

## PROLEGOMENA K FORMÁLNEJ EPISTEMOLÓGII

Ladislav KVASZ

### PROLEGOMENA TO FORMAL EPISTEMOLOGY

The aim of this paper is a philosophical generalisation of the results, which we obtained through the analysis of the development of synthetic geometry. In our papers *Náčrt analytickej teórie subjektu* (An Outline of the Analytical theory of the Subject, Kvasz 1996a) and *Topológia versus teória množín* (Topology versus Set Theory, Kvasz 1997) we proposed a method of analysis of the development of geometry based on Wittgenstein's Picture theory of meaning from the *Tractatus*. It turned out, that the concept of the form of language can be effectively used to characterise the changes, which occurred in the course of development of geometry. In the present paper we would like to generalize our approach and outline a universal approach to epistemology, which we call formal epistemology.

Predkladaná stať si kladie za cieľ pokúsiť sa o filozofické zovšeobecnenie výsledkov, ku ktorým sme dospeli analýzou histórie syntetickej geometrie. V statiach *Náčrt analytickej teórie subjektu* (Kvasz 1996a) a *Topológia versus teória množín* (Kvasz 1997) sme predložili novú metódu analýzy vývinu geometrie, ktorá sa zakladá na Wittgensteinovej obrazovej metafore jazyka z *Traktátu* (Wittgenstein 1921). Na rozdiel od Wittgensteina, ktorý chápal obrazovú metaforu v zmysle "jazyk je obrazom skutočnosti", základnou ideou nášho prístupu je použiť obrazovú metaforu v zmysle "(geometrické) obrázky tvoria jazyk". Systematicky sme analyzovali obrázky, obsiahnuté v kľúčových textoch z dejín syntetickej geometrie v línii Dürer, Desargues, Lobačevskij, Beltrami, Cayley a Klein (Kvasz 1996a) a ďalej v línii Riemann, Poincaré, Cantor a Zermelo (Kvasz 1997). Ukázalo sa, že Wittgensteinov pojem formy jazyka, ktorý je kľúčový pre celú obrazovú metaforu, sa dá účinne použiť pri opise vývinu geometrie a umožňuje jasne charakterizovať desať vývinových štádií jazyka geometrie od Dürera až po Zermela. Takto sa pojem formy jazyka, ktorý mal u Wittgensteina viac-menej metaforický obsah a zahŕňal aspekty ako hranica jazyka alebo subjekt, stáva jasne artikulovateľným a prakticky použiteľným nástrojom epistemologickej analýzy.

Pri charakterizácii formy jazyka je účelné odlišiť šesť aspektov formy jazyka (Kvasz 1996b):

**a) spôsob referencie:** Každý jazyk nejakým spôsobom odkazuje k objektom, na opis ktorých slúži. Pritom toto odkazovanie sa stáva čoraz zložitejším a nepriamejším. Napríklad neeuclidovská geometria síce nejakým spôsobom reprezentuje svoje objekty - neeuclidovské trojuholníky, kružnice, či rovnobežky, ale nemôže to robiť tak priamo, ako to robí geometria euklidovská, lebo v našom svete, aspoň pokiaľ prijmeme, že je euklidovský, žiadne neeuclidovské trojuholníky, kružnice, či rovnobežky, neexistujú.

**b) Spôsob interpretácie:** Paralelne s tým, ako sa referencia jazyka stáva neustále zložitejšou a nepriamejšou, mení sa spôsob, akým sa výrazom jazyka priradzuje zmysel. Ako ilustráciu možno vziať napríklad perspektívu, keď v dvoch zjavne sa zbiehajúcich čiarach obrazu máme zahliadnuť dve rovnobežné strany povaly. Samozrejme to, na čo sa pozeráme, žiadne rovnobežky nie sú. Ale na to, aby sme porozumeli obrazu, aby sme v ňom uvideli to, čo uvidieť máme, jeho zmysel, musíme na túto hru pristúpiť. Musíme zaujať interpretačný odstup a na otázku, čo vidíme, musíme odpovedať, že rovnobežky, i keď tam, prísne vzaté, žiadne rovnobežky nakreslené nie sú.

**c) Hranica jazyka:** To, čo bolo v renesančnom maliarstve horizontom, sa v projektívnej geometrii mení na úbežnicu, aby sa z nej u Lobačevského stala hranica priemetu neeuclidovskej roviny na hraničnú plochu, ktorá sa u Beltramiho stane hranicou modelu neeuclidovskej roviny na rovine euklidovskej. Cayley z tejto kružnice spraví absolútu, aby ju nakoniec Klein zmenil v invariant príslušnej grupy transformácií. Napriek týmto zásadným zmenám si však príslušný objekt zachováva svoju základnú funkciu, o ktorej hovorí Wittgenstein - je hranicou sveta, zobrazeného jazykom.

**d) Epistemický subjekt:** Ako hovorí Wittgenstein, hranica sveta je úzko spojená so subjektom. Subjektom rozumieme výraz jazyka, ktorý nedenotuje nejaký predmet, ale ktorý zakladá synonymitu jazyka. V každom jazyku existujú synonymné výrazy, výrazy, ktoré reprezentujú ten istý stav vecí len z iného hľadiska. Ale v každom jazyku existuje aj spôsob, ako sa dá táto synonymita čisto analyticky rozpoznať. Tak v projektívnej geometrii sú dva obrazy synonymné (geometri tomu hovoria projektívne ekvivalentné) ak jeden možno získať z druhého zložením niekoľkých stredových premietaní. Takto stred premietania reprezentuje subjekt príslušného jazyka. Zastupuje oko diváka, ktorému sa otvára synonymita.

**e) Pozadie jazyka:** Euklidovská geometria predstavovala svoje objekty akoby voľne sa vznášajúce v prázdne. Od renesancie k spôsobu, ako geometria reprezentuje svoje objekty, patrí aj pozadie - rovina alebo priestor, v ktorom sa tieto objekty nachádzajú. Pritom v linii Desargues, Lobačevskij, Beltrami, Cayley a Klein sa zásadným spôsobom mení pozadie, na ktorom sú

objekty reprezentované. Najkrajší je snád' prípad Cayleyho, ktorého prínos spočíva v tom, že zmenil pozadie v Beltramiho modeli. Namiesto toho, aby zobral za pozadie pre svoj model euklidovskú rovinu, navrhol Cayley vziať rovinu projektívnu. Neurobil nič iné, nezmenil ani čiarku na Beltramiho modeli, a predsa táto zmena pozadia, umožnil zásadným spôsobom prehĺbiť naše chápanie geometrie.

