

ÚVOD DO PROBLEMATIKY METODOLÓGIE VIED (III)

Pavel CMOREJ

DEDUKTÍVNE UVAŽOVANIE

Uvažovanie. Predmetom našich nasledujúcich analýz budú rôzne druhy uvažovania. Keďže termín "uvažovanie" nie je ostrý ani jednoznačný, pokúsime sa ho najprv bližšie určiť. Nepôjde nám o jeho definíciu, ale iba o intuitívne vymedzenie, ktoré by zahrnilo rozmanité variety myšlienkových postupov a procedúr formulovateľných v jazyku. Iba jazykovo formulované myšlienkové činnosti sú totiž prístupné logickému a metodologickému skúmaniu. Napokon niet sporu o tom, že významná časť našej myšlienkovkej aktivity sa odohráva v jazyku. Mnohé myšlienkové akty doslova splyývajú s použitiami istých jazykových výrazov, ktoré pri uvažovaní neraz aj artikulujeme alebo zapisujeme. Niektoré myšlienkové postupy vyjadrujeme aj inými spôsobmi, napríklad kreslením rôznych obrázcov, rysovaním, ba i mimikou a gestami, ktoré sú hlavnými prostriedkami jazyka hluchonemých. Mnoho myšlienkových aktov možno priam stotožniť s myšlienkovým použitím istých výrazov. Pod uvažovaním budeme rozumieť nielen myšlienkovú činnosť zloženú zo súdov formulovateľných v nejakých výrokoch, medzi ktorými môžu byť rozmanité logické i mimologické väzby, ale aj postupy, v ktorých sa môžu vyskytovať teoretické i praktické problémy vyjadriteľné v podobe otázok, normy formulovateľné v normatívnych vetách a pod.

Do naznačeného chápania uvažovania možno zahrnúť nielen postupy založené na rôznych logických väzbách, ale aj rozmanité heuristické činnosti, ktoré vykonávame napríklad pri hľadaní a formulovaní hypotéz. V týchto myšlienkových aktivitách významné miesto zaujímajú invencia, dôvtip a tvorivosť. Heuristické uvažovanie sa uplatňuje aj pri zostrojovaní dôkazov, pri zostavovaní programov pre počítače, pri projektovaní, plánovaní a mnohých iných intelektuálnych činnostiach. Do uvažovania často zasahujú aj empirické procedúry, napríklad pozorovanie alebo meranie, je však otázne, či ich máme pokladať za jeho zložky. Nie je totiž ľahké oddeliť ich od neho. Tento problém necháme zatiaľ otvorený. Našu pozornosť sústreďujeme predovšetkým na tie druhy uvažovania, v ktorých namiesto empirických aktov vystupujú ich opisy a výroky o ich výsledkoch. Určitejšiu predstavu o uvažovaní získame skúmaním jeho jednotlivých druhov. V tomto a v nasledujúcom pokračovaní nášho výkladu sa sústreďujeme na uvažovanie, ktoré sa nazýva deduktívne.

Usudzovanie, úsudky a ich formy. Najprv vymedzíme niekoľko pomocných výrazov. Jazykový výraz, ktorý sa vyznačuje tým, že je alebo môže byť pravdivý alebo nepravdivý, sa nazýva **výrok**. O pravdivých výrokoch hovoríme, že majú **pravdivostnú hodnotu pravda (P)**, o nepravdivých, že majú **pravdivostnú hodnotu**

nepravda (N). Výroky sú v podstate oznamovacie vety. Opytovacie ani rozkazovacie vety nie sú výroky. **Súdy** sú myšlienkové akty či procesy, ktoré vyjadrujeme výrokmi. Tieto procesy sú nerozlučne späté s používaním jazykových výrazov, ale samy osebe nie sú predmetom metodologických skúmaní. Zaujíma sa o ne skôr psychológia než metodológia vied. Logika a metodológia vied svoju pozornosť sústreďujú výlučne na výsledky týchto procesov *formulované v nejakom jazyku*. To im umožňuje koncentrovať sa na tie aspekty myslenia, ktoré psychológii nezaujímajú, a presunúť svoju pozornosť zo súdov na výroky a z postupností súdov prebiehajúcich v našej myslí na postupnosti výrokov (a na výrazy, z ktorých sa výroky skladajú). Moderná logika od psychologického chápania súdov abstrahuje a pod **súdom (v logickom zmysle slova)** rozumie význam výroku, ktorý pokladá za objektívnu, od našich myšlienkových pochodov úplne nezávislú entitu.

Treba však zdôrazniť, že viac než konkrétne výroky a ich postupnosti logiku i metodológiu vied zaujímajú ich formy. Z výrokov logické skúmania síce vychádzajú, na ne sa aplikujú a na nich sa overujú ich výsledky, ale v centre ich pozornosti sú ich formy, najmä ich logické formy. **Forma výroku (výroková forma)** je jazyková schéma obsahujúca premenné, prípadne aj iné výrazy, ktorá sa vyznačuje tým, že keď za jej premenné vhodne dosadíme určité výrazy, dostaneme výrok, teda výraz, ktorý môže byť pravdivý alebo nepravdivý. Vhodne **dosadiť** do výrokovvej formy znamená každý výskyt tej istej premennej nejakej logickej kategórie K nahradiť výrazom **tej istej kategórie K.** Na ilustráciu uvedieme niekoľko príkladov výrokových foriem:

x je politik,
 Ak x je športovec, tak x je zdravý,
 x je vyšší ako y vtedy a len vtedy, keď y je vyšší ako z,
 x je rýchlejší ako ktokoľvek iný
 x niekoho obdivuje
 Nie je pravda, že p alebo q,
 x_1 je P a x_2 je Q.

