnných jsou přirozená čísla.

Uvedené zápisy konstrukcí jsou skutečně jen zápisy určitých procedur. Nejde o formule formálního jazyka. Jde v obou případech o zápis abstraktní procedury, která je objektivní a jejímž zakódováním v jazyce (zde čeština) je příslušný výraz. Vidíme, že jde tentokrát nikoli o *stejně pojmy* (jako předtím šlo o stejné třídy a stejné vlastnosti): výroky sub i) a ii) upozorňují na *různé způsoby, jak generovat třídu prvočísel* a jejich konjunkce je informativní a ne triviální.

B. Empirická tvrzení

- a) i) Některé objekty patří do *třídy* těles obíhajících kolem hvězdy.
- ii) Některé objekty patří do *třídy* planet.

¹ Viz k tomu Materna, Duží (forthcoming)

² Viz Duží, Jespersen, Materna (2010)

- b) i) Některé objekty mají *vlastnost* být tělesem obíhajícím kolem hvězdy.
 ii) Některé objekty mají *vlastnost* být planetou.
- c) i) Některé objekty spadají pod *pojmem* těles obíhajících kolem hvězdy.
 ii) Některé objekty spadají pod *pojmem* planety.

Ad a): Přesně vzato i) i ii) nejsou přesné výroky. Co je to třída těles atd.? My vlastně nemluvíme o té třídě, to bychom museli říci „...do třídy těles {Merkur, Venuše,...,Uran}“ v případě planet naší Sluneční soustavy, a v případě obecném, zahrnujícím exoplanety, bychom příslušnou třídu nemohli vůbec pojmenovat. To znamená, že jak věta i), tak věta ii) nemluví o určité třídě. Je ovšem zřejmé, že jistá třída – v obou případech stejná – je ovšem dána, a to prostřednictvím jisté *vlastnosti*. Tato vlastnost, daná jednou jako *těleso obíhající kolem hvězdy* a po druhé jako *planeta*, je stejnou, jinak pojmenovanou vlastností. Tvrdit o něčem, že patří do třídy těles obíhajících kolem hvězdy a do třídy planet, je proto stejně bizarní jako v případě neempirických výrazů.

Ad b): Zde jde opět o stejnou, různě pojmenovanou vlastnost. Viz proto Ad a).

Ad c): Pojem těles obíhajících kolem hvězdy je pojem složený:

$$\lambda w \lambda t [\lambda x [^0\exists \lambda y [^0\wedge [^0Hv_{wt} y][^0Ob_{wt} xy]]]]$$

a pojem daný výrazem *planeta* je pojem jednoduchý :

⁰Planeta.

Pojem složený není – *ex definitione* – totožný s pojmem jednoduchým. Jde ovšem o ekvivalentní pojmy. Konjunkce *Venuše spadá pod pojem těles obíhajících kolem hvězdy a pod pojem planety* není tedy bizarní ve výše uvedeném smyslu: jde o různé, i když ekvivalentní pojmy (jakožto procedury).

2 Návrh na rozlišení

Z uvedených příkladů je zřejmé, že pojmy třídy, vlastnosti a pojmu se liší. Můžeme navrhnout kritérium odlišení na základě Transparentní intenzionální logiky, v níž je formulována procedurální teorie pojmu.³

³ V tomto příspěvku nemůžeme reprodukovat tuto teorii ani TIL. Odkazujeme na relevantní detaily v Duží, Jaspersen, Materna (2010), popř. Materna

Řekneme tedy :

Třída (charakteristická funkce třídy) je extenze, tj. hodnota charakteristické funkce je nezávislá na stavu světa.

Vlastnost je druh intenze: je to funkce, která možným světům a časům přiřazuje třídy.

Pojem je abstraktní procedura (definovaná v TIL jako *konstrukce*).

Rozdíl mezi nimi je tedy rozdílem mezi *extenzí*, *intenzí* a *hyperintenzí*.