**f) Ideálne objekty jazyka:** Jazyk nielen zobrazuje svet, ale je schopný prekročiť hranicu sveta a zobrazíť objekty, ktoré sú za touto hranicou. Táto veta môže znieť na prvé počutie trocha paradoxálne, najmä keď ju dáme do súvisu s Wittgensteinom. A práve v tomto bode sa s Wittgensteinom rozchádzame. Tým, že pripúšťame vývin formy jazyka, je možné, aby jazyk v štádiu ( $n+1$ ) prekročil hranice, ktoré mal v štádiu ( $n$ ). A skutočne, Desargues obohacuje jazyk geometrie o nekonečne vzdialené body, ktoré v predošlom štádiu tvorili hranicu jazyka (horizont), a tak do jazyka nepatrili.

V priebehu našej historickej analýzy sa ukázalo, že pojem formy jazyka, ktorý Wittgenstein zaviedol vo svojom traktáte, umožňuje jasne a presne opísať vývin geometrie, a to bez toho, aby sme sa museli utiekať ku psychológii alebo sociológii, či upadať do dialektických protirečení. Domnievame sa, že interpretačná sila našej metódy bola tým dostatočne preukázaná a tak je možné pristúpiť k jej konfrontácii s existujúcimi koncepciami geometrie. Chceme ukázať, že v rôznych filozofických koncepciách geometrie ostávajú určité epistemologické problémy neriešené a tak náš prístup vhodne dopĺňa už existujúce teórie geometrie práve o epistemologický aspekt. Porovnanie našej koncepcie s Hilbertovou axiomaticko-deduktívnou koncepciou geometrie, s Lakatosovou koncepciou geometrie ako kvázi-empirickej disciplíny a Piagetovou psycho-genetickou koncepciou geometrie umožňuje zaradiť našu teóriu na rozmedzie týchto troch koncepcií. Keď upozorníme na rozdiely, ktoré odlišujú naše pojmá geometrie od spomenutých troch koncepcií, pomôže to vymedziť priestor, v ktorom sa naše analýzy pohybujú.

V záverečnej časti state sa pokúšame z uvedeného porovnania vyvodíť všeobecnejšie filozofické dôsledky, vedúce k načrtu **formálnej epistemológie** ako paralely k formálnej logike. Formálnu epistemológiu chápeme ako epistemológiu zameranú na analýzu formy jazyka príslušnej vedeckej disciplíny. Podobne ako formálna logika skúma logickú formu teórie a zameriava sa na analýzu vzťahov vyplývajúceho medzi súbormi jej tvrdení, cieľom formálnej epistemológie je skúmať formu jazyka teórie a zameriavať sa na analýzu vzťahov reprezentovania medzi súbormi tvrdení teórie a predmetom jej skúmania.

## 1. Hilbertove Základy geometrie

Hilbertove *Základy geometrie* vyšli v roku 1899 a predstavujú jeden z prvých príkladov modernej axiomatickej teórie. Hilbert systematicky kladie otázky bezospornosti a nezávislosti axióm a pomocou modelov bezospornosť a nezávislosť svojho axiomatického systému aj úspešne demonštruje. Hilbertove *Základy geometrie* vyšli v mnohých vydaniach a stali sa vzorom pre axiomatizáciu iných matematických teórií. O význame a prínose tohto diela preto nemôže byť pochyb. Cieľom našich poznámok na okraj Hilbertovho po-jatia geometrie nie je kritika jeho pozícií. Chceme skôr upozorniť na to, že cenou za logickú jasnosť a presnosť, ktoré jeho prístup priniesol, sú ťažkosti epistemologického charakteru, ťažkosti s interpretáciou a porozumením.

V rámci našej rekonštrukcie vývinu geometrie sa ukázal zásadný rozdiel medzi logickou a epistemologickou štruktúrou jazyka geometrie. Logická štruktúra jazyka sa v priebehu opísaného vývinu nemení. Lobačevskij, Beltrami, Cayley, či Klein, čo sú hlavné postavy vývinu modernej syntetickej geometrie, nepriniesli z hľadiska logiky žiadne významnejšie inovácie. Pri čítaní ich diela nemusíme opustiť rámec klasickej dvojhodnotovej logiky. Naproti tomu, z hľadiska epistemologického, každý z uvedených matematikov prináša zásadnú zmenu formy jazyka. Menia spôsob referencie, charakter horizontu, typ epistemického subjektu, povahu pozadia, ako aj povahu synonymity jazyka. Preto, keď chceme čítať ich diela, musíme zakaždým tieto zmeny formy jazyka pochopiť a prijať. Len tak sme schopní v euklidovskom obrázku zahliadnuť neeuklidovský trojuholník, ako to po nás chce Lobačevskij, len tak dokážeme za euklidovskou rovinou zahliadnuť rovinu projektívnu, ako to vyžaduje Cayley. Teda, kým v rovine logickej nedochádza k väčším zmenám, v rovine epistemologickej sa všetko zásadne mení.

Keď sa z tohto hľadiska pozrieme na Hilbertove *Základy geometrie*, vidíme, že aj keď z logického hľadiska je dielo jasné a transparentné, z epistemologického hľadiska zakrýva množstvo zlomov. To, že Frege "nepochopil" Hilberta nie je vec náhodná. Porozumenie je epistemologická, a nie logická kategória. Hilbertove *Základy geometrie* sú totiž založené na vnútor-nom lingvistickom subjekte (pozri Kvasz 1997, s. 13). Presne to spôsobuje Fregemu problémy, ako vidno z jeho otázky "*Ako mám pomocou Vašich definícií rozhodnúť otázku, či sú moje vreckové hodinky bodom?*". (pozri Frege 1980, 17). U Hilberta jazyk preberá úlohu konštituovať predmet geometrie, kým Frege považuje predmet geometrie za konštituovaný geometrickým názorom. Teda, pri tomto nedorozumení, ide o komunikáciu cez epistemologický zlom. Hilbert a Frege pracujú s jazykom geometrie založenom na inej forme, na odlišnom epistemickom subjekte. Preto si nemôžu rozumieť.

