

## O PIAGETOVÍ, DIALEKTIKE A ČLENSKOM

Ladislav KVASZ

Táto stať mala byť pôvodne reakciou na článok J. Rybára *Proti dialektickému chytráctvu*. Čím viac som však nad ním rozmýšľal, tým jasnejšie som si uvedomoval, že vlastne nemám na čo reagovať. J. Rybár sa so mnou zdanlivo púšťa do dialógu o Piagetovej epistemológii, ale vôbec pritom neberie do úvahy argumenty, ktorými zdôvodňujem odmietanie Piagetovej koncepcie, a len vedľa mojich názorov stavia názory Piagetove. Ak ma chce len upozorniť na skutočnosť, že som sa odchyľil od Piagetových názorov, tak to beriem na vedomie. Ale aby som bol úprimný, nikdy som si nemyslel, že hlásam Piagetove názory. Preto v tomto smere je Rybárova stať síce vecne v poriadku, ale niet na čo reagovať. Ak však svoju stať chápe ako polemiku s mojimi názormi, domnievam sa, že to, čo predložil, je nedostačujúce. Samozrejme, viem, že to, čo tvrdím o vývine poznania, sa líši od toho, čo tvrdí Piaget. Ale napriek tomu to tvrdím, a to preto, lebo na to mám určité dôvody. Pokiaľ sa J. Rybár nepustí do rozboru argumentov, o ktoré opieram odmietanie Piagetovej epistemológie, tak nevedie s týmito názormi dialóg, ale len priateľsky pouča ich pôvodcu o niečom, čo už aj tak vie. Domnievam sa, že filozofický dialóg má byť o argumentoch, a nie o názoroch. Je možné, že vinu za tento stav nesiem sám; možno som nie dostatočne jasne oddelil svoje názory od argumentov, o ktoré ich opieram. Preto sa najprv pokúsím jasne a zreteľne sformulovať **argumenty**, ktoré ma viedli k zavrnutiu Piagetovej epistemologickej koncepcie. Až potom sa vyjadrím k poznámkam, ktoré mi adresoval J. Rybár.

### 1. Piaget alebo o nedostatkoch jednej epistemológie

Jean Piaget patrí k desiatke najvýznamnejších psychologov 20. storočia. Asi nikto neprispel k porozumeniu myslenia detí takou mierou ako práve on. Vymyslel experimenty a na ich základe vybudoval teóriu, ktorá patrí do pokladnice psychologickéj vedy. Keď polemizujem s Piagetom, nechcem spochybňovať jeho psychologické dielo. V psychológii sú Piagetove kvality nepopierateľné. Keď tvrdím, že Piagetove názory potrebujú revíziu, mám na mysli výlučne epistemologickú stránku jeho tvorby. A nie je to ani "*urýchlený záver*", ani "*nedorozumenie*", ako moju pozíciu prezentuje J. Rybár, ale výsledok niekoľkoročného uvažovania.

Kniha Piageta a Garcíu *Psychogenesis and the History of Science* je pre laika fascinujúce čítanie. Nepoznám inú knihu venovanú epistemológii, ktorá by prezentovala taký bohatý historický materiál zabudovaný do takej prehľadnej

vývinovej schémy. Preto keď som začal prednášať na MFF UK, použil som ju ako východisko kurzu dejín matematiky. Zobral som z nej základnú schému vývinu matematiky a myslel som si, že keď ju doplním o detaily, ktoré Piaget z pochopiteľných dôvodov vynechal, vznikne kurz s pevným konceptuálnym rámcom a prehľadnou štruktúrou štádií. Bolo to práve zlyhanie tohto projektu, ktoré ma priviedlo k odmietnutiu Piagetovej koncepcie.

Spočiatku sa zdalo, že bude stačiť Piagetovu schému doplniť o postavy, ktoré vynechal. Zdalo sa pochopiteľné, že pre nedostatok miesta vo svojej monografii musel mnohých vynechať, a tak prvá etapa rozvíjania Piagetovej koncepcie spočívala v dopĺňaní **chýbajúcich postáv**. Ako ich však pribúdalo (Riemann, Lobačevskij a Beltrami v geometrii, Al Chwárizmí, Pacioli a Cardano v algebre), ukazovalo sa čoraz jasnejšie, že Piaget ignoruje nielen určité postavy, ale vynecháva celé úseky dejín matematiky, ktoré sa nedajú zaradiť do jeho schémy. V druhej etape som sa preto usiloval opustiť Piagetovo vymedzenie jednotlivých štádií a zachovať aspoň ducha jeho prístupu. Povedal som si, že sa pokúsím doplniť Piagetovu koncepciu o **chýbajúce štádiá** tak, aby ostali zachované mechanizmy, ktoré ich spájajú. Veď aj Piaget hovorí, že podstatné sú mechanizmy prechodu medzi štádiami, a nie samotné štádiá. Ale vynoril sa ďalší problém. Po doplnení chýbajúcich štádií dejín geometrie sa ukázalo, že v dejinách geometrie možno rozlíšiť dva rôzne typy vývinovej dynamiky, ktoré som pomenoval objektácie a re-rezentácie. Tak sa zrodila tretia a zdá sa, že už nereparovateľná námetka proti Piagetovej schéme, spočívajúca v tom, že Piaget mieša dohromady vývinové procesy, ktoré spolu nesúvisia. Podľa mňa hlavný problém s Piagetovou koncepciou je v tom, že chce všetko vtiesnať do jedinej vývinovej schémy. Preto som Piageta opustil a začal som rozpracúvať koncepciu, ktorá by dokázala zachytiť vývin matematiky, prebiehajúci **paralelne na viacerých úrovniach**. Rozhodujúce pre oslobodenie sa od Piagetovej koncepcie bolo nájsť náhradu za psychologický základ, na ktorom Piaget buduje svoju teóriu vývinu poznania.<sup>1</sup> Inšpirovaný Fregem a Wittgensteinom som postupne dospel k lingvistickému ukotveniu mojej epistemologickej koncepcie. Vývin vedeckého poznania uchopujem ako vývin jazyka.

Dlho sa mi však nedarilo z hľadiska mojej koncepcie vyložiť Piagetovu teóriu. Až nedávno pri epistemologickej analýze vývinu algebry som našiel spôsob, ako v rámci formálnej epistemológie rekonštruovať Piagetovu genetickú epistemológiu. To predstavuje hlavný prínos predkladanej state. Ale prv než ho načrtnem, prejdem

---

<sup>1</sup> Sice J. Rybár popiera, že Piagetova teória je vybudovaná na báze psychologického subjektu, keď píše, že "Piaget sa nezaobrá psychologickým subjektom v zmysle individuálneho subjektu, ale skúma regularity kognitívnej psychogenézy. V tom zmysle sa zaobrá epistemickým subjektom podobne ako R. Descartes alebo I. Kant" ([9], 194). Domnievam sa, že psychológii nejde o štúdium individuálneho subjektu, rovnako ako fyzika neskúma pád individuálneho kameňa. Veda sa vždy usiluje o teoretické zovšeobecnenia. Preto dávať Piagetov empirický pojem subjektu do jednej kategórie s Descartovým cogitom a Kantovým transcendentálnym subjektom je neopodstatnené.

jednotlivé tematické okruhy Piagetovej knihy a rad za radom uvediem **argumenty**, ktoré robia Piagetovo epistemologické stanovisko neutržateľným.

### 1.1 Historický vývin geometrie<sup>2</sup>

1. Piaget vynecháva z dejín geometrie jej **formatívnu periódu** (Táles, Pytagoras, Eudoxos), ako aj celú egyptskú a babylonskú **prehistoriu** tejto disciplíny. Ak však chceme porozumieť vývinu geometrie, nesmieme ignorovať jej formatívne obdobie, lebo len porovnaním Tálesa, Pytagora a Eudoxa s Euklidovou syntézou môžeme pochopiť význam Euklidovej axiomatizácie. Piaget túto ústrednú otázku interpretácie antickej geometrie odbil šokujúcou vetou: "*Euklides je dostatočne známy, takže nemusíme podrobne rozoberať historický význam jeho Elementov*" ([3], 88). Odkedy môže známosť určitej teórie nahradiť jej epistemologickú analýzu? Dokonca práve naopak, v dôsledku všeobecnej známosti určitej teórie sa nám jej epistemologické východiská zdajú samozrejmé, a tak strácame schopnosť kritického odstupe. Preto v protiklade k Piagetovmu prístupu by sme práve v prípade všeobecne známych teórií mali byť pri epistemologických analýzach najpozornejší. Pritom z formatívneho obdobia geometrie existuje množstvo prameňov zozbieraných v 335. zväzku Loebovej klasickej knižnice [10]. Vynechanie prehistórie geometrie je rovnako neospravedliteľné. Z obdobia starého Egypta a Babylonu sa zachovalo dostatočné množstvo prameňov, aby sme si mohli utvoriť obraz o geometrickom myslení týchto civilizácií.