Keď za individuové premenné x, y, z do týchto foriem dosadíme vlastné mená alebo deskripcie nejakých individuí (napr. výrazy ako "majster sveta v skoku do výšky", "vrah J.F. Kennedyho" a pod.), dostaneme výroky. Písmená p, q sú výrokové premenné, to znamená, že za ne možno dosadzovať výroky. Premenné x_1 , x_2 sú individuové a premenné P, Q sú predikátové. Výber písmen za premenné a určenie ich kategórie je vecou dohody. Z poslednej formy získame výrok tak, že za individuové premenné dosadíme nejaké mená alebo deskripcie individuí a za premenné P, Q nejaké jednoargumentové predikáty, teda výrazy označujúce vlastnosti. Poznámame, že *aj premenné sú formy*. Výroky a výrokové formy budeme nazývať **výrokové výrazy**.

Za premenné môžeme dosadzovať nielen konkrétne výroky, mená, deskripcie, predikáty a iné konštantné výrazy, ale aj *formy* tej istej kategórie, teda za výrokové

premenné môžeme dosadzovať ľubovoľné výrokové výrazy, za individuové premenné ľubovoľné individuové a za predikátové premenné ľubovoľné predikátové výrazy (tej istej árstosti).² Dosadením foriem za premenné výrokovkej formy získame nové výrokové formy.

Medzi uvedenými príkladmi foriem sa vyskytujú dve *logické* formy (na konci zoznamu), ostatné sú *mimologické*. **Logická forma výroku** je forma, v ktorej sa okrem premenných vyskytujú iba tzv. logické konštanty alebo len premenné. Teda existujú aj formy zložené iba z premenných. **Logické konštanty** (termíny) sú výrazy, ktoré sa používajú vo väčšine jazykov, v teóriách a úvahách o tých najrozmanitejších predmetoch (pravda, v rôznych jazykoch môžu mať rôznu grafickú či akustickú podobu). Patria k nim tzv. **logické spojky** ako "a", "alebo", "ak ..., tak ---" a pod., **kvantifikátory** "pre každé ..., platí, že", "pre niektoré ... platí, že", **výraz totožnosti** "=" a mnoho iných, v každom prípade však tie, ktoré sa dajú definovať pomocou uvedených logických konštánt. **Konštanty**, ktoré nie sú logické, sa nazývajú **mimologické**. Žiaľ, hranica medzi logickými a mimologickými konštantami nie je ostrá, a preto niet všeobecne akceptovaného, presného vymedzenia pojmu logickej konštanty.

Úsudok je myšlienkový proces alebo akt, v ktorom z konečného počtu súdov, ktoré sa nazývajú **premisy**, odvodíme súd, ktorý sa nazýva **záver**. Keďže súdy vyjadrujeme výrokmí, pod **úsudkom** budeme rozumieť aj dvojicu zloženú z nejakej množiny výrokov, ktoré sa nazývajú **premisy**, a z výroku, ktorý sa nazýva **záver**. Úsudky a ich formy sa v logike zapisujú tak, aby sa v nich jasne odlišil záver úsudku od jeho premís. Keď vo výrokoch, ktoré sú premisami nejakého úsudku a vo výroku, ktorý je jeho záverom, niektoré výrazy nahradíme premennými, dostaneme **formu úsudku** (**úsudkovú formu**). Úsudkové formy sa nazývajú aj **úsudkovými pravidlami** alebo **pravidlami usudzovania**. **Úsudkové pravidlo** (**pravidlo usudzovania**) je vlastne určitá jazyková schéma úsudkov, v ktorých na základe výrokov formy F_1, \dots, F_n usudzujeme na záver formy F (či už korektné alebo nie). Teda úsudkové pravidlá v našom zmysle sú číre formy úsudkov a ako uvidíme neskôr, nie všetky sú logicky celkom spoľahlivé. V zápise sa formy premís oddeľujú od foriem záveru vodorovnou alebo zvislou čiarou, čiže takto:

$$\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \\ \hline F \end{array}$$

alebo takto: $F_1, \dots, F_n \mid F$. Formy F_1, \dots, F_n predstavujú formy premís a F formu záveru. Podobne sa zapisujú konkrétne úsudky. V bežných úvahách rozvíjaných v priro-

dzenom jazyku sa záver od premís oddeľuje spravidla inými spôsobmi, napríklad výrazmi "a teda", "teda platí, že", "teda je pravda, že", "to znamená" a pod. Dosađením výrokov, individuových mien a predikátov za príslušné voľné premenné, ktoré sa vyskytujú vo výrokových formách F_1, \dots, F_n , F , dostaneme konkrétny úsudok v jeho jazykovej podobe. Používajú sa aj úsudkové pravidlá s prázdnu množinou premís, čiže pravidlá tvaru $|F$, kde F je výroková forma. Podľa takých pravidiel postupujeme vtedy, keď na záver formy F usudzujeme bez akýchkoľvek predpokladov, napríklad, keď F je forma logicky alebo analyticky pravdivého výroku.