Keď si uvedomíme, že vnútorný lingvistický subjekt prislúcha až k desiatej z opísaných etáp vo vývine formy jazyka geometrie (Dürer, Desargues, Lobačevskij, Beltrami, Cayley, Klein, Riemann, Poincaré, Cantor a Zermelo), a že každá vyššia forma je vybudovaná na základe predošlej, a to tak, že predošlú formu v sebe zahŕňa, vidíme, že to, čo z logického hľadiska vyzerá ako jasné a priamočiare vybudovanie geometrie, skrýva v sebe z epistemologického hľadiska veľké množstvo zlomov. Desarguovo nahradenie objektu jeho obrazom, Lobačevského interpretatívny odstup, Beltramiho nalepenie obrazu na vzor, Cayleyho sémantické vyprázdnenie roviny, Kleinove nahradenie modelu jeho generatívnou grupou, Riemannovo vyslobodenie objektov zo zajatia priestoru, Poincarého zabudovanie konštitutívnych aktov do jazyka pomocou grúp homotopii a homológií, a nakoniec Cantorovo otvorenie cesty k uchopeniu konštitutívnych aktov ako lingvistickej aktivity - to všetko sú zlomy v spôsobe referencie, na ktorých Hilbert buduje, a ktoré účinne používa. Analogické zlomy existujú aj v ostatných piatich zložkách formy jazyka. Zdá sa preto oprávnené tvrdenie, že **logická jednoduchosť a jasnosť narastá na úkor epistemologickej komplexnosti**. Jazyk geometrie sa z logického hľadiska stáva transparentnejším, ale jeho porozumenie vyžaduje o to zložitejšie (implicitné) epistemologické úkony.

Aj keď prednášanie geometrie in hilbertovskom duchu môže byť užitočné pre získanie určitých logických návykov, z hľadiska samotnej geometrie prináša nebezpečenstvo. Spôsobuje totiž znečitlivenie voči epistemologickej štruktúre jazyka, ktorá dokrešľuje jeho logickú stavbu. Ale práve epistemologická štruktúra jazyka je nositeľom heuristik a intuície. Preto jej vyprázdnenie umŕtvuje kreativitu a z matematiky robí strnulú zbierku axiém, definícií a dôkazov (t.j. redukuje ju na jej logickú kostru). To samozrejme nie je chybou Hilberta a nie je možné mu to vyčítať. Hilbert sledoval vo svojej knihe logické a nie didaktické ciele. Preto nie je jeho chybou, keď matematici začali jeho *Základy geometrie* používať ako učebnicu.

Naša analýza jasne poukazuje na nevhodnosť axiomatického prístupu vo vyučovaní geometrie. Tento prístup, založený na explicitnej lingvistickej forme jazyka, zastiera predošlé formy jazyka, na ktorých buduje a tak neumožňuje geometrii porozumieť. Namiesto postupnosti krokov, vedúcich od perspektivistickej formy, na ktorej sú založené intuície poslucháčov, k lingvistickej forme, v rámci ktorej je vybudovaná moderná matematika, sa predkladá jediný skok, ktorý väčšina poslucháčov matematiky nie je v stave prekonať. Teda, aj keď sa naučia axiómy geometrie a zvládnu základné dôkazy, interpretatívna, integratívna a konštitutívna funkcia jazyka im ostane skrytá.

Ukazuje sa, že náš spôsob rekonštrukcie geometrie je v istom zmysle komplementárny k axiomaticko-deduktívnej metóde. Ide o to, že jasnosť a priehľadnosť logickej stavby teórie sa dosahuje na úkor zastrenia a zneprehľadnenia jej epistemologickej štruktúry. Pre porozumenie matematiky sú však podľa nášho názoru potrebné obe.

## 2. Lakatosove *Proofs and refutations*

Rekonštrukciu vývinu geometrie môžeme použiť na vysvetlenie jedného zvláštneho aspektu Lakatosovej knihy *Proofs and Refutations*. Práca vyšla najprv časopisecky v *British Journal for the Philosophy of Science* (v rokoch 1963-64) a dva roky po Lakatosovej smrti bola vydaná aj knižne (roku 1976). Obsah knihy tvorí racionálna rekonštrukcia histórie Eulerovej vety o mnohostenoch. Táto veta hovorí, že ak má mnohosten  $S$  stien,  $H$  hrán a  $V$  vrcholov, tak  $S - H + V$  sa vždy rovná 2. História tejto vety je veľmi zaujímavá. Bolo predložených množstvo jej dôkazov, protipríkladov k jednotlivým dôkazom, bolo navrhnutých niekoľko jej zovšeobecnení, až nakoniec vývin zastal na Poincarého dôkaze, založenom na ideách kombinatorickej topológie. Lakatos rekonštruje históriu tejto vety vo forme diskusie v triede medzi učiteľom a žiakmi. Nie je to však obyčajná trieda. Stretli sa v nej malý Euler, s malým Cauchym, Legendrom, Lhuilierom, Abelom, Poincarém a mnohými ďalšími matematikmi, ktorí sa zaoberali Eulerovou vetou. Je vzrušujúce predstaviť si, ako by vyzerala diskusia medzi matematikmi, ktorí pracovali na tom istom probléme v rôznych dobách, alebo v rôznych končinách sveta, a preto sa nemohli stretnúť. Ako by reagoval Cauchy, keby sa stretol s Lhuilierom, od ktorého pochádza prvý protipríklad proti Cauchyho dôkazu Eulerovej vety? Lakatosovi sa podarilo vytvoriť skutočne napínavý a zaujímavý text.

Odhliadnuc od dodatkov, kniha pozostáva z dvoch častí. V prvej, geometrickej časti Lakatos uvádza podrobnú analýzu stratégií, používaných matematikmi v prípade, keď sa pri rozpracovávaní teórie objavia protipríklady. Sú to Lakatosove slávne *monster-barring* (matematici zamietnu protipríklad ako monštrum, ktoré jednoducho do matematiky nepatrí, a teóriu ďalej rozvíjajú, ako by sa nič nebolo stalo), *exception-barring* (matematici síce uznávajú, že protipríklad je legitímny, ale je to len výnimka, ktorú treba vylúčiť z oboru objektov, o ktorých pojednáva teória) a *lemma-incorporation* (tu už matematici zoberú protipríklad vážne, a usilujú sa predovšetkým pochopiť, čo sa za ním skrýva, teda snažia sa nájsť lemu, ktorú použili pri budovaní teórie bez toho, aby si toho boli vedomí). Niet pochýb, že tieto stratégie matematici naozaj uplatňujú, a tak ich filozofická rekonštrukcia predstavuje

prínos k porozumeniu matematiky. Druhá, topologická časť knihy, obsahujúca Poincarého dôkaz, už nie je tak detailne rozpracovaná. Možno však predpokladať, že keby Lakatos žil dlhšie, pravdepodobne by rozohral svoju paletu heuristických stratégií aj na tomto materiáli. Čo je na knihe nepochopiteľné, je však absencia čo i len náznaku prepojenia jej spomenutých dvoch častí. Lakatos, ktorý sám neustále zdôrazňoval nutnosť rekonštrukcie súvislostí, v ktorých sa nové pojmy zrodili, zrazu, ako by nič, vytiahne na nás celý arzenál kombinatorickej topológie a tvári sa, že je všetko v poriadku.