2. Piaget predkladá **svojoľnú periodizáciu dejín geometrie**. Delí ich na tri základné etapy, a to na štádium euklidovskej geometrie, štádium projektívnej geometrie a štádium charakterizované Kleinovým *Erlangenským programom*. Táto periodizácia sa rozchádza s periodizáciami používanými historikmi geometrie. Piaget ju ani nepreberá od historikov, ale zakladá ju na niekoľkých citátoch z diel Ponceleta a Chaslesa. To je riskantné počínanie, lebo Poncelet je zakladateľom projektívnej geometrie, preto je pri interpretácii dejín geometrie osobne zaujatý. Pri psychologických výskumoch Piaget viackrát upozornil na to, že subjekty výskumu majú často skreslenú predstavu o svojich činnostiach.<sup>3</sup> Keď však analyzuje Ponceletov prínos v geometrii, informácie čerpá priamo od Ponceleta. V štandardnom výklade dejín geometrie je Poncelet jednou z množstva postáv a niet dôvodu považovať práve jeho dielo za začiatok novej éry v dejinách geometrie. Podobne Kleinov *Erlangenský program* obsahuje nepochybne celý rad zaujímavých myšlienok, ale nie je až taký prevratný, aby sme ho považovali za vyvrcholenie dejín geometrie. Z tohto hľadiska je

<sup>2</sup> Prvé dve kapitoly Piagetovej knihy nechávam bez komentára, lebo sú pojaté tak, ako mali byť pojaté aj ostatné. Psychogenézu treba dávať do paralely s predparadigmatickým obdobím vývinu určitej disciplíny. Preto kritiku Piagetovej koncepcie začínam až od tretej kapitoly.

<sup>3</sup> Stačí uviesť klasický Piagetov pokus, pri ktorom necháme dieťa roztočiť nad hlavou kameň uviazaný na špagáte a dáme mu za úlohu trafiť ním určitý terč. Keď sa dieťaťa spýtame, kedy špagát pustilo, spravidla odpovie že vpredu, kým v skutočnosti ho púšťa na kraji.

zaujímavejší Riemann ako autor pojmu variety, Poincaré ako iniciátor algebraickej topológie alebo Cartan ako zakladateľ globálnej diferenciálnej geometrie.

3. Piaget ignoruje dejiny diferenciálnej a algebraickej geometrie. Tri etapy, ktoré vo vývine geometrie vymedzil, sa týkajú syntetickej geometrie. Diferenciálnu geometriu, ktorá sa začína Gaussovými prácami o vnútornej geometrii plôch, Piaget ignoruje. Naproti tomu výklad hlavných momentov vo vývine algebraickej geometrie zaradil do kapitoly venovanej algebre ([3], 160 – 165). Zvláštne je aj to, že Descarta Piaget nezaraďuje do dejín algebraickej geometrie, ale začleňuje ho do dejín syntetickej geometrie ako prechodné štádium medzi Viétom a Ponceletom. Descartes je však zakladateľom algebraickej geometrie a jeho klasifikácia algebraických kriviek podľa stupňa ich rovníc je východiskom všetkých ďalších prác v tejto oblasti. Vývin, ktorý bezprostredne nadväzuje na Descarta (Newtonovu klasifikáciu kriviek tretieho stupňa a Eulerovu ideu uvažovať imaginárne priesečníky kriviek), Piaget opäť ignoruje.

4. Piaget ignoruje dejiny neeuklidovskej geometrie, predovšetkým práce Lobačevského, Bolyaia, Gaussa a Beltramiho. Je to prekvapujúce, pretože *Erlangenský program*, ktorému Piaget vyčleňuje samostatné štádium, bol Kleinovou syntézou výskumov v oblasti neeuklidovskej geometrie a projektívnej geometrie. Piaget projektívnu geometriu zahrnul do svojej schémy ako samostatné štádium, ale neeuklidovskú geometriu ignoruje. Tým sa v rámci jeho rekonštrukcie dejín geometrie nedá vysvetliť prechod ku Kleinovi, lebo pre Kleina mala neeuklidovská geometria rozhodujúci význam.

5. Piaget dejiny geometrie predkladá ako uzavreté. Klein je posledným štádiom a vývin geometrie ním končí. Piaget síce deklaruje, že Klein je východiskom ďalšej triády, ale takúto deklaráciu si netreba mylíť so skutočným výkladom. Pokiaľ neuvedie, ktoré sú ďalšie štádiá a v čom spočívajú príslušné prechody, jeho slová sú prázdne sľuby. Piaget tiež vynecháva z dejín geometrie topológiu, čo je problematické vzhľadom na jeho tvrdenie o topologickom charaktere raných foriem geometrického myslenia detí.

### 1.2 Psychogenéza geometrických štruktúr

6. Piagetove termíny *intra*, *inter* a *trans*, pomocou ktorých v dejinách a v psychogenéze geometrie vyčlenil svoje tri štádiá, **označujú v týchto dvoch kontextoch rôzne veci**. Z toho, ako Piaget v psychogenéze geometrie charakterizoval *transfigurálne* štádium ([3], 127 – 130), je zrejme, že Euklides bol na úrovni *trans*. Je to pochopiteľné, veď mal viac ako 12 rokov. Ale pri výklade dejín geometrie Piaget Euklida zaradil na úroveň *intra*. Preto nie je jasné, kam vlastne máme Euklida zaradiť. Navyše podľa Piageta Euklides nemohol rozumieť tomu, čo písal, lebo *“Euklidovej axióme, ako napríklad »keď odčítame rovné od rovných, aj výsledky sú rovné«... deti rozumejú až na interfigurálnej úrovni”* ([3], 129). Táto veta ukazuje, že Euklides, ak bol skutočne v štádiu *intra*, ako sa o ňom tvrdí v kapitole venovanej dejinám geometrie, nemohol porozumieť knihe, ktorú napísal. Človek sa neubrání pocitu, že to, voči čomu je Euklides *intra*, je čosi zásadne iné než to, voči čomu je dvanásťročný

dieťa *trans*. Takto je celý vzťah psychogenézy a dejín geometrie len vzťahom troch rovnako znejúcich termínov, ktoré však označujú zásadne odlišné veci.

### 1.3 Algebra

7. Piaget vynecháva z výkladu dejín algebr jej **formatívnu periódu** (Al Chwárizmí, Pacioli a Cardano), ako aj celú starovekú **prehistóriu** tejto disciplíny. Ako prvé štádium vyčleňuje až Viéta. Keď si otvoríme štandardné dejiny algebr, nájdeme v nich podrobný výklad arabskej matematiky, predovšetkým Al Chwárizmího, ako aj matematiky 15. a 16. storočia reprezentovanej Paciolím a Cardanom. Naproti tomu v Piagetových dejinách pre nich niet miesta. Objav Cardanových formúl znamenal v dejinách algebr prelom, preto ich vynechanie je neprijateľné.

### 1.4 Formovanie predalgebraických štruktúr

8. Piaget **mylne zahŕňa logiku do algebr**, keď formovanie logických operácií zahŕňa do psychogenézy algebr. Je to pozoruhodné aj preto, že v dejinách algebr sa o logike vôbec nezmiňoval. Keď chce skúmať historické paralely psychogenézy logických operácií, musí podať výklad dejín logiky od Aristotela po Fregeho, a nie miešať logiku s algebrou.

9. Piaget v psychogenéze **nerozlišuje medzi aritmetikou a algebrou**. Príliš široké chápanie algebraických operácií spôsobuje ďalšiu zvláštnosť Piagetevej koncepcie, a to ignorovanie aritmetiky ako samostatnej matematickej disciplíny. Ak však zoberieme vážne to, ako Piaget vymedzil algebru v dejinách matematiky – ako disciplínu ohraničenú na jednej strane Viétom na druhej Galoisom – tak grupovanie, o ktorom píše v tejto kapitole, nemá s algebrou nič spoločné. Možno by pomohlo, keby okrem algebr vyčlenil ako samostatnú disciplínu aj aritmetiku. V psychogenéze aritmetiky by grupovania pôsobili prijateľnejšie než v psychogenéze algebraických štruktúr. Tým, že ich označí ako *predalgebraické*, nič nerieši. V dejinách matematiky o žiadnych predalgebraických štruktúrach nehovoril. Zdá sa, že ide skôr o aritmetické než o algebraické štruktúry.