Příslušné definice pak opravňují použití různých výrazů, neboť

Žádná třída není vlastnost,⁴ žádný pojem není třída nebo vlastnost.

TIL je teorie, která vede k uvedenému rozlišení a řeší tak jeden z problémů, na které narazil r. 1944 Kurt Gödel.

3 Gödelův problém^{5,6}

R. 1944 Gödel ve stati *Russell's mathematical logic* napsal:

"I shall use the term "concept" in the sequel exclusively in this objective sense. One formal difference between the two conceptions of notions would be that any two different definitions of the form $\alpha(x) \equiv \phi(x)$ can be assumed to define two different notions α in the constructivistic sense.... For concepts, on the contrary, this is by no means the case, since the same thing may be described in different ways."

Není ovšem jasné, co by byl podle Gödela pojem. Např. máme-li dvě různé rovnosti

$\text{Prvočíslo}(x) = \text{přirozené číslo větší než } 1 \text{ a dělitelné jen } 1 \text{ nebo sebou samým}$

$\text{Prvočíslo}(x) = \text{přirozené číslo mající přesně dva dělitele}$

pak pro „konstruktivistické“ pojetí máme dva pojmy. Pro Gödela jde o jeden pojem reprezentovaný levou stranou obou rovností. Snad třída (viz Frege)?

(2004). Původní zdroj je ovšem Tichý (1988)

⁴ I když tzv. triviální intenze sdílejí s extenzemi nezávislost svých hodnot na stavu světa.

⁵ Využívám zde částečně stať Materna (2007).

⁶ Viz Gödel (1990).

Ve svém komentáři Ch. Parsons (1990) připouští nejasnost:

“By ‘concepts’ Gödel evidently means objects signified *in some way* (kurzíva Materna) by predicates. ... Gödel’s remarks about realistic theories of concepts...have an inconclusive character, no available theory satisfies him.”

Gödel je si vědom této slabiny a v souvislosti s kritickými poznámkami k Russellovu systému formuluje následující požadavek:

“...one should take a more conservative course⁷, such as would consist in trying to make the meaning of the terms ‘class’ and ‘concept’ clearer and to set up a consistent theory of classes and concepts as objectively existing entities” (1990, 140).

Gödelovo odmítnutí „konstruktivistického“ pohledu na pojem je vysvětlitelné faktem, že Gödel byl realista a konstruktivistický postoj pokládal za nominalistický subjektivismus. *Uznání objektivního charakteru konstrukcí by bylo vedlo k revizi jeho názoru na pojem.*

Domnívám se, že teorie tříd, vlastností a pojmů obsažená v TIL vyhovuje shora uvedenému Gödelovu požadavku.

Poděkování: Tato stať byla vypracována s podporou GA ČR v rámci projektu P401/10/0792.

Filosofický ústav AV ČR, v. v. i.
Jiřská 1
110 00 Praha 1
Česká republika
MaternaPavel@seznam.cz

LITERATURA

- DUŽÍ, M., JESPERSEN, B., MATERNA, P. (2010): *Procedural Semantics for Hyperintensional Logic*. Springer
- GÖDEL, K. (1990): Feferman, S., J. W. Dawson Jr., S. C. Kleene, G. H. Moore, R. M. Solovay, J. van Heijenoort, eds.: *Kurt Gödel Collected Works, Vol. II.*, Oxford University Press
- MATERNA, P. (2004): *Conceptual Systems*. Logos Verlag, Berlin

⁷ Tj. ve srovnání s Russellovým přístupem.

MATERNA, P. (2007): Properties of mathematical objects (Gödel on classes, properties and concepts). *Journal of Physics: Konference Series* **82** (2007) 01/2007

MATERNA, P., DUŽI, M. (forthcoming in *Logic and Logica Philosophica*): Can concepts be defined in terms of sets?

PARSONS, C. (1990): Introductory note to (1944). In: Gödel (1990), 102-118

TICHÝ, P. (1988): *The Foundations of Frege's Logic*. deGruyter