Naša rekonštrukcia vývinu geometrie umožňuje vysvetliť tento divný aspekt Lakatosovej knihy. Totiž prechod od geometrie ku kombinatorickej topológii je **zmenou formy jazyka**. Táto zmena sa však neudiala primárne v teórii mnohostenov (t.j. problematike, ktorej genézu Lakatos sleduje), ale v teórii funkcií komplexnej premennej. Ako Riemann tak aj Poincaré boli ku svojim zásadným zásahom do formy jazyka vedení problémami komplexnej analýzy. Poincaré už len dodatočne zúročuje konceptuálny pokrok, ktorý v tejto oblasti dosiahol a predvádza silu nového jazyka aj v teórii mnohostenov. Zmena formy jazyka a ešte k tomu taká, ktorá mala svoj pôvod mimo sledovanej oblasti, je zlom, pri rekonštrukcii ktorého bol Lakatos pravdepodobne bezradný. Jeho interpretačné nástroje ako *monster-barring* či *lemma-incorporation* tu na plnej čiare zlyhávajú, lebo tu sa mení celá konceptuálna stavba geometrie a nielen rozsah platnosti nejakej vety. Takže to, čo sa spočiatku javilo ako malé opomenutie, vrhá svetlo na hranice použiteľnosti Lakatosovej metódy *proofs and refutations*. Lakatosova metóda rekonštrukcie je použiteľná iba v prípade nemennej formy jazyka (podrobnejšie pozri Kvasz 1999).

Po tom, čo sme uviedli už neprekvapuje, že Lakatos dezinterpretuje epistemologický základ Poincarého dôkazu, ktorý prezentuje ako preklad (ako preklad domnienky do jazyka vektorovej algebry). Ale zásadné epistemologické otázky, prečo práve do jazyka **vektorovej algebry** (odkiaľ sa zrazu v teórii mnohostenov nabrala?), a prečo do vektorovej algebry **modulo 2** (prečo nie modulo 7?) necháva nezodpovedané. Z epistemologickej rekonštrukcie Erlangenského programu (Kvasz 1996a, 633-637) už vieme, že tu pravdepodobne nepôjde o preklad. Rovnako ako Klein nepreniesol pojem grupy z algebry do geometrie, ale iba spravil explicitnou štruktúru, ktorá odjakživa tvorí fundament pojmu priestoru - menovite grupu kompenzačných transformácií, tak ani Poincaré neurobil žiaden preklad, ale opäť iba explicitne sformuloval štruktúru konštitutívnych aktov, ktoré tvoria základ, na ktorom operuje Kleinova grupa. A to, že ide o štruktúry s aritmetikou modulo 2

len dokazuje, že máme do činenia s konštitutívnymi aktmi. Aritmetika modulu 2 totiž zachytáva paritu týchto aktov. Parita znamená, že príslušný reťazec sa "uzavrie" a dá vzniknúť objektu.

Takto našu rekonštrukciu vývinu geometrie založenú na pojme formy jazyka možno považovať za doplnenie Lakatosových rekonštrukcií z jeho *Proofs and Refutations*. Kým pojmy *monster-barring*, *exception-barring* a *lemma-incorporation* umožňujú opísať stratégie používané matematikmi na úrovni viet a dôkazov, teda v prípadoch keď je forma jazyka nemenná, pojmy ako *horizont*, *epistemický subjekt*, *pozadie*,... umožňujú opísať zmeny týkajúce sa jazyka ako celku.

### 3. Piagetove *Psychogenesis and the History of Science*

Piaget v knihe *Psychogenesis and the History of Science* ponúka odpoveď na otázky, ktoré Lakatos necháva nezodpovedané. Teória intrafiguratívneho, interfiguratívneho a transfiguratívneho myslenia odhaľuje zaujímavé súvislosti medzi jednotlivými etapami vo vývine geometrie - súvislosti, ktoré Lakatosova teória neumožňuje vysvetliť. Piagetova teória je podopretá empirickým výskumom detského myslenia, ktorý ukazuje, že analogické etapy, ako sa vyskytli v dejinách matematiky, možno nájsť aj vo vývine myslenia detí. Piagetova teória preto dáva nádej na pochopenie vzájomného vzťahu jednotlivých etáp vo vývine geometrie. Pri podrobnejšej konfrontácii Piagetovej teórie s historickým materiálom sa ale vynárajú nejasnosti. Jednak Piaget ignoruje niektoré vývinové štádiá (napríklad neeuklidovskú geometriu), ktoré z historického hľadiska neboli o nič menej dôležité, ako etapy, ktoré uvádza (Kleinov Erlangenský program). Okrem toho Piaget predkladá dejiny geometrie ako niečo uzavreté. Po dosiahnutí transfiguratívneho štádia sa už nemá čo vyvíjať.

Naša rekonštrukcia umožňuje prekonať obe tieto obmedzenia. V jej rámci dostáva neeuklidovská geometria miesto rovnocenné s ostatnými štádiami, a vývin geometrie nie je po zvnútornení integratívneho subjektu nijako ukončený. To znamená, že dva spomenuté nedostatky Piagetovej koncepcie nemajú vecný pôvod. Vývin geometrie, tak ako sa historicky odohral, nás v žiadnom prípade neoprávňuje vynechať Lobačevského, ani prehlásiť Kleina za vrcholné štádium vo vývine geometrie. Preto si treba položiť otázku, prečo sa Piaget spomenutých skreslení dopustil. Odpoveď na túto otázku nie je ťažké nájsť. Tri Piagetove etapy (Intra, Inter a Trans) totiž silne pripomínajú Heglovskú dialektickú trojicu (Téza, Antitéza a Syntéza). Preto nepresnosti Piagetovej teórie majú svoj pôvod nie v samotnom historickom



materiáli, ale v dialektickej konceptuálnej schéme, pomocou ktorej tento materiál analyzuje.

Sme presvedčení, že uvedené obmedzenia Piagetovej koncepcie nie sú zviazané so základnými princípmi jeho metódy, ale majú svoj pôvod v dialektickej terminológii, v ktorej svoju metódu reflektuje. Prechod od dialektickej terminológie Intra, Inter a Trans k terminológii založenej na pojme formy jazyka umožňuje oslobodiť Piagetovu teóriu od vyššie spomenutých obmedzení. Možno ho preto chápať ako podnet pre ďalší rozvoj Piagetovho projektu genetickej epistemológie. Samozrejme, je vecou stúpcov Piagetovej koncepcie, či budú ochotní vzdať sa dialektiky. Domnievame sa, že možnosť pracovať s počtom štádií väčším ako tri, ktorá sa tým otvára, za to stojí. Ved' nutnosť vtiesnať vývin každej teórie do trojetapovej dialektickej schémy museli pociťovať aj Piagetovi stúpenci ako obmedzujúci.

