# POZORUHODNÉ LOGICKÉ SYSTÉMY (II)
# HILBERTŮV EPSILON-KALKUL A SOUČASNÉ POKUSY O JEHO VYUŽITÍ PRO ANALÝZU JAZYKA

Jaroslav PEREGRIN*

Epsilon kalkulus je logický systém, jehož historie je dlouhá; navrhl ho již mezi dvěma světovými válkami David Hilbert. Od té doby upadl bezmála do zapomnění, až byl v nedávné době oprášen některými logiky, kteří se zabývají analýzou přirozeného jazyka. Podívejme se nejprve na původní Hilbertovu verzi.

Představme si, že k jazyku standardního predikátového počtu prvního řádu přidáme následující gramatické pravidlo vytvářející termy z formulí[1]:

(1) je-li $F$ formule a $x$ proměnná, je $\varepsilon xF$ term

Přijetí tohoto pravidla bude zřejmě znamenat, že kromě standardních termů, jakými mohou být třeba **Karel**, $x$ či **otec**(**Karel**) budou moci být správně utvořenými termy například i $\varepsilon x$**Filosof**($x$) či $\varepsilon x$(**Karel** = **otec**($x$)); a tudíž správně utvořenými výroky budou i například **Filosof**($\varepsilon x$(**Karel** = **otec**($x$))) či **Karel** = $\varepsilon x$**Filosof**($x$). Představme si dále, že k standardním axiomům predikátového počtu přidáme schéma

(2) $F[T] \rightarrow F(\varepsilon xF[x])$

To v podstatě říká, že má-li nějaké individuum vlastnost vyjadřované formulí $F[x]$, má tuto vlastnost určitě i to individuum, které je označováno termem $\varepsilon xF[x]$. (V logice se někdy pro individua tohoto druhu užívá termín *scapegoat*, 'obětní beránek' - jeho smysl se stane jasným, když si představíme, že $F[x]$ vyjadřuje nějakou nezáviděníhodnou vlastnost, třeba *být zbit*. $\varepsilon xF[x]$ je pak, můžeme říci, ten nebožák, kterého zaručeně zbijí, kdykoli zbijí vůbec někoho[2].) Vzhledem k tomuto si jako 'zamýšlenou interpretaci' termu $xF[x]$ pracovně představit něco jako 'nějaký $F$': takže třeba $\varepsilon x$**Filosof**($x$) čteme jako 'nějaký filosof' a **Karel** = **otec**($\varepsilon x$**Filosof**($x$)) jako 'Karel je otcem nějakého filosofa' (dále ovšem uvidíme, že takové čtení může být i zavádějící; usnadní však prvotní orientaci).

Snadno se ukáže, že takto definovaný epsilon kalkulus (kterému se z důvodů, které vyjdou najevo za chvíli, říká *intenzionální* epsilon kalkulus) je konzervativním rozšířením standardního predikátového počtu (to znamená, že přidáním (1) a (2) se nijak nezmění logické vlastnosti toho, co už v predikátovém počtu bylo před ním). Navíc se snadno ukáže, že za předpokladu, že univerzum neobsahuje nepojmenované objekty, platí následující dvě ekvivalence:

(3) $\exists xF[x] \leftrightarrow F(\varepsilon xF[x])$
(4) $\forall xF[x] \leftrightarrow F(\varepsilon x\neg F[x])$

Že platí (3) je zřejmé: přímá implikace vyplývá přímo z (2); nepřímá je instancí pravidla existenciální instanciace. (4) se z (3) dostane dosazením $\neg F$ za $F$ a znegováním obou stran ekvivalence. Za uvedeného předpokladu se tedy nabízí možnost přijmout (3) a (4) nikoli jako teorémy, ale jako *definice* standardních kvantifikátorů.

Protože operátor vytváří termy z predikátů, dalo by se očekávat, že bude vyjadřovat funkci, přiřazující individua třídám individuí - tak by tomu bylo ovšem jenom tehdy, kdybychom měli zaručeno, že $\varepsilon xF[x]$ a $\varepsilon xG[x]$ označují totéž individuum, kdykoli $F$ a $G$ označují tutéž třídu individuí; tedy že platí

(5) $\forall z(F[z] \leftrightarrow G[z]) \rightarrow (\varepsilon xF[x] = \varepsilon xG[x])$

(5) je vlastně jakýsi požadavek 'extenzionality': zaručuje, že individuum, které je označováno $\varepsilon xF[x]$, je určeno jedině extenzí $F[x]$. A právě to, že (5) není v rámci výše definovaného epsilon-kalkulu obecně splněno, je důvodem, proč se tento kalkulus nazývá *intenzionální*. Jestliže k němu (5) přidáme jako další axiom, dostaneme *extenzionální epsilon kalkulus*.