Usudzovanie a odvodzovanie. Usudzovanie sa zvyčajne charakterizuje ako myšlienkový proces, v ktorom z istých *súdov* či *výrokov* odvodzujeme ďalšie sudy alebo výroky, pričom sa pri prechodoch od premís k záveru uplatňujú - aj keď zväčša podvedome - isté úsudkové pravidlá. Toto chápanie usudzovania pokladáme za úzke, pretože v matematike a logike (a azda aj v iných disciplínach) premisami a závermi môžu byť nielen výroky, ale aj výrokové formy. Preto pod **usudzovaním** budeme rozumieť myšlienkový proces, v ktorom sa z istých výrokových výrazov odvodzujú výrokové výrazy. Usudzovanie sa môže skladať z viacerých krokov - úsudkov, v ktorom sa závery (ale aj premisy) niektorých predchádzajúcich úsudkov môžu stať premisami ďalších úsudkových krokov. Pri usudzovaní postupne budujeme rad či postupnosť výrokových výrazov, v ktorej sa okrem premís vyskytujú iba výrokové výrazy získané z predchádzajúcich členov postupnosti pomocou nejakého úsudkového pravidla.

V tejto súvislosti sa vynára otázka, čím sa líši odvodzovanie od usudzovania. Zvyčajne sa stotožňujú. Odvodzuje sa však aj v neinterpretovaných, rýdzo formálnych systémoch, v ktorých namiesto zmysluplných výrokov alebo ich foriem vystupujú iba syntakticky určené postupnosti symbolov bez významu. Domnievame sa, že v podobných prípadoch je dosť problematické hovoriť o usudzovaní, hoci nepochybne ide o odvodzovanie istých postupností symbolov, ktoré sa zvyčajne nazývajú formulami, z množín takých postupností, teda z množín formúl. Odvodzovacie pravidlá, ktoré sa uplatňujú vo formálnych systémoch, majú tiež čisto syntaktický charakter: sú to návody, ako z formúl istého tvaru odvodiť ďalšiu formulu.

Pojem **odvodzovania** sa od pojmu usudzovania líši väčšou všeobecnosťou: každé usudzovanie je odvodzovaním, nie však naopak. Odvodzovanie neinterpretovaných formúl bez významu nepokladáme za usudzovanie. Odvodzovať môžu aj počítače, bolo by však problematické tvrdiť, že usudzujú. Významnú rolu pri usudzovaní má *význam* výrokov a ich foriem, ktorý pri odvodzovaní vo formálnych systémoch nevstupuje vôbec do hry: toto odvodzovanie je čistou manipuláciou so symbolmi bez významu (hoci podľa istých pravidiel). Keďže každé usudzovanie je odvodzovanie, každé úsudkové pravidlo je **odvodzovacie pravidlo**. Pod **odvodením** budeme rozumieť postupnosť výrokových výrazov alebo formúl, v ktorej sa okrem premís vyskytujú iba výrokové výrazy alebo formuly odvodené z predchádzajúcich členov tejto postupnosti. Posledný člen odvodenia budeme nazývať **vývodom**.

Vyplyvanie a dedukcia. Významnú rolu vo všetkých vedách zohrávajú deduktívne metódy, hoci miera ich uplatnenia v jednotlivých vedných disciplínach je rôzna. V najvyššej miere sa uplatňujú v logike, matematike a vedách, ktoré hojne využívajú ich výsledky, napríklad v matematickej fyzike, menej v prírodných vedách a ešte menej v spoločenských vedách. Treba však dodať, že niet disciplíny, ktorá by sa mohla bez nich úplne zaobiť, a že stupeň ich aplikovateľnosti v určitom odbore sa časom mení: s postupujúcou matematizáciou odborov sa v čoraz väčšej miere uplatňujú v nich aj deduktívne metódy. V každej vede, ba i vo filozofii a v každodennom živote sa občas vynoria problémy, ktoré vyžadujú uplatnenie nejakého deduktívneho postupu alebo aspoň niekoľkých deduktívnych krokov, hoci neraz len vo veľmi skromnej a intuitívnej podobe. Použitie deduktívnych metód si zväčša vôbec neuvedomujeme: v našom myslení sa často uplatňujú v podobe intuitívnej logiky, ktorú si neosvojujeme štúdiom logických pravidiel, zákonov a ich systémov, ale osvojovaním si jazyka a riešením konkrétnych problémov. Nezanedbateľnú rolu má pritom intuícia či logický a jazykový cit.

Neodmysliteľnou zložkou deduktívnych metód je dedukcia, o čom svedčí už sám termín "deduktívne metódy". **Dedukciu** by sme mohli približne charakterizovať ako myšlienkový postup, pri ktorom z istých výrokov (alebo ich foriem) odvodzujeme iné výroky (či výrokové formy), pričom medzi výrokovými výrazmi, z ktorých pritom vychádzame (odvodzujeme), a výrokovými výrazmi, ktoré dedukciou získavame, existuje vzťah vyplyvania alebo logického vyplyvania.³ To znamená, že pojem deduktívnej metódy a dedukcie možno primerane pochopiť iba na základe bližšieho určenia pojmu vyplyvania, ktorému musíme venovať patričnú pozornosť.

Vyplyvanie je istý vzťah medzi *množinami* výrokových výrazov na jednej strane a *jednotlivými výrokovými výrazmi* na druhej strane, ktorý spĺňa určité podmienky (ak množina výrokových výrazov obsahuje iba jeden prvok, tak často sa hovorí o vzťahu medzi *výrokovými výrazmi*, resp. výrokmi). Ak M je množina výrokových výrazov a W výrokový výraz, medzi ktorými je vzťah vyplyvania, hovoríme, že z množiny M vyplyva výrokový výraz W (prípadne, že W vyplyva z M). Namiesto výrazu "z množiny výrokových výrazov (výrokov, foriem) $\{W_1, \dots, W_n\}$ vyplyva" budeme používať aj kratší termín "z výrokových výrazov (výrokov, foriem) W_1, \dots, W_n vyplyva". Najprv sa sústredíme na vyplyvanie výrokov z výrokov. Náš výklad začneme predbežnou, na prvý pohľad intuitívne jasnou a dost' často uvádzanou, nie však celkom neproblematickou charakteristikou, ktorú neskôr nahradíme výstižnejším vymedzením.