Prejdime teraz k Piagetovej téze, podľa ktorej ontogenéza opakuje historický vývin geometrie v obrátenom poradí. Podľa Piageta si deti napred osvojujú topologické invarianty a až potom invarianty metrické, kým historicky bola najprv sformulovaná metrická (euklidovská) geometria a až podstatne neskôr topológia. Piagetova téza je oslabená skutočnosťou, že vo svojej rekonštrukcii historického vývinu geometrie topológiu neuvádza. To znamená, že sa pokúša o paralelu medzi výsledkami psychologických výskumov a historického materiálu, ktorý neanalyzoval. Pokiaľ materiál nepodrobíme epistemologickej rekonštrukcii, je riskantné robiť o ňom tak radikálne prehlásenia. Piagetova téza pripomína Lakatosovo tvrdenie, že Poincarého dôkaz Eulerovej vety je prekladom do vektorovej algebry modulo 2. Na prvý pohľad sa detské kresby javia ako topologické, rovnako ako sa na prvý pohľad Poincarého dôkaz javí ako preklad. Ale bohužiaľ sa tak len javia. Naša rekonštrukcia vývinu geometrie robí Piagetovu tézu nepravdepodobnou. Keď si uvedomíme nesmierne komplexnú epistemologickú štruktúru jazyka topológie, tak je nepravdepodobným, že by detské myslenie začínalo práve touto formou jazyka.

Samozrejme, ponúka sa tu vysvetlenie, že Piaget nepoužíva termín "topológia" v striktnom matematickom zmysle, ako názov určitej matematickej disciplíny, ale používa ho skôr metaforicky. Keď však hovorí o iných matematických disciplínach, ako je projektívna geometria alebo Kleinov Erlangenský program, hovorí o nich v striktnom matematickom zmysle. Jeho analýzy týchto disciplín sú presné a prenikavé a zakladajú sa na ich dobrom technickom zvládnutí. Preto sa nám zdá rozumnejšie predpokladať, že topológiu myslí Piaget skutočnú topológiu. To ale znamená, že pôvod Piagetovho omylu musíme hľadať inde.

Situácia je veľmi zaujímavá a v mnohom pripomína Lakatosovu dezininterpretáciu Poincarého dôkazu Eulerovej vety. Vieme, že Lakatosov omyl pochádzal z obmedzenej epistemologickej perspektívy. Keďže nedokázal rekonštruovať vzájomný vzťah po sebe nasledujúcich **foriem** toho istého jazyka, tak vzťah Poincarého topologického dôkazu a predošlých geometrických dôkazov vyložil ako preklad medzi dvoma rôznymi jazykmi. To je z epistemologického hľadiska nesprávne, lebo jazyk topológie je konštitutívnou bázou jazyka geometrie a preto sa medzi nimi nedá prekladať. Topológia nestojí "mimo" jazyka geometrie, ale práve naopak, stojí "pod" výrazmi jazyka geometrie. Topológia tvorí konštitutívnu bázu, na ktorej sú výrazy jazyka geometrie založené. Preto Poincaré neprekladá geometrické tvrdenie do jazyka vektorovej algebry, ale iba robí explicitnými konštitutívne akty, ktoré sú odjakživa zabudované do štruktúry jazyka geometrie, a majú charakter izomorfný s vektorovými priestormi modulo 2.

Piagetova koncepcia je o niečo efektívnejšia než Lakatosova. Vzájomné vzťahy niektorých foriem jazyka (pokiaľ ich nie je viac ako tri a pokiaľ medzi nimi nefiguruje neeuklidovská geometria) dokáže v rámci svojej teórie rekonštruovať. Teda konceptuálne zmeny preňho nepredstavujú taký neprekonateľný problém ako pre Lakatosa. Piagetova teória však nedokáže opísať zlomy väčšieho rádu, než konceptuálne. Keď si prezrieme výstavbu jeho knihy, pravdepodobne nám neujde jedna zaujímavá zvláštnosť. Piaget rekonštruuje vývin určitej disciplíny buď len predtým, ako sa konštituovala ako exaktná veda (v prípade mechaniky opisuje jej prednewtonovské obdobie), alebo svoju analýzu sústreďuje výlučne na obdobie po tomto zlome (pozri kapitoly o vývine algebry či geometrie). Nikdy však neopisuje vývin, ktorý by zahŕňal aj tento zlom, t.j. ktorý by obsahoval ako "predvedecké" tak aj "vedecké" štádium príslušnej disciplíny. Neopisuje jednotný vývin mechaniky, zahŕňajúci ako prednewtonovské obdobie (Aristoteles, Oresme, Buridan) tak aj ponewtonovský vývin (Euler, Lagrange, Hamilton). Podobne pri opise vývinu geometrie nepredkladá obraz, ktorý by zahŕňal ako predgrécku geometriu (Egypt, Mezopotámia), tak aj vývin po Euklidovi.

Zdá sa, že tu máme do činenia s podobnou "medzerou" ako je tá, čo oddeľuje prvú kapitolu Lakatosových *Proofs and Refutations* od druhej. A príčina tejto "medzery" je pravdepodobne tiež rovnaká. Obaja autori chcú redukovať vývin na jediný typ mechanizmov (Lakatos na *monster-barring*, *exception-barring* a *lemma-incorporation* (apropo opäť trojica), kým Piaget na *intra*, *inter* a *trans*). Preto musia ignorovať všetky zmeny, ktoré majú inú epistemologickú dynamiku alebo ktoré prebiehajú na inej časovej škále. Je pravdepodobné, že protogeometria (tak možno nazvať geometrické myslenie

detí predtým, ako si osvoja aparát metrickej geometrie) má svoj historickú analógiu skôr v geometrii Egypta či Mezopotámie, alebo prípadne vo výtvarnom prejave prírodných národov, než v topológii. Piaget je nútený vysvetľovať protogeometriu pomocou topológie len preto, lebo predgrécku etapu vo svojej historickej rekonštrukcii vývinu geometrie jednoducho vynechal. Z toho, čo mu ostalo, je k detskému geometrickému mysleniu skutočne najbližšie topológia. Ale snažiť sa pochopiť detské geometrické myslenie pomocou topológie nám pripadá rovnaké, ako chcieť interpretovať umenie afrických domorodcov pomocou kubizmu.