Jakou sémantikou bychom mohli epsilon kalkulus opatřit? Intuitivně se to zdá být zřejmé: $\varepsilon xF(x)$ označuje individuum (a sice takové individuum, které patří do množiny označované predikátem $F$), takže by měl, jak už jsme řekli, reprezentovat funkci, která přiřazuje individua množinám individuí. Avšak kterou funkci? Funkcí zobrazující každou neprázdnou podmnožinu univerza na nějaký její prvek je jistě mnoho. A ukazuje se, že jediným řešením je prostě relativizace sémantiky epsilon kalkulu k volbě této funkce. To znamená, že zatímco u standardního predikátového počtu jsou výrazům přiřazovány denotáty v závislosti na interpretaci extralogických konstant a na valuaci proměnných, v případě epsilon kalkulu musíme přidat další parametr, výběrovou funkci.

Je-li tedy I interpretace extralogických konstant, V valuace proměnných a $\Phi$ výběrová funkce přiřazující každé podmnožině univerza prvek univerza (je-li neprázdná, pak *její* prvek) a označíme-li symbolem $\mathrm{V}[x|\mathrm{i}]$ tu valuaci proměnných, která je jako V s tím jediným možným rozdílem, že proměnné $x$ přiřazuje individuum i, můžeme definovat denotování termů a splňování formulí simultánní indukcí[3]:

$\|T\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}} = \mathrm{I}(T)$ pro každý konstantní term $T$
$\|x\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}} = \mathrm{V}(x)$ pro každou proměnnou $x$
$\|f(t_1 \ldots t_n)\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}} = \mathrm{I}(f)(\|t_1\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}}, \ldots, \|t_n\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}})$, pro každý funktor $f$ a termy $t_1, \ldots, t_n$
$\|\varepsilon xF\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}} = (\{\mathrm{i} : \mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}[x|\mathrm{i}] \models F\}$,
$\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V} \models P(t_1, \ldots, t_n)$, jestliže $\langle \|t_1\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}}, \ldots, \|t_n\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}} \rangle \in \mathrm{I}(P)$
$\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V} \models F_1 \wedge F_2$, jestliže $\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V} \models F_1$ a $\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V} \models F_2$
atd.

$\mathrm{I},\mathrm{s} \models F$ pak definujeme jako platné právě tehdy, když $\mathrm{I},\Phi,\mathrm{s} \models F$ pro každou výběrovou funkci $\Phi$[4].

Vezměme například term εx**Filosof**($x$). Podle definice $\|\varepsilon x\mathbf{Filosof}(x)\|_{\mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}} = \Phi(\{\mathrm{i} : \mathrm{I},\Phi,\mathrm{V}[x|\mathrm{i}] \models \mathbf{Filosof}(x)\}$; to znamená, že denotát tohoto termu je hodnotou výběrové funkce $\Phi$ aplikované na množinu těch individuí, která splňují formuli **Filosof**($x$), to jest na extenzi predikátu **Filosof**, neboli množinu všech filosofů. Podobně bude denotátem termu $\varepsilon x$(**Karel** = **otec**($x$)) 'vybraný Karlův syn' to jest to individuum, které výběrová funkce $\Phi$ přiřazuje množině všech Karlových synů. (Přitom si uvědomme, že v případě, že Karel žádné syny nemá, bude denotátem termu $\varepsilon x$(**Karel** = **otec**($x$)) individuum, které Karlovým synem *není*. Bylo by samozřejmě přirozenější, aby v tomto případě neměl tento term denotát žádný vzhledem k tomu, že epsilon kalkulus je budován jako nadstavba standardní predikátové logiky, která nedenotující termy nepřipouští, však tato možnost není k dispozici.)

Myšlenka, se kterou původně Hilbert tento kalkul navrhl, byla redukce axiomů kvantifikace na axiom výběru. To se postupně přestalo jevit jako zajímavý cíl, a espilon kalkulus tak upadl téměř v zapomnění. V poslední době však došlo k jeho pozoruhodné resuscitaci, a to v důsledku toho, že byl shledán zajímavým lidmi, kteří se zabývají analýzou přirozeného jazyka. Důvodem bylo především to, že se Hilbertův epsilon-operátor začal jevit jako perspektivní z hlediska analýzy anglického neurčitého členu.