Výrok W vyplyva z množiny výrokov M práve vtedy, keď nemôže nastať situácia, v ktorej by všetky prvky M boli pravdivé a výrok W nepravdivý. Inak povedané, keď sú pravdivé všetky výroky množiny M , pravdivý musí byť aj výrok W . Na základe toho, že každý prvok M je pravdivý a že W vyplyva z M , môžeme usudzovať, že aj výrok W je pravdivý. Napríklad z výrokov

(GK) Gerlach je vyšší ako Kriváň,

(KH) Kriváň je vyšší ako Chopok

vyplýva výrok

(GH) Gerlach je vyšší ako Chopok,

a keďže výroky (GK), (KH) sú pravdivé, tak aj výrok (GH) musí byť pravdivý. Pri vyplývání pravdivosť *akoby* sa prenášala z výrokov množiny M na výrok W. Istotu, že výrok W je pravdivý, máme však iba vtedy, keď *všetky* prvky M sú pravdivé a vieme, že sú pravdivé. Vyplývajúci výrok W môže byť aj nepravdivý, ale vtedy je nepravdivý aspoň jeden prvok množiny M a nie je vylúčený ani prípad, keď z množiny obsahujúcej aspoň jeden nepravdivý prvok vyplýva pravdivý výrok. Napríklad z výrokov (GK), "Kriváň je vyšší ako Everest" (KE) vyplýva nepravdivý výrok "Gerlach je vyšší ako Everest" (GE) a z výrokov (GE) a "Everest je vyšší ako Kriváň" (EK) vyplýva pravdivý výrok "Gerlach je vyšší ako Kriváň" (GK). Pravdivý výrok môže vyplývať aj z množiny obsahujúcej samé nepravdivé výroky: z výrokov " $3 < 2$ ", " $3 + 1 < 2 + 1$ " vyplýva pravdivý výrok " $3 < 2$ alebo $3 > 2$ ".

Keď mená vrchov vo výrokoch (GK) - (GH) nahradíme ľubovoľnými inými menami alebo deskripciami predmetov, ktoré majú nejakú výšku, dostaneme výroky, pre ktoré bude platiť, že výrok získaný z (GH) bude vyplývať z výrokov, ktoré dostaneme z (GK) a (KH). Musíme však dbať na to, aby sme každý výskyt určitého mena nahradili výskytom toho istého výrazu *vo všetkých troch výrokoch*. Keď budeme rešpektovať túto podmienku, mená vrchov vo výrokoch nebudeme môcť nikdy nahradiť tak, aby sme z (GK) a (KH) získali pravdivé výroky a z (GH) nepravdivý výrok. Nie je však vylúčené, že sa pritom zmení pravdivostná hodnota niektorých, ba možno i všetkých výrokov. Druhý prípad nastane napríklad vtedy, keď výraz "Gerlach" nahradíme názvom "Chopok" a naopak. Na vzťah vyplývania nemajú vplyv ani zmeny objektov, o ktorých sa vo výrokoch hovorí. Zmena výšky našich hôr, ktorá by zmenila ich vzájomné výškové pomery, by síce mohla viesť k zmene pravdivostnej hodnoty niektorých výrokov, ale vôbec by neovplyvnila vyplývanie výroku (GH) z predchádzajúcich dvoch. Nápadnejšie a rýchlejšie než výška hôr sa mení napríklad výška detí a mladých ľudí v pomere k výške ich rodičov a dospelých, ale na vyplývanie výroku podobného (GH) z výrokov podobných (GK) a (KH) to nemá nijaký vplyv.

Uvedené úvahy si priam vynucujú záver, že **vyplývanie výroku W z množiny výrokov M vôbec nezávisí od stavu sveta**. Nie je to vzťah podmienený stavom vecí a ich zmenami vo svete. To znamená, že problém, či výrok W vyplýva z množiny M, nevyriešime empirickým skúmaním výseku sveta, o ktorom sa hovorí vo výrokoch množiny M a vo výroku W. Riešenie treba hľadať inde, a to vo význame výrazov, ktoré sa vyskytujú v týchto výrokoch. **Vyplývanie je vzťah daný výlučne významom istých výrazov**, ktoré sa vyskytujú vo výrokoch množiny M alebo vo výroku W. Každý Slovák, ktorý rozumie výrazu "je vyšší ako" (teda pozná jeho význam), vie, že ak sú pravdivé výroky (GK) a (KH), pravdivý musí byť aj výrok (GH). Pritom vôbec nemusí poznať výšku našich hôr ani ich vzájomné výškové pomery. Táto skutočnosť a možnosť nahradenia mien vrchov ľubovoľnými inými menami alebo

deskripciami predmetov, ktoré majú nejakú výšku, svedčia o tom, že vyplývanie výroku (GH) z výrokov (GK), (KH) vôbec nezávisí od významu týchto mien a deskripcií.