Vráťme sa ešte k Piagetovej téze o prevrátenom poradí ontogenézy geometrie. Už sme povedali, že to nie je hlboká analógia, založená na podobnosti foriem jazyka medzi topológiou a geometrickými prejavmi detí. Na druhej strane faktom je, že obrázky detí v mnohom pripomínajú obrázky topológie. Nie v tom zmysle, že keď dieťa nakreslí dom, tak to, čo nakreslilo, by zachovávalo topologické invarianty (počet komponent, otvorenosť, uzavretosť), ale porušovalo metrické invarianty (pomery, uhly). Deti zväčša nie sú schopné udržať ani topologické invarianty. Mnohé čiary, ktoré by mali byť súvislé, nakreslia nesúvislé, mnohé oblasti, ktoré by mali byť uzavreté, nakreslia otvorené. Teda deti neustále narúšajú topológiu, chápanú v striktnom zmysle ako formu jazyka. Analógia teda nefunguje v detailoch, preto hovoríme, že to nie je hlboká analógia (ktorá by stála za epistemologickým výskum).

Na druhej strane, pri troche dobrej vôle predsa len tu je určitá podobnosť. Táto podobnosť sa netýka formy jazyka, ale jej základom je skôr skutočnosť, že topologické invarianty sú omnoho robustnejšie než invarianty metrické. Keď z kruhu urobíme elipsu, topologicky aj projektívne je to v poriadku, kým z metrického hľadiska sme objekt zničili. Podobne, keď z kruhu spravíme štvorec, topologicky sa nič nestalo, kým projektívne a metricky nastala zásadná zmena. Preto je prirodzené očakávať zachovávanie najprv topologických, potom projektívnych a až nakoniec metrických invariantov pri každom procese učenia od osvojovania si vlastného tela cez učenie sa chodiť až po učenie sa kresliť a rysovať. Vždy, keď si treba osvojiť určitú jemnejšiu pohybovú koordináciu, tak si dieťa napred osvojí jej robustnú topologickú štruktúru, potom o niečo jemnejšiu projektívnu štruktúru (držanie smeru) a až na záver jemnú metrickú štruktúru. Preto potáčavú chôdzu detí možno tiež označiť za "topologické štádium" ich motorickej koordinácie. Ešte nevedia držať rytmus chôdze (metrický invariant) ani smer (projektívny invariant), ale už sa vedú udržať nad zemou (topologický invariant transverzálnosti). Domnievame sa, že je to rovnako oprávnené, ako

nazývať ich kreslenie topologickým. Obávame sa, že v oboch prípadoch nám nazvanie určitého štádia "topologickým" len málo pomôže niečomu naozaj porozumieť.

Domnievame sa, že táto analýza vrhá nové svetlo na povahu piagetovskej paralely medzi vývinom myslenia detí a dejinami poznania. To, že Piaget vyložil detské geometrické myslenie ako topologické je prisrne vzaté omyl, ale na druhej strane omyl v ktorom je pomerne veľké "zmkno pravdy". Paralela medzi detským myslením a topológiou nie je hlbokou analógiou, ale len povrchnou podobnosťou. Nezakladá sa na podobnosti spôsobu myslenia, lebo deti nemyslia topologicky. Nie je to teda epistemologická analógia. Zakladá sa len na okolnosti, že topológia opisuje geometrické štruktúry, ktoré sú veľmi robustné. Preto ich osvojovanie možno nájsť u detí v pomerne ranom veku. Ide teda o **psychologickú, a nie epistemologickú** analógiu. Zo všetkých geometrických štruktúr dosiahne vo vývine ľudskej psychiky ekvilibrium ako prvá práve topologická štruktúra. Paralela medzi detským myslením a topológiou je tak síce z epistemologického hľadiska omylom, ale zo psychologického hľadiska má v sebe veľa pravdy.

Preto sa zdá, že Piaget, práve tým, že svoju teóriu formuluje predmetovo nešpecificky, stráca zo zretel'a epistemologické aspekty, (ktoré sú predmetovo špecifické) a čo mu ostáva, sú psychologické paralely. Je možné, že aj tri piagetovské štádiá - Intra, Inter a Trans - sa týkajú skôr psychologických procesov osvojovania. Ide jednoducho o tri štádiá ekvibrácie určitej psychickej štruktúry. Takto vlastne získavame odpoveď na otázku, prečo chcel mať Piaget vo vývine každej teórie tri štádiá. Je to preto, lebo vývin vedy chápal ako analógiu osvojovania si určitého poznania, ako určitý proces ekvibrácie. A je možné, že proces psychickej ekvibrácie skutočne má tri štádiá. A Piaget túto psychologickú zákonitosť premietol na vývin poznania. Do určitej miery to funguje, lebo veď vedu robia ľudia, a teda vývin vedy má aj psychologickú dimenziu.

#### 4. Wittgensteinov *Tractatus logico-philosophicus*

Napriek tomu, že sme sa pri našom výklade vývinu geometrie v stati *Náčrt analytickej teórie subjektu* inšpirovali filozofiou raného Wittgensteina, hneď v druhej kapitole (pojednávajúcej o Desarguovy) sme opustili rámec vymedzený *Traktátom*. Svojím *Traktátom* Wittgenstein sledoval jasný filozofický cieľ zdiskreditovať metafyziku ako hromadu prázdnych a bezobsažných viet. Za týmto účelom zaviedol pojem **formy jazyka**. Je to štruktúra odlišná ako od logiky, tak aj od gramatiky. Išlo o to, že tvrdenia metafyziky sú ako z gramatického, tak aj z logického hľadiska v poriadku. Sú to správne utvorené vety nemeckého jazyka a z logického hľadiska im tiež niet čo vyčítať.

Podľa Wittgensteina ich problém nespočíva v tom, že sú chybné, ale že sú prázdne, bezobsažné, že nič nehovoria. A odhaliť túto ich prázdnotu mal práve preklad do správnej formy jazyka. Kvôli úspešnej likvidácii metafyziky však bolo dôležité, aby existovala **jediná forma jazyka**. Všetko, čo je do nej nepreložiteľné, bude raz a navždy zavrnuté ako prázdny verbalizmus. Keby totiž pripustil existenciu viacerých foriem jazyka, tak metafyzik, ktorého text sa podarilo zdiskreditovať prostredníctvom jednej jazykovej formy, by sa mohol uchýliť k druhej, alebo tvrdiť, že niekedy v budúcnosti bude objavená forma jazyka, ktorá plne ospravedlní jeho teórie. Preto keď chceme proti metafyzike účinne bojovať, je téza o jedinej forme jazyka dôležitá.