Abychom tohle vysvětlili, vraťme se na okamžik ještě před Hilberta, k takzvanému iota(-inverzum[5])-operátoru, navrženému Bertrandem Russellem. Russell sám tento operátor zavedl jako kontextuálně definovanou zkratku[6]:

(6) $F[\iota x G[x]] \equiv_{\mathrm{Df}} \exists x(F[x] \wedge G[x] \wedge \forall y(G[y] \rightarrow (x = y)))$,

takže například výrok, analyzující Russellovu oblíbenou větu

(7) Král Francie je holohlavý,

totiž

(7') $\exists x$ (**Král-Francie**($x$) $\wedge$ **Holohlavý**($x$) $\wedge$ $\forall y$(**Král-Francie**($y$) $\rightarrow$ $(x = y)$)),

bude zapsán krátce jako

(7'') **Holohlavý**($\iota x$**Král-Francie**($x$)).

Připustíme-li však možnost termů, které neoznačují nic (to jest přejdeme-li k logice, která připouští modely s parciálními funkcemi), můžeme iota-termy přirozeným způsobem pojmout jako termy plnohodnotné. Analogicky jako v případě epsilon-termů totiž můžeme přidat syntaktické pravidlo

(8) je-li $F$ formule a $x$ proměnná, je $\iota xF$ term,

které je v tomto případě možné ošetřit sémanticky zcela přímočaře:

$\|\iota x F\|_{I,V}$ = i, je-li i jediným prvkem množiny $\{i : I, V[x|i] \models F\}$
a není definováno ve všech ostatních případech.

To znamená, že na se můžeme dívat jako na reprezentaci funkce, která přiřazuje jednoprvkové množině její jediný prvek a kterékoli jiné množině nic. Operátor $\iota$ se tak zdá být vhodnou logickou explikací anglického určitého členu: *president of the USA* [*prezident USA*] je predikátem, jehož extenzí je jednoprvková množina tvořená v současné době Billem Clintonem, a *the president of the USA* [*ten jediný prezident USA*] je jménem tohoto individua; zatímco *king of France* [*král Francie*] resp. *Olympic winner* [*olympijský vítěz*] mají za extenzi množinu prázdnou resp. více než jednoprvkovou, a *the king of France* [*ten jediný král Francie*] resp. *the Olympic winner* [*ten jediný olympijský vítěz*] jsou proto 'jména', která (momentálně) neoznačují nic[7].

Nyní se může zdát, že epsilon-operátor by mohl posloužit jako logický protipól *neurčitého* členu analogicky tomu, jako jsme právě iota-operátor užili jako protipól členu určitého. Ostatně jsme řekli, že je-li $\iota x P(x)$ intuitivně chápáno jako 'to jediné *P*', zamýšlenou interpretací $\varepsilon x P(x)$ má být 'nějaké *P*'. Je ovšem třeba si uvědomit, že tato analogie, tak jak je, pokulhává: $\varepsilon$ totiž nemá vlastní sémantiku v tom smyslu, v jakém ji má $\iota$. Operátor $\iota$ označuje *jednu určitou* (parciální) funkci z množin individuí do individuí; avšak totéž, jak jsme viděli, o $\varepsilon$ říci nelze[8].

Klaus von Heusinger (1997) se pokusil tento nedostatek odstranit tím, že 'podspecifikovanost' sémantiky prohlásil za záležitost pragmatiky. Sémanticky je podle něj dáno to, že $\varepsilon$ označuje *nějakou* výběrovou funkci přiřazující neprázdným množinám jejich prvky, a kterou konkrétně, je dáno až kontextem příslušné promluvy. Podle tohoto názoru je například fráze *a philosopher* [*nějaký filosof*] mnohoznačná, a zjednoznační se až v určitém kontextu: řeknu-li *I saw a philosopher yesterday* [*Včera jsem viděl nějakého filosofa*], omezím tím množinu 'přijatelných' výběrových funkcí na ty, které přiřazují množině filosofů toho, kterého jsem já včera viděl.

Výraz $\varepsilon x F[x]$ tedy, můžeme říci, označuje konkrétní individuum jedině tehdy, je-li specifikována jedna z mnoha možných výběrových funkcí (či je-li alespoň specifikována nějaká vhodná podmnožina takových funkcí). V rámci formální definice sémantiky epsilon-kalkulu je tato specifikace dána funkcí $\Phi$ (která se tak ovšem stává dalším parametrem sémantické interpretace); v rámci přirozeného jazyka je pak takový výběr, podle von Heusingerova návrhu, ustanovován kontextem.