### 1.5 Vývin mechaniky

10. Piaget vlastne **žiadne dejiny mechaniky nepredložil**. Na rozdiel od geometrie a algebr v dejinách mechaniky Piaget neuvádza vývinové štádiá. Namiesto toho sa venuje rozboru jediného diela, Newtonových *Princípií*. V závere kapitoly síce uvádza všeobecnú schému, tá však ostáva bez konkrétneho obsahu. Preto pripomína skôr cvičenie v písaní indexov, keďže Piaget zaplavuje text dvojindexovými písmenami (je ich 21). Od vývinu mechaniky by som očakával skôr výklad Eulera, Lagrangea a Hamiltona než nejaké šípky označené dvojindexovými písmenami.

### *1.6 Psychogenéza fyzikálneho poznania*

11. Piaget mylne zahŕňa pojmy rýchlosti a tiaže do psychogenézy ponewtonovskej, a nie prednewtonovskej fyziky. Nie je jasné, prečo v myslení dvanásťročného dieťaťa pojem impetu má paralelu v prednewtonovskej fyzike, kým pojem rýchlosti a tiaže v ponewtonovskej fyzike. Keď si spomenieme na Zenónove apórie, vidíme, že Gréci sa pojmom rýchlosti zaoberali, preto sú lepšími kandidátmi na paralelu s psychologickými fenoménmi, opísanými v tejto kapitole, ako ponewtonovská fyzika. Nie je jasné, podľa čoho Piaget jeden pojem v detskom myslení (impetus) dáva do paralely s prednewtonovskou fyzikou, kým iný pojem (rýchlosť, tiaž) dáva do paralely s ponewtonovskou fyzikou. To opäť ukazuje na značnú mieru svojvoľnosti v Piagetovej epistemológii.

### *1.7 Piagetov názor, podľa ktorého psychogenéza opakuje vývin geometrie v obrátenom poradí*

12. Podľa J. Rybára “toto Piagetovo tvrdenie sa zakladá na fakte, že vo vývine spontánneho geometrického myslenia sa najprv objavujú určité topologické intuície” ([9], 193 ). Problém je však v tom, že **topológia podľa Piageta nepatrí do dejín geometrie**, teda aspoň ju tam neuvádza. Keď píše o dejinách geometrie, udáva ako tri etapy euklidovskú geometriu, projektívnu geometriu a Kleinov Erlangenský program. Keď však píše o psychogenéze, zrazu tretím štádiom vo vývine geometrie nie je Klein, ale topológia. Deti idú údajne od topologického štádia cez projektívne až k euklidovskému štádiu. Ale prečo deti Kleina svojvoľne nahrádzajú topológiou, o tom Piaget nehovorí.

13. Predstavme si malé dieťa v 17. storočí, teda zhruba sto rokov predtým, ako sa zrodila topológia. Potom dieťa a jeho vrstovníci sú vlastne jediní, čo niečo o topológii vedia, lebo dospelí matematici ešte aspoň sto rokov nebudú o tejto disciplíne ani chyrovať. To dáva matematikom skvelý nástroj na **skúmanie budúcnosti svojej disciplíny**, teda aspoň pokiaľ ide o geometriu. Stačí preskúmať detské kresby a pochopiť základné princípy, ktoré deti používajú. Tieto princípy budú princípmi novej matematickej disciplíny, lebo deti prechádzajú dejiny v opačnom poradí.

14. Piagetov názor je neudržateľný aj preto, že v algebre o žiadnom obrátenom poradí nehovoril. V priebehu 16. – 18. storočia sa teda čosi dialo v geometrii a čosi v algebre. Keď uvažujeme o psychogenéze, tak proces historického vývinu algebry sa tu odvíja v normálnom poradí, kým proces vývinu geometrie v psychogenéze prebieha obrátene. Ale matematika nie je schizofrénna disciplína, práve naopak, **algebra a geometria sú prepojené mnohými väzbami**. Uvažujme Descarta (D), Eulera (E) a Gaussa (G), ktorí zásadne prispeli ako do dejín geometrie, tak aj do dejín algebry. Prechody  $D \rightarrow E \rightarrow G$  nie sú náhodné, ale v geometrii aj v algebre prinášajú títo traja matematici hlboké zmeny jazyka. Keď sa teraz pozrieme na psychogenézu dieťaťa, tak v algebre ide v smere  $D \rightarrow E \rightarrow G$ , kým v geometrii v smere  $G \rightarrow E \rightarrow D$ . Ale u Descarta (rovnako u Eulera a Gaussa) tvoria algebraické a geometrické idey jeden celok. Teda buď treba obrátiť aj algebru, alebo nemožno obracať ani geometriu. Tento

argument odhaľuje slabinu Piagetovho prístupu, lebo síce opisuje vývin geometrie, ako aj vývin algebry, ale netematizuje vývin vzájomných prepojení medzi algebrou a geometriou. Geometrii a algebre venuje oddelené, nijako nesúvisiace kapitoly. Keby dokázal tematizovať vzťahy medzi geometriou a algebrou, tézu o obrátenom poradí štádií v psychogenéze geometrie by asi nikdy nevyslovil. V jednotnom celku sa určitá časť nemôže vyvíjať v opačnom poradí. To, že Piaget čosi také tvrdí, svedčí len o tom, že jednotu matematiky nemá epistemologicky uchopenú.

15. Piagetovo obrátenie poradia etáp v psychogenéze geometrie súvisí aj s jeho **odmietaním Haeckelovho biogenetického zákona**, podľa ktorého je ontogenéza skrátene rekapitulovaním fylogénzy. Vždy bolo pre mňa záhadou, prečo niektorí intelektuáli tak vehementne odmietajú tento názor. Odpoveď mi dala až prednáška D. Gáľika Univerzálny darvinizmus, kde Gálik uviedol Haeckelov názor z roku 1904, podľa ktorého Nemci musia "akceptovať svoj evolučný osud nadradenej rasy a selekciou odstrániť menejcenných ľudí, pretože je správne a prirodzené, že prežívajú len najzdatnejší" ([2], 3). Tento citát nenecháva ani najmenšiu pochybnosť o tom, že Haeckel bol odporný rasista, a tak vysvetľuje, prečo intelektuáli zo začiatku storočia cítili potrebu dištancovať sa od neho. A keď sa raz presadí určitý názor, ďalšie generácie ho opisujú bez toho, aby sa nad ním zamysleli. Domnievam sa, že dnes je už rasizmus záležitosťou minulosti, a preto možno začať uvažovať o Haeckelovom zákone aj vo vecnej rovine.

### 1.8 Zhrnutie

16. Systematickou črtou Piagetovej epistemológie je ignorovanie raných vývinových štádií skúmaných disciplín. Piaget ignoroval prehistóriu geometrie a algebry, rovnako ako ignoroval ich formatívne obdobie. Vzhľadom na systematickosť tejto črty to asi nebude náhodný aspekt Piagetovej teórie. Jej príčina spočíva v tom, že Piaget **nemá aparát na opis vývinových zmien rôzneho druhu**, ale všetko vtisnáva do jedinej schémy. Vývin určitej teórie je však od jej prehistórie oddelený zlomom, ktorý je rádovo väčší, než sú zlomy, ktoré tvoria vnútornú dynamiku vývinu tejto disciplíny. Tak napríklad keď sledujeme vývin algebry, jej jednotlivé štádiá majú charakter objektácií, ale algebra je od svojej prehistórie oddelená re-prezentáciou. Keďže Piaget pozná len jediný mechanizmus zmien, nemôže súčasne tematizovať vnútorný vývin aj proces konštitúcie určitej disciplíny, pretože príslušné zlomy sa odohrávajú na odlišných úrovniach.