Dielo raného Wittgensteina sa tak zakladá na dvoch tézach. Prvou tézou je tvrdenie, že popri logickej a gramatickej štruktúre jazyka existuje ďalšia, od prvých dvoch nezávislá štruktúra, ktorú nazval formou jazyka. Druhou tézou je tvrdenie, že táto forma jazyka je jediná. Neskôr aj sám Wittgenstein opustil radikálnu pozíciu svojho raného diela a rozpracoval teóriu jazykových hier, ktorá predstavuje omnoho voľnejší prístup k jazyku. Domnievame sa, že toto úplné zrieknutie sa *Traktátu* bolo unáhlené. Je možné, že to, čo je obsiahnuté v *Traktáte* nie je správna cesta na pochopenie jazyka vo všeobecnosti. Ale, ako ukázala naša analýza, niektoré myšlienky *Traktátu* sú produktívne. Je však potrebné zbaviť obrazovú metaforu jazyka, na ktorej je *Traktát* založený, tézy o existencii jedinej formy jazyka.

Teda, našim cieľom je **vniesť pluralitu do obrazovej metafory**, a nie kvôli pluralite ju celú zavrhnúť, ako to urobil sám Wittgenstein v druhom období svojej tvorby. Preto to, čo sme v tejto stati prezentovali, chápeme ako určitú strednú pozíciu medzi jeho raným a neskorým dielom. Nie je pravdepodobné, že by Wittgenstein bol býval kedykoľvek takúto pozíciu zastával. Naším cieľom nie je rekonštruovať historického Wittgensteina. Ide nám skôr o zmapovanie určitej umiernennej pozície, ktorú by on, kvôli svojej záľube v extrémnych stanoviskách, asi nikdy neprijal. Ale domnievame sa, že je to zaujímavá filozofická pozícia, hodná rozpracovania. Zakladá sa na dvoch základných tézach:

*1. Téma existencie formy jazyka ako štruktúry odlišnej od logiky aj od gramatiky.*

*2. Téma plurality foriem jazyka, podľa ktorej je možných viacero foriem jazyka. Jazyk, v každom okamihu svojho vývinu je založený na určitej, jednej forme, ale tá sa môže časom meniť.*

Koncepcia formy jazyka má jednu základnú prednosť, a to schopnosť jasne rozlíšiť explicitné (čo sa dá v jazyku vyjadriť) od implicitného (čo sa dá iba ukázať). Keď však pripustíme pluralitu foriem jazyka a pripustíme

možnosť explicitne vyjadriť formu jazyka  $J_1$  v jazyku  $J_2$ , teda to čo spravili Desargues s formou jazyka Dürera, Beltrami s formou jazyka Lobachevského, Klein s formou jazyka Cayleyho, Poincaré s formou jazyka Riemanna a Zermelo s formou jazyka Cantora, otvára sa nečakaná možnosť. Totiž tým, že sa forma jazyka  $J_1$ , ktorá je v ňom prítomná iba implicitne, explicitne vyjadri v jazyku  $J_2$ , otvára sa priestor pre vynorenie sa novej formy jazyka. Takto vlastne napätie medzi implicitnou a explicitnou stránkou jazyka, zakladá dynamiku vývoja.

Keď zbavíme *Traktát tézy* o existencii jedinej formy jazyka, dostávame nástroj, ktorý umožňuje opísať vývin teórií. Vývin spočíva v tom, že to, čo je na určitom štádiu implicitné, sa v nasledujúcom štádiu explicitne zabuduje do jazyka. Tým sa otvára priestor pre vynorenie sa novej implicitnej formy, etc. Keďže ide o strednú pozíciu medzi Wittgensteinom 1 a 2, navrhujeme označiť túto novú pozíciu ako Wittgenstein 1½.

### 5. Wittgenstein 1½ a koncepcia formálnej epistemológie

Užitočnosť pojmu formy jazyka pre epistemológiu sa zakladá na dvoch aspektoch. Jednák je tento pojem úzko spojený s pojmom subjektu a preto umožňuje rekonštruovať kognitívne procesy ako sú heuristika, interpretácia, preklad a porozumenie bez nutnosti zvonka zavádzať subjekt v tvare ideálneho vedca či vedeckého spoločenstva. Pojem subjektu netreba zavádzať zvonka (Kuhn vo sociológii, Piaget z psychológie), lebo vo forme jazyka je už priamo prítomný. Na druhej strane sa forma jazyka (charakter subjektu, horizontu, pozadia) jasne odlišuje od logickej štruktúry (vyplývajúce, dvojhodnotovosť). Tento posledný aspekt prepožičiava nášmu prístupu prevahu nad rôznymi dialektickými teóriami vývinu.

Dialektika (či už v explicitnej podobe, ako sa s ňou stretávame u Hegla, či v marxizme, alebo v skrytej podobe, ako je prítomná v diele Lakatosa či Piageta) má tendenciu vykladať vývin pojmov, teórií či poznania vo všeobecnosti ako proces odohrávajúci sa v logickej rovine. Nie náhodou formuloval Hegel svoju dialektiku ako vedu o logike, a nie náhodou hovorí Popper o logike vedeckého objavu. Takto sa ale vývin dostáva do konfliktu s logikou. Na začiatku 19. storočia, kedy Hegel sformuloval svoju teóriu, bola kritika logiky oprávnená. Logika sa totiž v zásade redukovala na aristotelovskú logiku, ktorá už dávno nepostačovala potrebám analýzy racionálneho diskurzu. Boole a Frege o polstoročie neskôr prichádzajú s radikálnym prekročením hraníc Aristotelovskej logiky Boole len formou, kým Frege aj duchom. Preto Heglovu dialektiku možno považovať, pri troche dobrej vôle, za oprávnený pokus o reformu logiky. Po príchode formálnej logiky sa však situácia

zásadným spôsobom mení. Frege našiel cestu, ako možno racionálnym spôsobom vybudovať formálnu logiku, ktorá bola schopná vyriešiť väčšinu problémov jeho doby. Preto po tom, ako Peano a Russell (spolu s mnohými inými) zbavili pôvodný Fregeho systém počiatkovej nekonzistencie a ustálili jeho symboliku, ďalšie zotrvávanie na pozíciách dialektiky stráca racionálne opodstatnenie.

Obe riešenia konfliktu vývinu a logiky, ktorý priniesla dialektika sú neuspokojivé. Myslitelia, ktorí sa vydali po Heglom načrtnutej ceste zavrnutia klasickej logiky a jej nahradenia logikou novou, dialektickou, podľa nášho názoru v rovine metodológie vedy nič produktívne nepredložili. Okrem toho samotný vývin geometrie ani žiadnu dialektickú logiku nepotrebuje. Matematici ako Lobačevskij, Beltrami, Cayley, Klein, Riemann či Poincaré nemenia nič na klasickej logike. Z hľadiska logiky sú skôr konzervatívni a v ich dielach nemožno nájsť nič, čo by aj len z diaľky pripomínalo zákony dialektiky. Preto dialektická logika ani nefunguje a ani nie je potrebná.