Co by tedy pak bylo *významem* neurčitého členu? Je jím jedna konkrétní výběrová funkce? Jistě ne: neurčitý člen se chová tak, že je-li kontextem stanovena výběrová funkce, pak dané množině přiřadí jejího reprezentanta. Ač Heusinger sám to takto neformuluje, můžeme se na takto uchopený neurčitý člen dívat jako na denotující funkci, která dané výběrové funkci přiřadí funkci, která množině objektů přiřadí jejího reprezentanta. Je-li tedy $m$ libovolná množina univerza a $\Phi$ libovolná výběrová funkce, můžeme psát

$$(||\varepsilon||(\Phi))(m) = \Phi(m).$$

Z toho ovšem zřejmě vyplývá

$$||\varepsilon||(\Phi) = \lambda m.\Phi(m) = \Phi,$$

a tedy

$||\varepsilon|| = \lambda\Phi.\Phi$

Dospíváme tedy k závěru, že $\varepsilon$, a potažmo neurčitý člen, označuje z tohoto úhlu pohledu identické zobrazení množiny výběrových funkcí na sebe sama. (Operátor $\varepsilon$ je totiž nahlížen jako denotující, podobně jako $\iota$, výběrovou funkci, ale na rozdíl od $\iota$ ne výběrovou funkci pevně danou, nýbrž tu výběrovou funkci, která je právě 'dodávána' kontextem. Neurčitý člen tedy z tohoto pohledu nedělá nic jiného, než že 'vyzvedává' z kontextu aktuální výběrovou funkci, kterou pak aplikuje na extenzi predikátu, na nějž je aplikován. Tak například v rámci termu $\varepsilon x$**Filosof**($x$) funguje z tohoto pohledu tak, že nejprve 'převezme' z kontextu aktuální výběrovou funkci a tu pak aplikuje na extenzi predikátu **Filosof**.)

Domnívám se, že takovýto pohled má dva nedostatky. Zaprvé, skutečně jasný smysl může dát až v kontextu nějakého logického systému, v jehož rámci lze pracovat s 'kontexty' to jest až v rámci nějaké *dynamické* verze sémantiky, o jakých budeme hovořit v příštím pokračováním tohoto seriálu (viz též Peregrin, 1996). V rámci této sémantiky jsou totiž významy výroků, a potažmo jejich částí chápány jako zobrazení množiny 'kontextů' (či 'informačních stavů') na tutéž množinu - a jak uvidíme, je výběrové funkce možné vidět jako způsoby specifikace právě určitých relevantních rysů kontextů. Zadruhé, a to je podstatnější, když pak podrobněji analyzujeme to, jak se neurčitý člen fakticky chová, dojdeme k závěru, že ve skutečnosti *mění* kontext: To vyplývá z toho, že například věta *I saw the philosopher too* [*Taky jsem toho filosofa viděl*], která nedává smysl v 'prázdném kontextu', smysl dává v kontextu 'vyrobeném' třeba větou *Yesterday I saw a philosopher in a funny green jacket* [*Včera jsem viděl filosofa v legračním zeleném kabátku*]. (Tato 'dynamická' analýza pak vede také k adekvátnější analýze určitého členu, než je ta russellovská - ale o tom skutečně až příště.)

Vraťme se nyní ke klasické, neparciální verzi epsilon-kalkulu, kterou jsme uvedli na počátku tohoto pojednání. V této podobě má epsilon kalkulus jednu bizarní vlastnost, která dělá z $\varepsilon$ něco zásadně jiného, než je neurčitý člen. Protože v této verzi epsilon kalkulu nejsou připuštěny nedenotující termy, musí $\varepsilon x F[x]$ něco denotovat i tehdy, když neexistuje nic, co by splňovalo formu $F[x]$. Výrok tvaru $G[\varepsilon x F[x]]$ tedy *vždy* připisuje vlastnost nějakému individuu: tak výrok **Holohlavý** ($\varepsilon x$**Král-Francie**($x$)) připisuje i za současného stavu věcí holohlavost nějakému individuu (které ovšem samozřejmě není králem Francie).

To se zdá být přinejmenším podivné; Hartley Slater (1984) se však pokusil tuto podivnost interpretovat jako zásadní *přednost* epsilon-kalkulu. Tento rys tohoto kalkulu totiž podle něj způsobuje, že rozšířením predikátového počtu na epsilon kalkulus se dostáváme do oblasti *intenzionální* logiky (teď se ovšem myslí *intenzionalita* v tom běžném slova smyslu, v jakém je intenzionální logikou třeba TIL, ne onen formální, dříve zmiňovaný smysl).