Niekedy sa vyplývanie ľubovoľného výroku W z množiny M charakterizuje ako vzťah, ktorý existuje medzi W a M práve vtedy, keď pravdivosť všetkých výrokov z M zaručuje pravdivosť W. Táto charakteristika je trochu zavádzajúca, lebo v nej chýba zmienka o povahe spomenutej záruky, o tom, že je daná *významom* niektorých výrazov v M a vo W. Ved' v istom zmysle pravdivosť výroku tvaru "X býva v Bratislave" (XB) zaručuje pravdivosť výrokov "X býva v hlavnom meste Slovenska", "X býva v najväčšom slovenskom meste", "X býva v najväčšom slovenskom meste na Dunaji" a pod., a predsa nemožno povedať, že by tieto výroky vyplývali z výroku (XB). Keby sa hlavným a zároveň najväčším mestom Slovenska stalo napríklad Komárno a X by naďalej býval v Bratislave, výrok (XB) by bol pravdivý a ostatné výroky by boli nepravdivé. Nie je pritom dôležité, či naznačená zmena stavu vecí skutočne nastane, podstatná je jej *možnosť*. A keďže bez empirického skúmania nemožno určiť, či náhodou nenastala, pravdivý výrok (XB) sám osebe *svojím významom* ešte nezaručuje pravdivosť ostatných uvedených výrokov. Zaručuje ju iba spolu s takými empirickými konštatáciami ako "Bratislava je hlavné mesto Slovenska", "Bratislava je najväčšie slovenské mesto" a pod. Podobnú záruku pravdivosti poskytujú každý výrok tvaru P(a) výroku tvaru Q(a), ktoré možno získať z antecedenta a konzekventa pravdivého empirického zákona typu "Pre každé x platí, že ak P(x), tak Q(x)".

Naše vymedzenie vyplývania, podľa ktorého výrok W vyplýva z množiny M práve vtedy, keď nemôže nastať situácia, v ktorej by všetky výroky M boli pravdivé a výrok W nepravdivý, sme uviedli ako predbežné, lebo hoci osvetľuje isté aspekty vyplývania, má aj určité nedostatky. 1. Jedným z nich je fakt, že existujú výroky, ktoré ho spochybňujú. Napríklad, hoci nemôže nastať situácia, v ktorej by bol výrok "2 > 5" pravdivý a výrok "3 + 2 = 5" nepravdivý, sotva možno tvrdiť, že z prvého vyplýva druhý výrok (môžeme nanajvýš povedať, že prvý výrok striktnie implikuje druhý). Podobných protipríkladov je nekonečne veľa. 2. Navyše nie je celkom jasné, čo znamená zvrät "nemôže nastať situácia, v ktorej by všetky prvky M boli pravdivé a výrok W nepravdivý". Týka sa a) situácií a zmien vo svete alebo b) zmien v interpretácii niektorých výrazov v uvažovaných výrokoch? V prípade výrokov (GK) - (GH) ide o možné zmeny výšky vrchov alebo o zmeny v interpretácii mien vrchov, resp. v nahradzovaní jedných mien inými výrazmi tej istej kategórie? Vzhľadom na tieto problémy sa pokúsime nájsť vymedzenie, ktoré sa vyhne týmto nedostatkom.

V logickej literatúre sa nedefinuje len vyplývanie výrokov z množín výrokov, ale aj vyplývanie výrokových foriem z množín takých foriem (pričom logika sa sústreďuje na logické vyplývanie, ktoré závisí len od významu logických konštant). Vyplývanie medzi výrokami sa dá definovať pomocou vyplývania medzi ich formami. Každý výrok má viacej foriem, z ktorých ho možno získať dosadením za premenné. Najjednoduchšími formami výrokov sú výrokové premenné. Výrok "Gerlach je vyšší ako Kriváň a Kriváň je vyšší ako Chopok" možno získať *dosadením* určitých výrazov do foriem "p a q", "x je vyšší ako y a y je vyšší ako z", "x R y a y R z" a mnohých iných výrokových foriem (vrátane výrokových premenných), t.j. *nahradením všetkých*

výskytov tej istej premennej tým istým výrazom ("x", "y", "z" sú individuové, "p", "q" výrokové premenné a "R" je dvojargumentová predikátová premenná). Pri skúmaní vyplývania, ktoré závisí od významu výrazu E, treba vybrať formy, v ktorých sa vyskytuje tento výraz. Niektoré z nich môžu obsahovať aj iné konštantné výrazy a nemožno vylúčiť ani formy, v ktorých sa E nenachádza, ale musí sa vyskytovať aspoň v jednej z nich. Pri hľadaní odpovede na otázku, či výrok W vyplýva z M, musíme však vybrať také formy výrokov, medzi ktorými budú podobné väzby ako medzi výrokmí množiny M a výrokom W. Máme na mysli väzby, ktoré sa zachovávajú, keď

(*) rôzne výrazy výrokov v M a výroku W nahradíme rôznymi premennými a každý výskyt toho istého výrazu nahradíme vo všetkých výrokoch v M i vo W tou istou premennou.

Z foriem spĺňajúcich túto podmienku budeme *môcť dosadením za premenné znovu získať výroky množiny M a výrok W*. Takými formami výrokov (GK) - (GH) sú napríklad formy

- (F1) x je vyšší ako y,
- (F2) y je vyšší ako z,
- (F3) x je vyšší ako z.

Na miestach premenných "x", "y", "z" by sa vo formách výrokov (GK) - (GH) mohli vyskytovať ľubovoľné iné *tri* individuové premenné. Medzi množinou výrokových foriem obsahujúcou (F1) a (F2) a formou (F3) existuje vzťah, ktorý sa nápadne podobá vzťahu vyplývania medzi výrokmí. Vyznačuje sa tým, že pri každom dosadení za premenné týchto foriem, pri ktorom z (F1) a (F2) dostaneme pravdivé výroky, pravdivý bude aj výrok, ktorý získame z (F3). Inak povedané, do foriem (F1) - (F3) nemožno nikdy dosadiť tak, aby sme z foriem (F1) a (F2) dostali pravdivé výroky a z formy (F3) nepravdivý výrok. So zreteľom na túto skutočnosť môžeme povedať, že forma (F3) vyplýva z (množiny) foriem {(F1), (F2)}. Výrokové formy a dosadzovanie stáli aj v pozadí našich úvah o vyplývaní medzi výrokmí. Nahradzovanie mien vo výrokoch inými menami môžeme zameniť ich dosadzovaním do istých výrokových foriem.