17. S predošlým bodom sa spája ďalší aspekt Piagetovej teórie. Piaget úplne ignoruje predgrécku geometriu. To má za následok, že geometrické myslenie malých detí mylne prirovnáva k topológii. Keďže nedokáže teoreticky uchopiť dve teórie s rôznym spôsobom idealizácie, akými sú egyptská a grécka geometria (pozri [6], 41), musí egyptskú geometriu úplne vynechať. Pri vysvetľovaní rozdielov, ktoré empiricky zistil v psychogenéze, si potom vypomáha násilným stotožnením detského myslenia s topológiou. Protogeometria (tak možno nazvať geometrické myslenie detí predtým, ako si osvoja aparát metrickej geometrie) má pravdepodobne svoju historickú analógiu skôr v geometrii Egypta či Mezopotámie, prípadne vo výtvarnom prejave prírodných

narodov než v topológii. Piaget je nútený vysvetľovať protogeometriu pomocou topológie len preto, lebo predgrécku etapu z historickej rekonštrukcie vývinu geometrie vynechal. Z toho, čo mu ostalo, je k detskému geometrickému mysleniu najbližšie topológia. Ale podobne ako v psychogenéze fyziky existujú zaujímavé "aristotelovské rezíduá", určite existujú analogické fenomény aj v psychogenéze geometrie. Som presvedčený, že to, čo Piaget identifikuje ako topologické štádium vo vývine geometrického myslenia dieťaťa, je práve takéto "egyptské rezíduum".

18. Ako som naznačil v bode 14, Piaget síce dokáže epistemologicky analyzovať geometriu alebo algebru, ale **nedokáže epistemologicky analyzovať vzájomný vzťah geometrie a algebry**. Ide o to, že matematika sa vyvíja súbežne na viacerých úrovniach. Preto okrem vývinu geometrie a vývinu algebry existoval aj vývin od geometrie k algebre. Piaget nevie tento prechod tematizovať a v jeho teórii sa prejavuje len v podobe oneskorenia vývinu algebry oproti geometrii. Kým intrafiguratívne myslenie sa zrodilo už u Euklida, intraoperacionálne myslenie sa zrodilo až u Viéta. Piaget však nevysvetľuje, čo spôsobuje oneskorenie vývinu algebry oproti geometrii. Formálna epistemológia vie toto oneskorenie vysvetliť, pretože dokáže tematizovať vzťah medzi geometriou a algebrou (pozri [6], 74 – 76). Algebra vývinovo nadväzuje na geometriu, preto oneskorenie, ktoré je v Piagetovej teórii iba náhodnou okolnosťou, dostáva epistemologické vysvetlenie.

19. Piaget **nedokáže vyložiť vzájomný vzťah aritmetiky, algebry, infinitezimálneho počtu a formálnej logiky**. Preto v dejinách matematiky všetky symbolické jazyky okrem algebry jednoducho ignoruje. V psychogenéze však zrazu mieša protoalgebru s protologikou a protoaritmetikou. Protologika so svojimi klasifikáciami a protoaritmetika s grupovaním s algebrou nesúvisia. Sú to vývinové formy prislúchajúce k úplne iným symbolickým jazykom. Do protoalgebry sa dostali len preto, že v dejinách matematiky Piaget ignoruje ako aritmetiku, tak aj logiku. Ako experimentátor však grupovanie a klasifikácie jasne vidí, a tak mu neostáva nič iné, než ich zaradiť do algebry. Formálna epistemológia naproti tomu vie vyložiť vzájomný vzťah medzi rôznymi symbolickými jazykmi, a tak prisúdiť klasifikáciám, ako aj grupovaniu ich náležité miesto.

20. Piagetova teória prezentuje vývin určitej disciplíny ako lineárny proces, ako lineárnu postupnosť štádií. Preto Piaget nedokáže opísať situáciu, aká nastala napríklad v geometrii v 19. storočí, keď vývin prebiehal paralelne po dvoch líniiach, po línii neeuklidovskej geometrie (Lobačevskij, Beltrami, Cayley) a po línii projektívnej geometrie (Poncelet, Steiner, Staudt), aby nakoniec dosiahol syntézu u Felixa Kleina. Piaget **nemá aparát na opis paralelných línii vývinu**. Koncepcia formálnej epistemológie obsahuje aparát, ktorý umožňuje opísať paralelné línie vo vývine určitej teórie. Mám na mysli pojem štiepenia formy jazyka, ktorý som ilustroval na príklade z dejín maliarstva ([4], 666). Podobne ako na perspektivistickú formu nadviazali tri rôzne formy jazyka (deskriptívna, projektívna a anamorfická), dá sa ukázať, že v projektívnej forme dochádza k ďalšiemu štiepeniu. Projektívna a neeuklidovská geometria predstavujú dva alternatívne spôsoby nadviazania na formu jazyka Desarguovho diela. Stačí si uvedomiť, že ako Poncelet, tak aj Lobačevskij patria k interpretatívnej forme jazyka. Obaja nadväzujú na Desargua, ale líšia sa v tom, že



menia odlišné aspekty formy jazyka. Lobačevskij mení horizont, teda spôsob, ako priamky ubiehajú do nekonečna. Poncelet zas mení ideálne prvky, keď okrem reálnych priesečníkov kriviek začína uvažovať aj imaginárne. Aj horizont, aj ideálne prvky patria k forme jazyka. Lobačevskij a Poncelet môžu zmeniť uvedené aspekty Desarguovej teórie práve preto, lebo tieto aspekty nie sú empiricky určené, ale patria k forme, a teda sú voľné. Idea štiepenia formy jazyka spočíva v tom, že jednotlivé paralelné línie, ktoré nadväzujú na určitú teóriu, sa navzájom líšia práve v aspektoch formy jazyka. Štiepi sa teda práve forma jazyka a tým vytvára možnosť pre alternatívne vývinové línie. Lobačevskij posúva interpretáciu horizontu, Poncelet interpretáciu ideálnych prvkov. Formálna epistemológia tak umožňuje nielen opísať príslušné paralelné vývojové línie, ale aj epistemologicky vyložiť ich vzájomný vzťah.

21. Piagetova koncepcia **prezentuje vývin ako uzavretý proces** začínajúci sa fázou *intra* a končiaci sa fázou *trans*. Piaget síce pripúšťa ďalšie vnútorné členenie týchto fáz, ale v jeho schéme sa nedá ísť ani pred, ani za tieto krajné štádiá. Naproti tomu vo formálnej epistemológii nie je žiadny problém doplniť schému o nové štádiá. Tak napríklad v stati venovanej dejinám maliarstva [4] som sa rozhodol odlíšiť perspektivistickú formu jazyka od projektívnej (pri výklade dejín geometrie som ich spájal), aby sa dali jemnejšie opísať rané štádiá geometrickej reprezentácie priestoru v renesančnom maliarstve. Na začiatok celej línie tak pribudlo ďalšie štádium. V dejinách algebrý sa zas ukazuje užitočné vložiť medzi konštitutívnu a lingvistickú formu novú, tzv. konceptuálnu formu jazyka. Vo formálnej epistemológii teda počet štádií nie je vopred určený, ale vyplýva z analýzy historického materiálu.

22. Piaget **grécku statickú koncepciu univerza mylne považuje za základnú prekážku vo vývine západnej vedy**. Na s. 254 uvádza, že kým pre Grékov bol princíp zotrvačnosti absurditou a západnej vede trvalo dlho, kým sa k nemu prepracovala, v starovekej Číne sa tento princíp považoval za samozrejmosť. To síce pôsobí ako vtipný bonmot, ale Piaget si nepoložil základnú epistemologickú otázku: Prečo Čína, ktorá mala princíp zotrvačnosti tak blízko poruke, nevytvorila vedu? Prečo sa veda zrodila v západnej Európe, ktorá musela prejsť zdĺhavú cestu, kým princíp zotrvačnosti objavila? A prečo sa Gréci, inak taký nadaný národ, bránili tak jednoduchému princípu? Odpoveď na tieto tri otázky je jedna a tá istá – ideácia tvaru. Práve kvôli nej sa stal v gréckom myslení princíp zotrvačnosti nesamozrejým. Domnievam sa, že samozrejmosť princípu zotrvačnosti nebude zvláštnosťou výlučne čínskeho myslenia, ale čosi rovnaké by som očakával vo všetkých poľnohospodárskych civilizáciách. Grécke myslenie sa zásadným spôsobom zdvihlo nad ich úroveň vtedy, keď Gréci objavili ideu dôkazu. Bol to práve duch matematiky, ktorý v podobe platónsko-pythagorejskej metafyziky nastolil predstavu statickej koncepcie univerza. Na druhej strane sa však veda rodí práve v nadväznosti na túto statickú matematiku. Zásadný rozdiel medzi zotrvačnosťou v Číne a v európskej vede teda spočíva v tom, že v Číne ide o pojem, kým v európskom myslení ide o idealitu. Západná veda sa rodí ideáciou pohybu (pozri [6], 32) a táto ideácia nadväzuje na predchádzajúcu ideáciu tvaru. Preto čínsky princíp zotrvačnosti nemá s európskym nič spoločné. Z epistemologického hľadiska sú to rôzne koncepcie. Statická koncepcia sveta teda nebola prekážkou, ale práve naopak, nevyhnutnou podmienkou zrodu

novovekej vedy. Piaget sa mylí, keď túto “prekážku” označuje za ideologickú. Nemá s ideológiou nič spoločné, je to epistemologický fenomén. Piaget ho mylne vyhlasuje za ideologický, lebo nemá koncepciu ideácie, a teda ho nemá ako uchopiť.