Na druhej strane dialektici ako Popper<sup>1</sup> či Lakatos, ktorí neboli ochotní zriecť sa logiky, a považovali logickú konzistentnosť za maximu, ktorú nemožno obetovať, boli nútení rezignovať na vývin. To, že Lakatos nebol schopný rekonštruovať konceptuálne zmeny vo vývine matematiky asi nebude náhoda. Ako dialektik stavia tieto zmeny do protikladu k logike, a ako Popperov žiak nie je ochotný zriecť sa logiky. Preto vlastne o tom najzaujímavejšom z dejín matematiky, o zásadných premenách celého jej pojmového aparátu, mlčí. Myslí si totiž, že keby o nich chcel prehovoriť, musel by narušiť logiku. Preto analyzuje iba tie zmeny, pri ktorých sa vlastne nič zásadného nedeje.

Keď však vývin pojmov vyložíme ako **vývin formy jazyka**, tak celá logická štruktúra ostáva počas vývinu nedotknutá. Preto koncepcia Wittgensteina 1½ nám umožňuje opísať vývin pojmov bez akýchkoľvek logických inkonzistencií. Čo sa počas vývinu mení je štruktúra subjektu, horizont, pozadie. Logika však ostáva nezmenená. Na druhej strane sa však nemusíme báť hovoriť o vývine geometrie a jej základných pojmov. Môžeme tak robiť, pretože nová forma jazyka v sebe obsahuje starú. Preto základné pojmy geometrie ako priestor, priamka, bod či uhol predstavujú niť, ktorá zjednocuje dielo matematikov ako Desargues, Lobačevskij, Beltrami, Cayley, Klein, Riemann či Poincaré. Oni totiž nepovažovali to, čo robia, za tvorbu nových pojmov, oddelených od starých, ale práve naopak, chápali svoje dielo a myslíme že úplne oprávnené ako postupné prehlbovanie porozumenia základných pojmov geometrie. Ako sme už spomenuli, porozumenie považujeme za ústredný pojem epistemológie.

Epistemológia založená na pojme formy jazyka tak otvára schodnú cestu medzi dvomi krajnosťami. Jednou krajnosťou je *dialektická logika* (Hegel a marxizmus), ktorá sa kvôli vývinu zrieka logickej konzistentnosti. Druhou krajnosťou je *logická dialektika* (Popper a Lakatos), ktorá sa kvôli logickej konzistentnosti zrieka vývinu. Táto stredná cesta sa zakladá na koncepcii uchopenia vývinu teórií ako vývinu formy jazyka. Takto sa otvára možnosť vybudovať epistemológiu ako exaktnú disciplínu, oslobodenú od akýchkoľvek protirečení. Ide o to urobiť s epistemológiou to, čo Boole, Frege a Peano spravili na konci minulého storočia s logikou, t.j. o vytvorenie **formálnej epistemológie**, ktorá by bola disciplínou paralelnou s formálnou logikou. Od logiky by sa odlišovala svojou spätosťou s epistemickým subjektom. Podobne ako Frege dospel k predikátovému počtu logickou analýzou aritmetiky, našim východiskom je epistemologická analýza geometrie.

Rozpracovanie formálnej epistemológie predstavuje výskumný program, ktorého prvým krokom je predložená rekonštrukcia vývinu syntetickej geometrie. Jeho prirodzeným pokračovaním je podobná rekonštrukcia ďalších oblastí matematiky a fyziky (mechaniky, teórie relativity a kvantovej mechaniky). Z týchto rekonštrukcií by mala postupne vyrásť ucelená koncepcia formálnej epistemológie.

*Katedra humanistiky,  
Matematicko fyzikálna fakulta UK  
Mlynská dolina, 84215 Bratislava*

## POZNÁMKA

<sup>1</sup> Čitateľa možno prekvapilo, že sme Poppera zaradili medzi dialektikov. My však tento termín používame v o niečo širšom zmysle, než je to bežné. Dialektika nechápeme len ako filozofa, ktorý sa hlási k určitej forme dialektiky (Hegel, Marx), alebo v ktorého diele možno nájsť prvky dialektického uvažovania (Kuhn, Piaget), ale radíme sem aj všetkých filozofov, ktorých dielom sa tiahne konflikt medzi logikou a vývinom. Tento konflikt považujeme za ústredný konflikt dialektiky, a niet pochyb, že v Popperovom diele hrá významnú úlohu. To znamená, že podľa nášho názoru je určitá filozofická škola charakterizovaná skôr citlivosťou na určité otázky, než spôsobom, ako na ne odpovedá. Takto ateizmus považujeme za druh náboženstva, lebo dáva odpovede na tie isté otázky ako náboženstvo. Podobne materializmus je pre nás len jednou z foriem idealizmu. Prekonaním určitej filozofickej doktríny je až okamih, keď sa oslobodíme od jej problémov. A Popper rozhodne nie je vo vzťahu k dialektike slobodný.



## LITERATÚRA

- [1] FREGE, G. (1980): **Gottlob Freges Briefwechsel mit D. Hilbert, E. Husserl, B. Russel, sowie ausgewählte Einzelbriefe Freges**. Ed: G. Gabriel, F. Kambartel a Ch. Thiel, Felix Meiner, Hamburg.
- [2] HILBERT, D. (1899): **Grundlagen der Geometrie**. Teubner Berlin. Ruský preklad OGIZ Moskva 1948.
- [3] KVASZ, L. (1996a): Náčrt analytickej teórie subjektu, *Filosofický časopis* 1996/4, 617-640.
- [4] KVASZ, L. (1996b): Vývin pojmov - tretie pokračovanie. *Organon F*, 1996/4, 394-408.
- [5] KVASZ, L. (1997): Topológia versus teória množín. *Obzory matematiky, fyziky a informatiky*, 50/1997, 1-15.
- [6] KVASZ, L. (1999): Imre Lakatos between logic and dialectic. Vyjde in: G Kampis, L. Kvasz, M. Stöltzner (Eds.): **Appraising Lakatos's Legacy**. Wien, Springer.
- [7] LAKATOS, I. (1976): **Proofs and Refutations**. Cambridge University Press.
- [8] PIAGET, J. a GARCÍA, R. (1987): **Psychogenesis and the History of Science**. Columbia University Press, New York.
- [9] WITTGENSTEIN, L. (1921): **Tractatus logico-philosophicus**. Oikoymenh Praha, 1993.

---

Chcel by som sa poďakovať recenzentovi Paľovi Zlatošovi za mnohé cenné pripomienky. Stať vznikla za podpory Vedeckej grantovej agentúry MŠ SR a SAV v rámci grantovej úlohy 1/4310/97.