Všeobecnejšie možno vyplývanie medzi výrokovými formami vymedziť takto: **výroková forma F vyplýva z množiny výrokových foriem** $\{F_1, \dots, F_n\}$ práve vtedy, keď pri žiadnom dosadení za premenné foriem F, F_1, \dots, F_n nemožno z foriem F_1, \dots, F_n získať pravdivé výroky a z formy F nepravdivý výrok. Teda z možných výsledkov získaných dosadením je pri vyplývaní formy z foriem vylúčená iba možnosť z foriem F_1, \dots, F_n získať pravdivé výroky a z formy F nepravdivý výrok. Ľahko sa možno presvedčiť o tom, že forma (F3) vyplýva z foriem (F1), (F2).

Pomocou uvedeného pojmu vyplývania formy z foriem môžeme teraz definovať vyplývanie výroku z výrokov takto: **Výrok V vyplýva z množiny výrokov** $\{V_1, \dots,$

V_n } vtedy a len vtedy, keď *existuje* taká forma F výroku V a také formy F_1, \dots, F_n výrokov V_1, \dots, V_n (v uvedenom poradí), pre ktoré platí, že F vyplýva z $\{F_1, \dots, F_n\}$.

V tomto vymedzení sa vyskytuje zvrät "*existuje* taká forma F ... a také formy F_1, \dots, F_n ", ktorý treba objasniť. Jestvuje totiž mnoho - vlastne nekonečne veľa - foriem F_1, \dots, F_n , F výrokov V_1, \dots, V_n , V spĺňajúcich podmienku (*), o ktorých nemožno povedať, že by forma F vyplývala z F_1, \dots, F_n . Napríklad formami výrokov (GK) - (GH), ktoré spĺňajú podmienku (*), nie sú len formy podobné formám (F1) - (F3), ale aj ľubovoľné tri výrokové premenné, ďalej formy obsahujúce namiesto výrazu "je vyšší ako", od ktorého závisí vyplývanie (GK) z (KH) a (GH), a navyše sa vyznačujú tým, že do nich možno dosadiť tak, že z prvých dvoch foriem dostaneme pravdivé výroky a z tretej formy nepravdivý výrok (o čom sa môže čitateľ ľahko presvedčiť sám). Postačujúcou podmienkou vyplývania (GK) z (KH) a (GH) je *existencia* foriem (F1) - (F3), ktoré túto možnosť vylučujú.

Aj s uvedenou charakteristikou vyplývania sú späté isté problémy, ale potrebám nášho výkladu dostatočne vyhovuje. Navyše nemá ani jeden zo spomenutých nedostatkov predchádzajúceho vymedzenia.

Ad 1: Sotva by sme našli také formy výrokov " $2 > 5$ ", " $3 + 2 = 5$ ", do ktorých by nebolo možné dosadiť tak, aby sme z formy prvého výroku dostali pravdivý výrok a z formy druhého výroku nepravdivý výrok. Poznamenávame, že by to mali byť formy, ktoré spĺňajú podmienku (*), teda formy, z ktorých možno dosadením získať obidva výroky.

Ad 2: Nejednoznačný zvrät "nemôže nastať situácia, v ktorej by všetky prvky M boli pravdivé a výrok W nepravdivý" môžeme teraz nahradiť jednoznačnejším výrazom "existujú také formy výrokov množiny M a výroku W spĺňajúce podmienku (*), do ktorých nemožno dosadiť tak, že z foriem výrokov množiny M dostaneme pravdivé výroky a z formy výroku W nepravdivý výrok".

Ako sme už naznačili, na isté problémy naráža aj uvedené druhé vymedzenie vyplývania výroku z výrokov. Súvisia s hľadaním a konštrukciou foriem výrokov prirodzeného jazyka, ktorý nepoužívame len v každodennom živote, ale aj v jazykoch vedných disciplín (hoci zväčša iba určitú časť). Tieto výroky sú často viacznačné a svojou gramatickou stavbou neraz prekryvajú štruktúru, ktorá je relevantná pre vzťah vyplývania. Ich formy sa zvyčajne nedajú zostrojiť čírym nahradením niektorých výrazov premennými (ako sa nám to podarilo pri konštrukcii foriem výrokov (GK) - (GH)). Konštrukcia týchto foriem sa spravidla opiera o zložitú logickú analýzu jazyka a v mnohých prípadoch vyžaduje výstavbu umelého jazyka, v ktorom možno konštruovať prehľadnejšie formy výrokov, medzi ktorými je vzťah vyplývania. Pri výstavbe tohto jazyka a foriem, ktoré sa prezentujú ako formy výrokov prirodzeného jazyka, sa od niektorých zložiek a čít jeho výrazov spravidla abstrahuje (najmä od tých, ktoré sú pre vzťah vyplývania irelevantné). Pritom sa ich pôvodná gramatická stavba často mení, ba niekedy aj deformuje. Viacznačné výrazy sa nahrádzajú jednoznačnými a neostré, vágne výrazy ostrými. Výsledkom týchto zmien sú výrokové

formy, z ktorých sa výroky prirodzeného jazyka nedajú vždy získať jednoduchým dosadením za premenné. Teda priama, nenáročná cesta nevedie ani od výrokov prirodzeného jazyka k ich formám, ani od foriem k týmto výrokom.