### *1.9 Výklad Piagetovej koncepcie z hľadiska formálnej epistemológie*

V Piagetovej koncepcii sa určité momenty, napríklad *vynechávanie prehistórie* opisovanej disciplíny alebo *svojevôľa pri vymedzovaní štádií* jej vývinu, systematicky vracali. Napriek tomu ich však nepovažujem za inherentné momenty Piagetovho prístupu k epistemológii; podľa mňa sú len dôsledkom dialektického konceptuálneho aparátu, ktorý používa pri artikulácii svojej teórie. Preto si myslím, že Piagetovu teóriu možno zbaviť týchto črt a vytvoriť z nej fungujúcu epistemologickú koncepciu. Dôvodom, prečo považujem opravu Piagetovej koncepcie za dôležitú, je to, že v istom zmysle dopĺňa koncepciu formálnej epistemológie, a tak keby zástancovia Piagetovej epistemológie tieto návrhy prijali, mohla by medzi oboma teóriami vzniknúť spolupráca. Skôr než vysvetlím, čo mám na mysli, pokúsím sa vyložiť Piagetovu koncepciu z hľadiska formálnej epistemológie.

K porozumeniu toho, čo vlastne Piaget vo svojej epistemológii robí, som dospel pri analýze dejín algebry. Najskôr som sa pokúšal na túto disciplínu “napasovať” koncepciu, ktorá sa osvedčila pri výklade dejín geometrie ([6], 108 – 149), teda schému založenú na napätí medzi implicitnou a explicitnou formou jazyka. Po čase sa však ukázalo, že táto schéma je pre výklad dejín algebry príliš úzka, lebo v algebre existuje celý rad prechodov, ktoré v uvedenej schéme nemožno nikam zaradiť. Keď sa napríklad pozrieme na vývin algebraickej symboliky, tá dosahuje štandardnú podobu u Descarta. Ale cesta k tejto explicitnej forme vedie cez celý rad medzištádií – a nemožno jedno z nich vyhlásiť za implicitné a ostatné vynechať. Nie je jasné, čo je dôležitejšie – či objav znaku pre odmocňovanie, znaku pre aritmetické operácie, znaku pre neznámu či znaku pre rovnosť. Tieto zlepšenia sa objavovali postupne v priebehu takmer dvoch storočí, od Regiomontana po Descarta. Najprilievavejšie sa zdalo zaviesť popri implicitnej a explicitnej forme ešte tretiu, **fragmentárnu** formu.

Pri spätnom pohľade som pochopil, že celá polarizácia implicitnej a explicitnej formy jazyka bola vlastne len zvláštnosťou syntetickej geometrie. V syntetickej geometrii má obraz charakter gestaltu, forma jazyka sa vynára naraz ako určitý (implicitný) celok. V syntetickej geometrii fragmentárna forma jazyka nehrá dôležitú úlohu, ale v algebre je jej význam nepopierateľný. Preto som sa rozhodol schému prechodov medzi implicitnou a explicitnou formou opustiť. Objav fragmentárnej formy ukazuje, že napätie medzi implicitnou a explicitnou formou jazyka nemá nič spoločné s dynamikou objektácií. Implicitná a explicitná forma sú spolu s fragmentárnou formou jednoducho rôzne formulácie určitého jazyka. Preto prechod od fragmentárnej formy cez implicitnú k explicitnej forme sú **re-formulácie** príslušného jazyka. To znamená, že koncepciu objektácií treba prepracovať tak, aby dynamika objektácií bola opísaná bez ohľadu na rôzne formulácie. Ukazuje sa, že Juraj Šebesta mal pravdu, keď navrhoval nerozlišovať medzi implicitnou a explicitnou formou jazyka a spoločne ich považovať za jedinú objektáciu. Vývin algebry dal jeho intuícii

v plnej miere za pravdu. Prechody medzi implicitnou a explicitnou formou sú obyčajné re-formulácie.

Keď sa však z tohto hľadiska pozrieme na Piagetove pojmy *intra*, *inter* a *trans*, súvislosť s fragmentárnou, implicitnou a explicitnou formou je zrejmy. Fragmentárna forma umožňuje uchopiť len určité izolované predstavy či javy. Na to, aby bolo možné správne uchopiť vzťahy, čo je hlavný atribút fázy *inter*, musí sa konštituovať konceptuálny rámec teórie, čo znamená prechod k implicitnej forme. Aby však bolo možné uchopiť vzťahy medzi vzťahmi, musí sa táto forma stať explicitnou. To znamená, že z hľadiska klasifikácie epistemických ruptúr sú **Piagetove pojmy *intra*, *inter* a *trans* re-formulácie**. Keď však Piaget skúma vývin určitej disciplíny, všima si v jej dejinách rozhodujúce konceptuálne zlomy. Tieto zlomy mali povahu objektácií (Poncelet, Klein) alebo re-prezentácií (Euklides, Newton), teda povahu úplne cudziu charakteru Piagetovej trojice *intra*, *inter* a *trans*. Piagetove pojmy neumožňujú jednoznačne vymedziť historické štádiá, a tak **Piaget len viac-menej svojvoľne premieňa svoje tri štádiá na historický materiál**. Z toho prameni väčšina problémov, na ktoré som už upozorňoval. Objektácie, čo sú zlomy len o jeden rád väčšie než re-formulácie, Piaget ešte ako-tak dokáže identifikovať, ale re-prezentácie a ideácie sú už natoľko vzdialené od úrovne re-formulácií, na ktorej je postavená jeho teória, že ich úplne ignoruje. To je hlavná príčina vynechávania prehistórie určitej disciplíny, lebo prehistóriu disciplíny oddeľuje od jej histórie práve re-prezentácia. Preto si myslím, že **Piagetova koncepcia je nepoužitelná na epistemologickú analýzu dejín exaktných disciplín**.

Piagetova teória je založená na výskumoch v detskej psychológii. To je dôležité, pretože to umožňuje pochopiť, prečo Piaget opísal iba re-formulácie. Dieťa je totiž vo zvláštnej závislosti od dospelých nielen v rovine materiálnej, ale aj v rovine jazyka, kde ontológiu a odkrytosť jazyka držia dospelí. Inak povedané, keď dieťa prechádza na svojej ceste ku galileovskej fyzike aristotelovskou fázou, nemusí aristotelovskú fyziku plne artikulovať, nemusí detailne rozpracovať jej ontologické základy ani celkový obraz sveta, ako to musel urobiť Aristoteles. Ten musel plne rozvinúť svoj systém, lebo ho konštruoval. Musel uskutočniť všetky objektácie a re-prezentácie, ktoré tento systém vyžaduje. Preto mu aristotelovské štádium zabralo celý život. Potom bolo treba Aristotelov systém detailne premyslieť, až sa u Galilea plne vyjasnilo, že jav zotrvačnosti je miestom, kde aristotelovská fyzika zlyháva a kde treba začať s budovaním novej vedy. Naproti tomu dieťa prevedie od Aristotela ku Galileovi učiteľ. Teda u dieťaťa nemusí (a z časových dôvodov ani nemôže) dôjsť k plnému zažitiu, precíteniu a premysleniu aristotelovskej fyziky, aby mohlo prejsť k modernej fyzike. Dieťa nemusí jav zotrvačnosti nachádzať samo a ani si nemusí overiť, že rôzne pokusy, ako ho vysvetliť prostriedkami aristotelovskej fyziky, ako je napríklad teória impetu, zlyhajú. Učiteľ ho upozorní na zotrvačnosť. To znamená, že **dieťa prechádza od Aristotela ku Galileovi re-formuláciou**. Preto aj keď u dieťaťa môžeme odhaliť fragmenty aristotelovského myslenia, tieto fragmenty netvorí celok. Dieťa nedokáže aristotelovskú fyziku artikulovať, nedokáže ju ďalej rozvíjať, pretože užho nedošlo k plnohodnotnej objektácii (teda k vytvoreniu sémantiky) ani re-prezentácii.