Abychom vysvětlili, jak to Slater myslí, uvažme Fregovu oblíbenou větu

(9) Jitřenka je Večernice.

Takový výrok je podle Slatera v rámci epsilon-kalkulu analyzovatelný dvěma způsoby, totiž

(9') $\exists x$ (**Jitřenka**($x$) $\wedge$ $\forall y$ (**Jitřenka**($y$) $\rightarrow$ ($x = y$)) $\wedge$ **Večernice**($x$) $\wedge$ $\forall y$ (**Večernice**($y$) $\rightarrow$ ($x = y$))),

což bychom mohli pomocí Russellovy definice (6) zapsat jako

$\iota x$**Jitřenka**($x$) = $\iota x$**Večernice**($x$),

a vedle toho jako

(9'') $\varepsilon x$(**Jitřenka**($x$) $\wedge$ $\forall y$ (**Jitřenka**($y$) $\rightarrow$ ($x = y$)) = $\varepsilon x$(**Večernice**($x$) $\wedge$ $\forall y$ (**Večernice**($y$) $\rightarrow$ ($x = y$)))

(9') a (9'') přitom nejsou ekvivalentní: zatímco první z nich je pravdivý jenom kontingentně, ten druhý je identitou a jako takový nemůže být v rámci klasické logiky kontingentní, konkrétně vzhledem k tomu, že je aktuálně pravdivý, musí být pravdivý nutně. Podle Slatera tak epsilon-kalkulus dovede vyjádřit jak extenzionální, tak intenzionální úroveň sémantické analýzy identity: (9') podle něj konstatuje (kontingentní) identitu extenzí, zatímco (9'') vyjadřuje nutnou ekvivalenci intenzí.

Jiným dokladem intenzionality epsilon-kalkulu je podle Slatera fakt, že v něm můžeme hovořit o neexistujících objektech. Vezměme větu

(10) Fajst se domnívá, že potkal ducha,

převedeno do jazyka extenzionální logiky[9]

(10') **Domnívá-se**(**Fajst**, $\exists x$(**Duch**($x$) $\wedge$ **Potkal**(**Fajst**, $x$))).

Protože v epsilon-kalkulu má každý term zaručeně denotát, mají denotát i následující termy:

(11) $\varepsilon x$**Potkal**(**Fajst**, $x$)

(12) $\varepsilon x$(**Duch**($x$) $\wedge$ **Potkal**(**Fajst**, $x$)),

(13) $\varepsilon x$**Domnívá-se**(**Fajst**, (**Duch**($x$) $\wedge$ **Potkal**(**Fajst**, $x$))),

To podle Slatera znamená, že nám epsilon kalkulus dovoluje mluvit i o neexistujících, 'intenzionálních' objektech třeba o 'duchovi, kterého potkal Fajst' či o 'tom, o čem se pan Fajst domnívá, že je to duch, kterého potkal'.

Všimněme si některých dalších pozoruhodných rysů takových logických analýz. Výrok

(14) $\neg$**Duch**($\varepsilon x$(**Duch**($x$) $\wedge$ **Potkal**(**Fajst**, $x$)))

ba dokonce ani výrok

(15) $\neg$**Duch**($\varepsilon x$(**Duch**($x$)))

*není* kontradiktorický. (Všimněme si, že kdybychom se drželi našeho čtení $\varepsilon xF[x]$ jako 'nějaký $F$', museli bychom (15) číst jako 'nějaký duch není duch' a vzhledem k tomu, že (15) není kontradikce, bychom museli připustit, že 'nějaký duch nemusí být duch'.) Jestliže totiž duchové neexistují, je (15) podle (4) pravdivá. Kontradiktorická tedy není ani formule

(16) $\varepsilon x$**Potkal(Fajst,** $x$) = **Kus-hořícího-karbidu**

Předpokládejme, že je (16) pravda. Protože z (10') můžeme zřejmě odvodit

(17) **Domnívá-se(Fajst, Duch(**$\varepsilon x$(**Duch**($x$) $\wedge$ **Potkal(Fajst,** $x$))))

a z toho pak dále

(18) **Domnívá-se(Fajst, Duch(**$\varepsilon x$(**Potkal(Fajst,** $x$)))).

dostáváme jako důsledek (10') a (16)

(19) **Domnívá-se(Fajst, Duch(Kus-hořícího-karbidu)).**

Toto zjevně není nic jiného, než výsledek neopodstatněného nahrazování koextenzionálních termínů v neextenzionálním kontextu. Podle Slatera pak ovšem v rámci epsilon-kalkulu tou 'správnou' identitou, kterou použít lze, je nikoli (16), ale (20):

(20) $\varepsilon x$**Domnívá-se(Fajst, (Duch(**$x$) $\wedge$ **Potkal(Fajst,** $x$))) =
**Kus-hořícího-karbidu.**

S *její* pomocí totiž (19) neodvodíme.