Logické vyplývanie sa od vyplývania líši tým, že závisí len od významu logických konštánt. Vo vymedzení logického vyplývania sa do úvahy berú iba logické formy výrokov, teda formy, v ktorých sa okrem premenných vyskytujú nanajvyš logické konštanty, prípadne len premenné. Analýzou a určením významu týchto konštánt sa zaoberá logika. Určenie významu mimologických konštánt nepatrí do kompetencie logiky. Určujú ho vedné disciplíny, v ktorých sa najviac používajú a neraz aj zavádzajú, alebo sa utvára a formuje v ich každodennom používaní. Logické vyplývanie je špeciálnym prípadom vyplývania, daného významom logických konštánt. Vzťah logického vyplývania je hlavným predmetom skúmania logiky a je najvýznamnejším prvkom jej pojmového aparátu. Vyplývanie, ktoré závisí *aj* od významu mimologických konštánt, budeme nazývať **mimologickým**. Vymedzenie logického vyplývania formy z foriem a výroku z výrokov sa od vymedzenia jeho nadradeného pojmu, vyplývania, líši iba tým, že namiesto termínu "výroková forma" sa vo vymedzení logického vyplývania vyskytuje výraz "logická výroková forma". Môžeme ho teda definovať takto:

Ak F_1, \dots, F_n , F sú logické výrokové formy, tak F **logicky vyplýva** z množiny $\{F_1, \dots, F_n\}$ práve vtedy, keď neexistuje dosadenie, pri ktorom by sme z foriem F_1, \dots, F_n mohli získať pravdivé výroky a z formy F nepravdivý výrok. Napríklad z foriem "Ak p , tak q ", "Nie je pravda, že q " logicky vyplýva forma "Nie je pravda, že p " a z formy "Niektoré S sú P " logicky vyplýva forma "Niektoré P sú S ". **Výrok V logicky vyplýva z množiny výrokov** $\{V_1, \dots, V_n\}$ vtedy a len vtedy, keď existuje taká logická forma F výroku V a logické formy F_1, \dots, F_n výrokov V_1, \dots, V_n , pre ktoré platí, že forma F logicky vyplýva z foriem F_1, \dots, F_n . Treba dodať, že v logike sa vyplývanie zvyčajne definuje pomocou pojmu ohodnotenia a splňania (alebo pojmu modelu), lenže táto definícia má abstraktnejšiu podobu, ktorej sme sa v našom výklade zámerne vyhli. Všimnime si niekoľko príkladov.

Vieme, že výrok (GH) vyplýva z výrokov (GK), (KH). Vyplýva z nich však aj logicky? Existujú také *logické formy* týchto výrokov, medzi ktorými je príslušný vzťah vyplývania? Poznamenávame, že v týchto formách sa nesmie vyskytovať výraz "je vyšší ako", pretože to nie je logická, ale mimologická konštantka. Keďže také logické formy neexistujú, výrok (GH) nevyplýva z (GK), (KH) logicky. Mohli by sme to povedať aj tak, že logika nie je kompetentná rozhodovať o jeho vyplývaní z (GK), (KH), lebo formy, ktorými je toto vyplývanie podmienené, obsahujú mimologickú konštantu "je vyšší ako" a do logických foriem týchto výrokov možno dosadiť tak, že z logických foriem výrokov (GK), (KH) získame pravdivé výroky a z formy výroku (GH) nepravdivý výrok.

Tento záver nejedného čitateľa zaskočí. Nie je azda logické, že ak platí (GK) a (KH), tak musí platiť aj (GH)? Je to logické, ale iba v širšom zmysle slova, a to vzhľadom na význam predikátu "je vyšší ako", ktorým sa logika nezaobera. Z analýzy významu tohto predikátu však vyplýva, že vzťah byť vyšší je tranzitívny, čo znamená,

že výrok "Pre každé x, y, z platí, že ak x je vyššie ako y a y je vyššie ako z , tak x je vyššie ako z " (Tranz) je pravdivý (dokonca analyticky pravdivý) a ľahko možno ukázať, že výrok (GH) logicky vyplýva z množiny $\{(GK), (KH), (\text{Tranz})\}$. Logickými formami týchto výrokov sú napríklad výrazy " $x R y$ ", " $y R z$ ", "Pre každé x, y, z platí, že ak $x R y$ a $y R z$, tak $x R z$ " a formou výroku (GH) je výraz " $x R z$ ". Namiesto formy s kvantifikátorom "pre každé" môžeme použiť aj formu bez neho. Výrok (GH) logicky vyplýva aj z množiny, v ktorej sa okrem (GK), (KH) nachádza výrok "Ak GK a KH, tak GH", ktorý je dôsledkom výroku (Tranz). Formy, ktoré potvrdzujú toto vyplývanie možno skonštruovať v jazyku výrokovej logiky: z množiny foriem $\{p, q, \text{Ak } p \text{ a } q, \text{ tak } r\}$ logicky vyplýva forma r (písmená "p", "q", "r" sú výrokové premenné).

Ako prezrádza uvedený príklad, mimologické vyplývanie s logickým úzko súvisí. Majú mnoho spoločných aj podobných vlastností. Navyše, ak výrok V vyplýva z množiny výrokov $\{V_1, \dots, V_n\}$ mimologicky, tak V logicky vyplýva z množiny, ktorú dostaneme z predchádzajúcej množiny pridaním výroku

(ML) Ak V_1 a ... a V_n , tak V .