To znamená, že Piaget svojimi experimentmi s myslením detí odkrýva len reformulácie. Nič viac ani v myslí dieťaťa nie je skryté, lebo ontológie a odkrytosť detského sveta "plávajú v jazyku dospelých". Dieťa pozná lietadlo a videlo obrázky slnečnej sústavy. Preto nemôže aristotelovský fragment, ktorý v jeho myslí nepochybné existuje, rozpracovať do uceleného obrazu sveta, ako to urobil Aristoteles. Skúsenosť dieťaťa obsahuje celý rad nekompatibilných fragmentov. Preto pri vývine dieťa prechádza jednotlivými štádiami len ako re-formuláciami. A je to tak dobre, lebo keby chcelo plne premyslieť, precítiť a pochopiť všetky vývinové štádiá, trvalo by mu to niekoľko storočí, toľko, koľko to trvalo ľudstvu. To však znamená, že **nemôžno z ontogenézy zrekonštruovať fylogenzu**. Zobrazenie  $\phi$ , ktoré vývinovému štádiu  $C$  v dejinách vedy (aristotelovská fyzika, euklidovská geometria...) priradí jej ontogenetický obraz  $\phi(C)$ , totiž vynecháva informáciu o povahe príslušnej ruptúry. Piagetova necitlivosť na rôzne typy zlomov teda nie je náhodná. Je spôsobená tým, že z informácie o kognitívnej dynamike v ontogenéze sa usiloval vyčítať informáciu o fylogenéze. Ale zobrazenie  $\phi$  zobrazí re-prezentácie aj objektácie na reformulácie. Preto inverzné zobrazenie, ktoré Piaget hľadal, nie je definované.

Napriek tomu silnou stránkou Piagetovej teórie je jej experimentálne zakotvenie. Keď sa pozrieme na dve kapitoly jeho knihy venované porovnaniu prednewtonovskej fyziky a psychogenézy, vidíme, že tam jeho teória funguje. Podľa mňa je škoda, že aj v geometrii a algebre sa nezameral na interpretáciu predparadigmatického obdobia, teda na výklad geometrie pred Euklidom a algebry pred Viétom. V predparadigmatickom období totiž ešte nie je sformovaná pevná forma jazyka, a tak tu aparát formálnej epistemológie s jej rozlišovaním ideácií, re-prezentácií, objektácií a reformulácií nemožno použiť. Na druhej strane, ako ukazuje príklad prednewtonovskej fyziky, Piaget dokáže svojou experimentálnou metódou objaviť v prehistórii viaceré zaujímavé zákonitosti. Preto si myslím, že Piagetova genetická epistemológia, keby sa vzdala túžby vysvetliť naraz všetko, môže obohatiť naše poznanie vývinu myslenia, lebo sú jej prístupné vývinové štádiá, ktoré nie sú prístupné formálnej rekonštrukcii. Použiť experimenty s deťmi na vniknutie do spôsobu matematického myslenia starých Egyptanov a Babylončanov, to je skutočne fascinujúca úloha. Existuje celý rad textov zo starého Egypta a Babylonu, na ktorých interpretácii sa historici nevedia dohodnúť. Je možné, že šikovne postavené experimenty by mohli odкрыť kognitívne pozadie matematického myslenia tejto vývinovej úrovne, a tak pomôcť pri analýze spomínaných textov. Treba sa vzdať obhajovania neobhájiteľného a Piagetovu tézu o obrátenom poradí genézy geometrických predstáv či jeho vymedzenie etáp v dejinách algebry treba jednoducho opustiť. Namiesto toho sa treba začať venovať skutočným problémom.

Piagetova genetická epistemológia má potenciál, ale ten leží inde, než si myslia mnohí jeho obhajcovia. Keď chceme hľadať paralely k dejinám exaktných vied, asi by nebolo márne pustiť sa do skúmania myslenia poslucháčov vysokých škôl. Prejsť na úroveň Kleinovho *Erlangenského programu* či Galoisovej teórie, ktorými Piaget vyčleňuje transfirgurálne a transoperacionálne štádium, musí každý poslucháč matematiky približne v treťom ročníku štúdia. A faktom je, že mnohým to robí obrovské problémy. Pochopiť tieto problémy by bola záslužná vec. V Piagetovej

konceptii je zásadný rozpor. V psychogenéze sa venuje len raným štádiám a z neznámych príčin ho vývin myslenia dospelých nezaujima. V dejinách geometrie a algebry sa venuje len neskorším štádiám a naopak rané štádiá vynecháva. Vzápätí sa však pokúša o spojenie nespojitelného, o prepojenie raných fáz ontogenézy s neskorými fázami fylogenézy. Preto sa zdá byť prirodzené doplniť Piagetovu koncepciu o výklad prehistórie geometrie a algebry a tie dávať do paralely s psychogenézou, ktorú Piaget preskúmal. Podobne treba doplniť Piagetovu koncepciu o výskum kognitívnych mechanizmov u študentov stredných a vysokých škôl a tie dávať do paralely s historickým materiálom, ktorý Piaget uvádza vo svojej knihe. Domnievam sa, že oba tieto projekty predstavujú vhodné rozvinutie Piagetovej teórie a môžu nás priviesť k množstvu zaujímavých a užitočných poznatkov.

## 2. Dialektika alebo o scestnosti jednej koncepcie

Kritikou dialektiky som sa už zaoberal v stati *Rozvinutie poznámky, ktorá nebola celkom zbytočná*, ktorou som reagoval na poznámku D. Gálika *Na okraj jednej zbytočnej poznámky*. Tam som sa usiloval ukázať, že dialektika je zavádzajúca, prázdna a mylná teória vývinu poznania. Ako však poznám J. Rybára, túto moju stať vybaví poznámkou, že polemizujem s vulgárnou, a nie s autentickou dialektikou. Preto som sa rozhodol analyzovať dialektické aspekty Piagetovej epistemológie v nádeji, že Piaget nie je vulgárny dialektik. Piaget sa vďaka ukotveniu v experimentálnej psychológii vyvaroval najhrubších rozporov, charakteristických pre mnohé dialektické koncepcie.<sup>4</sup> Napriek tomu v jeho výklade dejín matematiky možno nájsť viaceré črty typické pre dialektiku. Pokúsim sa ich tu stručne vymenovať.

A. **Prispôsobovanie si dejín tak, aby zapadli do vopred danej schémy.** Piagetova schéma pochádza z psychológie, schéma väčšiny dialektikov má skôr ideologické korene, ale dôsledok je rovnaký – vynechávanie celých úsekov z dejín a prispôsobovanie interpretácie faktov potrebám danej schémy. Piaget si svojvoľne prispôsobuje dejiny matematiky tak, aby pripomínali psychogenézu. Vynecháva kľúčové postavy, vypúšťa dôležité obdobia, len aby torzo, ktoré zostane, mohol zasadiť do svojej schémy. V kapitolách pojednávajúcich o dejinách matematiky vlastne neopisuje vývin príslušnej disciplíny, ale len tri momenty, ktoré zodpovedajú dialektickej trojici *intrahocičo*, *interhocičo* a *transhocičo*.

B. **Chápanie dejín ako kulís jediného Príbehu.** Ďalšou tendenciou dialektického myslenia je redukovať dejiny na jedinú vývinovú líniu, čoho dôsledkom je neschopnosť chápať dejiny ako mnohoúrovňový evolučný proces, ako proces s mnohými nezávislými príbehmi, odohrávajúcimi sa na rôznych úrovniach komplexnosti. Piaget ignoruje neeuklidovskú geometriu, rovnako ako ignoruje proces

<sup>4</sup> Sú to tieto rozpory: **logická nekonzistentnosť**, teda snaha povýšiť dialektický diskurz nad logické normy (pozri [8], 74); **rozpor medzi ontológiou a metodológiou**, teda nemožnosť empirickým poznaním korigovať teoretické závery (pozri [8], 76) a **rozpor medzi logikou a históriou**, teda názor, že teória vývinu pojmov je v rozpore s logickou konzistentnosťou (pozri [7], 236).

re-prezentácií, vedúci od syntetickej geometrie cez analytickú geometriu až k fraktálnej geometrii.

C. **Problém konca dejín.** Dialektickí myslitelia majú väčšinou slabú fantáziu, a preto si nevedia predstaviť situáciu, ktorá nastane potom, keď sa vyrieši problém, o ktorom práve píš. Preto väčšinou veria, že potom, keď vyriešia svoje problémy, už žiadne iné problémy nenastanú a dejiny sa skončia. Často ešte nezabudnú podotknúť, že korunou vývinu je práve ich teória. Piaget síce netrpí touto narcisistickou úchyľkou, ale to, že vývin považuje za proces ukončený dosiahnutím najvyššieho štádia, je črta, ktorú má spoločnú s väčšinou dialektikov.