Mně osobně se zdá, že klíčem k pochopení skutečného dosahu Slaterovy ekvilibristiky je pochopení faktu, že epsilon-termy jsou sémanticky zcela absurdní. Představme si, že bych definoval term **Bimbo**, který by v sudé dny denotoval slona Bimba, zatímco v liché dny třeba nějakou žábu; a pak bych z faktu, že výrok **zelený(Bimbo)** denně mění pravdivostní hodnotu, vyvozoval, že je Bimbo vlastně chameleon. Podobně je to s epsilon termy: $\varepsilon xF[x]$ 'normálně' denotuje 'nějakého $F$'; avšak za specifických okolností (když žádný $F$ neexistuje) denotuje i něco jiného, a to vyvolává iluzi, jako by $F$ někdy nemusel být $F$. Faktem ovšem zůstává, že v podstatě není možné najít renomovaný časopis z oboru filosofické logiky, který by výše uvedené Slaterovy výsledky nebyl otiskl.

POZNÁMKY

[*] Práce na tomto textu byla podpořena grantem GA AV ČR číslo 401/99/0619.

[1] I v tomto pokračování používám stejné notační konvence jako v předchozí části: to znamená, že symboly s fixovanou interpretací píši tučně, zatímco symboly, jejichž intepretace fixována není, uvádím kurzivou; dále $P(x)$ znamená predikát $P$ aplikovaný na proměnnou $x$, zatímco $F[x]$ znamená formuli $F$ obsahující proměnnou $x$; a následuje-li v jedné větě po symbolu $F[x]$ symbol $F[y]$, označuje ten druhý variantu výroku $F$ obsahující $y$ tam, kde $F$ obsahuje $x$.

[2] Samozřejmě že tento vtip je založen na zavádějící představě, že příslušný term má nějakou pevnou interpretaci napříč modely.

[3] Zde je notační konvence taková, že $||T||_{I,\Phi,V}$ označuje denotát termu $T$ vzhledem k interpretaci I, výběrové funkci $\Phi$ a valuaci V; zatímco zápis I, $\Phi$,V $\models F$ říká, že formule $F$ je splňována (či že je pravdivá vzhledem k) I, $\Phi$ a V.

[4] Podrobný rozbor logických vlastností epsilon kalkulu podává Meyer Viol (1995).

[5] Russell původně používal řecké písmeno iota obrácené vzhůru nohama. Vzhledem k tomu, že taková věc je pro sazeče noční můrou, setkáváme se dnes již běžně s používáním o-byčejného, nepřevráceného iota.

[6] Viz Russell a Whitehead (1910, §14).

[7] Viz též Cmorej (1995)

[8] Viz též Peregrin (2000).

[9] Tady jsme už ovšem za hranicí logiky prvního řádu uvažujeme totiž predikát, který má za argument výrok.

LITERATURA

[1] CMOREJ, P. (1995): Z logickej syntaxe a sémantiky VII. **ORGANON F** 2, 306-318.

[2] HILBERT, D. a BERNAYS, P. (1934; 1939): **Grundlagen der Mathematik**. Springer, Berlin.

[3] MEYER-VIOL, W.P.M. (1995): **Instantial Logic** (dissertation). ILLC, Amsterdam.

[4] PEREGRIN, J. (1996): Dynamická sémantika. **ORGANON F** 4, 333-348.

[5] PEREGRIN, J. (2000): Reference and Inference: the Case of Anaphora. In: **Reference and Anaphoric Relations** (ed. K. von Heusinger a U. Egli). Kluwer, Dordrecht, 269-286.

[6] RUSSELL, B. - WHITEHEAD, A.N. (1910): **Principia Mathematica I**. Cambridge University Press, Cambridge.

[7] SLATER, B.H. (1994): **Intensional Logic**. Gower, Aldershot.

[8] VON HEUSINGER, K. (1997): **Salienz und Referenz**. Akademie, Berlin.