O logickom vyplývaní V z tejto množiny svedčí fakt, že z logických foriem $\{p_1, \dots, p_n, \text{Ak } p_1 \text{ a } p_2 \text{ a } \dots \text{ a } p_n, \text{ tak } p\}$ logicky vyplýva forma p (pričom p_i je logickou formou V_i a p logickou formou V). Výrok (ML) je pravdivý (lebo konzekvent vyplýva z antecedenta), a keďže jeho pravdivosť je daná významom niektorých mimologických konštánt v ňom, (ML) je dokonca analyticky pravdivý. Význam týchto konštánt sa však určuje mimo rámca logiky a o pravdivosti (ML) rozhoduje mimologická disciplína alebo jeho používanie v prirodzenom jazyku. Logika skúma iba také vlastnosti významov týchto konštánt, ktoré možno vyjadriť v jej jazyku a ktoré prislúchajú nielen významu určitej mimologickej konstanty, ale aj významom mnohých iných konštánt tej istej kategórie. K týmto vlastnostiam patrí napríklad tranzitivnosť binárnych vzťahov, ktorá prislúcha vzťahu byť vyšší. Po explicitnom vyjadrení týchto vlastností významom mimologických konštánt v jazyku logiky spravidla možno k logickým formám F_1, \dots, F_n výrokov V_1, \dots, V_n , z ktorých vyplýva výrok V , pridať také logické formy F_{n+1}, \dots, F_{n+m} , pre ktoré platí, že z množiny $\{F_1, \dots, F_n, F_{n+1}, \dots, F_{n+m}\}$ logicky vyplýva forma F výroku V . Pridané formy by mali zachytiť tie vlastnosti mimologických konštánt výrokov V_1, \dots, V_n, V , ktoré zabezpečia prechod od mimologického vyplývania k logickému. Odpoveď na otázku, či tento prechod je možný v prípade ľubovoľného mimologického vyplývania, musíme nechať otvorenú. Závisí totiž aj od voľby logiky a ostrejšieho stanovenia hranice oddeľujúcej logické konstanty od mimologických.

Azda nebude od veci pripomenúť, že aj vo vymedzení logického vyplývania sa vylučuje iba možnosť, pri ktorej do foriem F_1, \dots, F_n, F možno dosadiť tak, že z F_1, \dots, F_n dostaneme pravdivé výroky a z formy F nepravdivý výrok. Všetky ostatné možnosti rozloženia pravdivostných hodnôt na tieto výroky sú prípustné, hoci to ešte neznamená, že všetky nastávajú v každom konkrétnom prípade (danom špecifikáciou

foriém F_1, \dots, F_n, F). Vo všeobecnosti však platí, že ak výroková forma F logicky vyplýva z foriém F_1, \dots, F_n a V, V_1, \dots, V_n sú výroky získané z týchto foriém dosadením, môže nastať aspoň jeden z týchto prípadov:

- (1) výroky V_1, \dots, V_n i výrok V sú pravdivé,
- (2) výroky V_1, \dots, V_n i výrok V sú nepravdivé,
- (3) výroky V_1, \dots, V_n sú nepravdivé a výrok V je pravdivý,
- (4) niektoré z výrokov V_1, \dots, V_n sú pravdivé, iné nepravdivé a výrok V je pravdivý,
- (5) niektoré z výrokov V_1, \dots, V_n sú pravdivé, iné nepravdivé a výrok V je nepravdivý.

Pozornosť, ktorú sme venovali odlišeniu logického vyplývania od mimologického nebola náhodná. Domnievame sa, že nielen v každodennom živote, ale aj vo vedách sa veľmi často opierame o úsudkové pravidlá, v ktorých záver vyplýva z daných premis iba mimologicky. Túto skutočnosť by sme mali v metodológii vied vziať do úvahy a pri rozvíjaní i výklade jej problematiky ju primerane uplatniť.

(*pokračovanie*)

POZNÁMKY

Ďakujem J. Viceníkovi za poskytnutie písomného materiálu k prvej časti tohto pokračovania, za pripomienky k ďalším častiam a za podnety, ktoré vzišli z našich diskusií o metodologických aspektoch uvažovania. Pravda, zodpovednosť za predložený text a omyly či chyby nesie iba autor tohto príspevku.

¹ Podrobnejší výklad o premenných a ich kategóriách čitateľ nájde v [2], 367 - 371 a o formách v [3], 198 - 204.

² Pozri [1], 257.

³ Niekedy sa dedukcia stotožňuje s usudzovaním alebo s odvodzovaním a deduktívne úsudky sa delia na správne a nesprávne podľa toho, či ich záver vyplýva alebo nevyplýva z premis. O deduktívnosti tu nerozhoduje vzťah vyplývania medzi premisami a záverom, ale *zámer usudzujúceho subjektu* odvodiť záver vyplývajúci z premis alebo jeho *presvedčenie*, že odvodený záver vyplýva z premis. Zámer subjektu sa však nemusí naplniť a jeho presvedčenie o vyplývaní môže byť klamné a vtedy jeho dedukcia je nekorektná. Táto interpretácia výrazu "dedukcia" a jeho derivátov "deduktívny", "deduktívnosť" a pod. skrýva v sebe konotácie, ktoré nie sú v určitých kontextoch vhodné, a preto od nej upúšťame (napríklad, sú matematické a logické systémy deduktívne v uvedenom psychologickom zmysle?).

LITERATÚRA

- [1] CMOREJ, P. (1994): Z logickej syntaxe a sémantiky (III). *Organon F*, I, č. 3, 251 - 259.
 [2] CMOREJ, P. (1994): Z logickej syntaxe a sémantiky (IV). *Organon F*, I, č. 4, 363 - 372.
 [3] CMOREJ, P. (1995): Z logickej syntaxe a sémantiky (VI). *Organon F*, II, č. 2, 198 - 218.