D. **Fascinácia číslom tri.** Dialektici z neznámych príčin obľubujú trojice. Dialektik zväčša napred vymyslí tri zvláštne slová, u Piageta sú to *intra*, *inter* a *trans*, z ktorých sa po krátkom čase stane mantra. Celé dejiny sa potom redukujú na rôzne ilustrácie týchto troch mantrických slov.

E. **Snaha uzavrieť určitý problém ešte skôr, než bol pochopený.** Dialektické trojice sa prejavujú tým, že dialektik považuje určitý problém za vyriešený, len čo v ňom nájde svoju obľúbenú trojicu. Takto sa vedecké bádanie končí ešte skôr, než bol problém vôbec pochopený. Piaget síce načal otázku vývinu geometrie, algebry a mechaniky, ale akonáhle v nich našiel svoje tri štádiá, už sa nimi ďalej nezaoberal. Namiesto položenia zásadných epistemologických otázok sa uspokojil s mantrou.

### 3. Členské alebo o omyloch jednej kritiky

Po rozboře Piageta a dialektiky by som sa rád vrátil k niektorým tvrdeniam J. Rybára, ktoré vyslovil na moju adresu. Najprv však uvediem jednu všeobecnejšiu poznámku. J. Rybár má totiž tendenciu zamieňať pochopenie Piagetových názorov s ich prijatím. Preto každého, kto Piagetove názory neprijíma, obviňuje z toho, že im nerozumie. Rád by som zdôraznil, že pochopiť Piageta neznamená prijať jeho stanovisko a omyly. Z neznámych príčin sa v interpretačných výkonoch v slovenskej filozofii stalo štandardom vyhýbať sa rozboru vecnej stránky tvrdení určitého filozofa a obmedziť sa na viac-menej sugestívne prerozprávania jeho názorov. Akoby nás zaujímalo len to, čo si príslušný filozof myslí, a už nás nezaujímal otázka, či sú jeho názory aj pravdivé, prípadne aspoň racionálne zdôvodniteľné. Za všetkých uvediem len často opakované diktum F. Novosáda, že filozof má právo na svoje omyly. Akoby snaha pochopiť tieto omyly bola znevažovaním príslušného filozofa. Takýto nekritický prístup je podľa mňa neprípustný, či už ide o Heideggera, Hegela alebo Piageta. Veľký filozof je veľkým filozofom nie preto, že je neomylný, ale preto, že otvára veľký problém. Pochopiť ho znamená pochopiť ho vo vzťahu k tomuto problému. Preto úcta k Piagetovi by mala byť predovšetkým úctou k jeho veľkej téme, k téme vývinu myslenia, a práve táto úcta by nás mala zaväzovať kriticky vážiť každé Piagetovo slovo. Mám pocit, že keď výklad určitého problému "zašmodrcháme" tak, aby sme mohli povedať, že Piaget mal pravdu, urážame ho. Piaget nepotrebuje, aby sme mu dávali za pravdu, on je dosť veľký na to, aby uniesol pravdu. Po týchto poznámkach sa môžem vrátiť ku kritike zo strany J. Rybára.

1. *“Pokiaľ ide o druhý nedostatok (že Piagetova teória vývinu je niečím uzatvoreným, lebo sa končí transfázou), k tomu len stručne. To je fikcia L. Kvasza. Každé globálne štádium sa môže deliť na ďalšie podštádia. Posledné trans môže byť prvým trans-intra. Piaget to teda rieši otvoreným reťazcom trans-intra, trans-inter, trans-trans, a ak treba, tak to môže pokračovať aj ďalej. V tomto smere je v Piagetovej knihe uvedený ilustračný príklad z dejín algebry i z formovania predalgebraických systémov v psychogenéze”* ([9], 192).

**Odpoveď:** O psychogenéze sa baviť nechcem, zaujímajú ma dejiny matematiky. Príklad z dejín algebry, na ktorý sa J. Rybár odvoláva, je uvedený na s. 168, kde Piaget na trinástich riadkoch vybavil dejiny teórie grúp. Ale čo Piaget **urobil**, to je čosi zásadne iné, než to, o čom píše J. Rybár. Piaget len jemnejšie delí štádium trans, teda dejiny algebry aj naďalej končia štádiom trans, ibaže toto záverečné štádium Piaget delí na tri podštádia. Netvrdím, že štádium trans nemožno ďalej jemnejšie rozdeliť, ale som presvedčený, že Piagetova koncepcia neumožňuje **nadviazať** na vývin ukončený týmto štádiom.

2. *“V prípade vývinu fyzikálneho myslenia analyzuje aj aristotelovskú, aj newtonovskú fázu”* ([9], 192).

**Odpoveď:** Obávam sa, že J. Rybár obchádza vecné jadro problému. Faktom ostáva, že Piaget žiadny **vývin** newtonovskej fyziky nepredložil. To, že analýzu niekoľkých Newtonových pojmov nazval *The Development of Mechanics*, nič nemení na skutočnosti, že neopísal vývin mechaniky. A už vonkoncom neopísal prechod od prednewtonovskej fyziky k newtonovskej. Preto naďalej platí, že Piaget buď rekonštruje **vývin** určitej disciplíny predtým, ako sa konštituovala ako exaktná veda, alebo svoju analýzu sústreďuje výlučne na obdobie po tejto zmene. Keď slovo “vývin” nahradíme slovom “fáza”, zdanlivo zlepšime Piagetove skóre, ale na stave vecí sa tým nič nezmení.

3. *“Piaget neignoruje neeuklidovskú geometriu, iba ju neanalyzuje tak detailne ako L. Kvasz”* ([9], 192).

**Odpoveď:** Prečítal som Piagetovu knihu, ale nikde som analýzu neeuklidovskej geometrie nenašiel. V celej knihe sú len dve narážky na neeuklidovskú geometriu ([3], 28 a 96), ale žiadna analýza.

4. *“Piagetovým cieľom ani nebolo prepísať celé dejiny z hľadiska svojej koncepcie. Skôr ukázať, že mechanizmy objavené v psychogenéze sa dajú aplikovať aj na vývin vedeckého myslenia”* ([9], 192).

**Odpoveď:** Cieľom mojej state je ukázať, že to, ako to robí, nikam nevedie. Analýza prednewtonovskej fyziky je v poriadku, ale Piagetove analýzy vývinu matematiky sú pomýlené.

5. *“Koniec koncov každý historik selektuje. Hranice toho, čo vidí, sú dané optikou jeho teórie”* ([9], 193).

**Odpoveď:** Optiky sú lepšie a horšie. Cieľom mojej kritiky je ukázať, že dialektická optika Piagetovej epistemológie je horšia ako optika formálnej epistemológie.

6. *“Ďalšia časť Kvaszovej štúdie je venovaná odmietnutiu Piagetovej tézy, podľa ktorej ontogenéza opakuje historický vývin geometrie v obrátenom poradí. Toto*

*Piagetovo tvrdenie sa zakladá na fakte, že vo vývine spontánneho geometrického myslenia sa najprv objavujú určité topologické intuície*" ([9], 193).

**Odpoveď:** Nevieť, ako môže byť **faktom**, že určité intuície sú topologické. To je len Piagetova interpretácia týchto intuícií. A práve proti tejto interpretácii, proti výkladu detských intuícií ako topologických, som argumentoval na troch stránkach svojej state [7]. Keby to bol fakt, nebolo by sa o čom baviť. Preto ma prekvapilo, ako voľne J. Rybár zaobchádza s termínom fakt. Výklad, ktorý sa mu hodí, vyhlási za fakt, a čitateľ sa čuduje, čo má L. Kvasz proti faktom. Navrhol som označiť detské intuície termínom protogeometria, aby sa dal vecne analyzovať ich vzťah k topológii. Ak ich topologický charakter vyhlásime za fakt, potom, samozrejme, niet čo analyzovať.

7. *"O Piagetových analógiách L. Kvasz tvrdí, že nefungujú v detailoch. Práve o to ide, že to prekvapujúco funguje v detailoch a dieťa je schopné udržať topologické invarianty (otvorenosť, uzavretosť, superpozície atď). Tieto záležitosti reprezentuje presne"* ([9], 193).

**Odpoveď:** To je presvedčenie J. Rybára. Rozhodnúť môže len experiment. Videl som množstvo obrázkov detských kresieb, o ktorých si J. Rybár asi myslí, že predstavujú otvorený či uzavretý kruh. Pri jemnejšom pohľade sa však zakaždým ukázalo, že z hľadiska topológie išlo o zložitejšie útvary obsahujúce sebaapretinanie či viaceré komponenty súvislosti.

8. *"L. Kvasz základnú príčinu, pôvod týchto Piagetových obmedzení vidí v dialektickej terminológii a dialektike ako takej. Proti tejto terminológii je veľmi zaujatý, pristupuje k nej s veľkým dešpektom. Je to celkom pochopiteľné. V našom kultúrnom prostredí a v našom čase boli tieto termíny sprofanované v tom najvulgárnejšom zmysle slova"* ([9], 194).

**Odpoveď:** J. Rybár sa snaží problém dialektiky zbaviť vecného obsahu a presunúť ho do roviny psychológie ako problém síce pochopiteľného, ale vcelku len emocionálneho odmietania nejakých termínov. Proti tomuto výkladu mojej pozície sa ohradzujem. Zaujaty som nie proti termínu, ale proti tomu, čo označuje. Nevadí mi slovo "dialektika", ale dialektický spôsob pseudoargumentácie.<sup>5</sup> A nejde mi o nejakú sprofanovanosť, ale o to, že dialektika nefunguje (pozri [8], 74 – 75). Okrem toho to nebola náhoda, že dialektika bola z vulgarizovaná.<sup>6</sup> Jednou z mála zbraní, ktoré má

<sup>5</sup> Dialektika má svoje neodškriepiteľné miesto v dejinách filozofie, nech už si o jej prínose myslíme čokoľvek. Mňa však nezaujíma dialektika ako súčasť kompendií z dejín filozofie, ale ako tradícia, ktorá má ešte stále určitý vplyv. Pri čítaní autorov ako Piaget musím uznať, že dialektika môže byť heuristicky prínosná. Piaget otvoril témy, ktoré boli v rámci neopozitivistickej filozofie nemyšliteľné. Nepopieram teda, že dialektika môže priniesť zaujímavé otázky, ale som presvedčený, že je nevhodná ako nástroj na ich zodpovedanie. Piageta dialektické pozadie priviedlo k pokusu o premostenie hraníc medzi psychológiou a epistemológiou, ale tá istá dialektika ho potom dovedla do problémov, ktoré som opísal vyššie.

<sup>6</sup> Písaním o vulgarizovaní dialektiky J. Rybár navodzuje predstavu, že sa moja kritika netýka dialektiky, ale je len odmetaním jej vulgarizácie. Mám pochybnosti o delení dialektiky na vulgárnu a nevulgárnu. Nemienim sa baviť o stalinských vykopávkach z päťdesiatych rokov ani o sovietskych autoroch. Zaujíma ma slovenská filozofická produkcia sedemdesiatych a osemdesiatych rokov, teda povedzme diela autorov ako prof. Černík, prof. Kusin či prof. Šíma.



človek na obranu pred vulgárnosťou polovzdeltancov, je vyžadovanie argumentácie. A práve možnosť argumentácie dialektika svojimi protirečeniami rozkladá, lebo nech už človek predloží akýkoľvek argument, vždy ho možno odbiť tým, že nepochopil dialektické protirečenie, ktoré sa v danom probléme skrýva.

**9.** „*Sám L. Kvasz je toho príkladom, keď hovorí: »...Takto vlastne napätie medzi implicitnou a explicitnou stránkou jazyka zakladá dynamiku vývoja«.* V reči dialektikov to je vlastne dialektika implicitného a explicitného. A metaforu »napätie«, o ktorej hovorí L. Kvasz, volajú dialektickým protirečením. ... Prečo do toho však L. Kvasz potrebuje miešať 1½ Wittgensteina, je záhadou iste nielen pre mňa“ ([9], 194).

**Odpoveď:** Obávam sa, že J. Rybár nepochopil, o čo mi vo formálnej epistemológii ide. Nepopieram, že poznanie sa vyvíja, a nepopieram, že mnohé poznatky sú najprv implicitné a neskôr sa stanú explicitnými. Odmietam však používať na opis tejto situácie metafory dialektiky, teda odmietam hovoriť o *dialektike* implicitného a explicitného a odmietam hovoriť o *protirečení*. Som presvedčený, že dialektické metafory sú zavádzajúce. Preto používam fyzikálnu metaforu o napätí. Wittgensteina používam práve preto, lebo si myslím, že jeho pojem formy jazyka umožňuje uchopiť vzťah explicitného a implicitného neporovnateľne presnejšie ako vágne reči o dialektike explicitného a implicitného. Myslím, že stať *History of Geometry and the Development of the Form of its Language* to dostatočne demonštruje. Wittgensteinova koncepcia (po miernej modifikácii) teda umožnila opísať vývin aspoň jednej teórie. Dialektika doposiaľ okrem všeobecných rečí nepredložila výklad vývinu ani jednej konkrétnej vednej disciplíny, takže odpoveď na otázku, prečo do toho potrebujem miešať Wittgensteina, je prozaická. Preto, lebo jeho prístup na rozdiel od dialektiky aj skutočne funguje.

**10.** „*L. Kvasz totiž svojimi analýzami (napriek opačnej rétorike) spĺňa podmienky prijatia do klubu dialektikov. Ako sa však ukazuje, členské platíť nemieni“* ([9], 195).

**Odpoveď:** Ono je to dosť divné odbiť niečiu argumentáciu ako rétoriku. Preto mi neostáva nič iné, než sa J. Rybára spýtať na konkrétne argumenty, prečo si myslí, že spĺňam podmienky na prijatie do klubu dialektikov. Ak je to len skutočnosť, že sa zaoberám vývinom poznania a že pritom opisujem fenomény, ako je vzťah explicitného a implicitného, zdá sa mi to byť málo. Je to málo jednoducho preto, lebo dialektika nemá vlastnícke právo na tieto problémy, nehovoriac už o jej notorickej

Vedel by J. Rybár uviesť **kritériá**, ktoré by umožnili rozhodnúť, či určité dielo z tohto spektra je príkladom vulgárnej alebo nevulgárnej dialektiky? Pokiaľ také kritériá neuviedie, sú jeho citované slová len uhýbaním pred problémom. Lebo mne nevadí dialektika stalinských čias ani dialektika v Sovietskom zväze. Vadí mi dialektika, ktorá je dodnes prítomná v slovenskej filozofii, okrem iného aj na stránkach časopisu *Organon F*. Túto dialektiku som mal na mysli pri svojej kritike, preto nechápem reči J. Rybára o z vulgarizovanej dialektike. Ak si myslí, že dialektika, ktorú kritizujem, je vulgárna, tak prečo ako člen redakčnej rady časopisu *Organon F* proti nej nevystúpil povedzme poznámkou, v ktorej by sa redakcia dištancovala od textu V. Černíka uvedeného v prvom čísle ročníka 2000. Ak ju za vulgárnu nepovažuje, tak prečo zväzda diskusiu na scestie rečami o nejakej vulgarizácii.

neschopnosti nimi čo i len o kúsok pohnúť. Ved' potom by sme museli Newtona zaradiť medzi aristotelikov, keďže sa zaoberal otázkami príčin pohybov.

#### LITERATÚRA

- [1] GÁLIK, D. (1999): Na okraj jednej zbytočnej poznámky. In: **Organon F**, č. 4, 407-409.
- [2] GÁLIK, D. (2000): Univerzálny darvinizmus. In: **Kognitívne vedy III**, Katedra matematiky ČHTF STU a Filozofický ústav SAV, Bratislava.
- [3] GARCIA, R. a PIAGET, J. (1983): **Psychogenesis and the History of Science**. Columbia University Press, New York 1987.
- [4] KVASZ, L. (1998a): Epistemologické aspekty dejín maliarstva. In: **Filozofia**, č.10, 658681.
- [5] KVASZ, L. (1998b): History of Geometry and the Development of the Form of its Language. In: **Synthese**, vol. 116, No. 2, 141-186.
- [6] KVASZ, L. (1999a): **Gramatika zmeny**. Chronos, Bratislava.
- [7] KVASZ, L. (1999b): Prolegomena k formálnej epistemológii. In: **Organon F**, č. 3, 223-239.
- [8] KVASZ, L. (2000): Rozvinutie poznámky, ktorá nebola celkom zbytočná. In: **Organon F**, č. 1, 71 – 77.
- [9] RYBÁR, J. (2000): Proti dialektickému chytráctvu. In: **Organon F**, č. 2, 192-195.
- [10] THOMAS, I. (1939): *Greek Mathematical Works I, from Thales to Euclid*. Loeb Classical Library vol. 335, Harvard University Press, London.