

## POZNÁMKY K BOLZANOVEMU POJMU ODVODITEĽNOSTI A K JEHO UŽITOČNOSTI PRE POJEM NEVYHNUTNOSTI

František GAHÉR

V prvom čísle *Organon* F (1999) bol publikovaný veľmi zrozumiteľný článok M. Vlasákovej *Srovnání Bolzanovy a Tarského definice vyplývání*. V jeho závere autorka sumarizuje svoju komparáciu v tom duchu, že napriek malým rozdielom je Bolzanova definícia zhodná s Tarského definíciou, a to formulácie nielen pokiaľ ide o základnú myšlienku, ale aj o presnosť formulácie.

Keďže Bolzano pomocou pojmu odvoditeľnosti definuje pojem nevyhnutnosti, zdá sa byť vo svetle článku M. Vlasákovej prekvapujúce tvrdenie M. Siebela, že "hoci Bolzanov výklad nevyhnutnosti je zaujímavý, pretože sa v niečom podobá Quinovmu a Kripkeho, *nie je vhodný na definíciu logickej nevyhnutnosti*".<sup>1</sup> Je tvrdenie M. Siebela dôvodované? Ak áno, o čo sa opiera - v čom je pes zakopaný?

Ešte skôr, ako si bližšie všimneme problematiku odvoditeľnosti a nevyhnutnosti u Bolzana, uvedieme dve drobné poznámky k článku M. Vlasákovej. Tá vyčíta A. Tarskému, že k jeho pojmu predmetu môžeme mať výhrady a týmto výhradám by sa Tarski tak či tak nevyhol: "buď" by toto universum definoval dostatečne jednoznačne, pak by ale nutne bylo omezené a v důsledku toho by Tarského pojem předmětu nebyl vyčerpávající, nebo by vymezil universum tak, aby v zásadě odpovídalo skutečnému světu, pak by ovšem dostal stejně vágně vymezenou oblast jako Bolzano svou definicí představ o sobě" (s. 3). Z tejto formulácie som nadobudol dojem, že u Tarského by malo ísť o nejaké jediné univerzum. Podľa mňa Tarského definícia logického vyplývania nie je relativizovaná k nejakému jedinému univerzu, ale k bližšie nešpecifikovanému univerzu, a teda platná pre každé konkrétne univerzum, či už by to bola trieda materiálnych predmetov, alebo trieda čísel, vlastností či relácií a pod.

Druhá poznámka sa týka hodnotenia Bolzanovho pojmu odvoditeľnosti ako všeobecnejšieho ako Tarského pojem logického vyplývania (s. 4). Vlasáková má, samozrejme, pravdu. Možno by však bolo vhodné podotknúť, že Bolzanov všeobecnejší pojem odvoditeľnosti zatiaľ nemá také využitie ako pojem logického vyplývania a niektoré pojmy na ňom založené môžu mať neintuitívny význam a neželané dôsledky - takým pojmom u Bolzana je zrejme aj pojem nevyhnutnej pravdy.

Hlavná poznámka sa nebude týkať ani tak priamo samotného článku Vlasákovej, ako skôr vysvetlenia, v akej súvislosti môže Bolzanov pojem odvoditeľnosti viesť k neželaným dôsledkom pri výklade nevyhnutnosti. Vlasáková uvádza parafrázu definície pojmu odvoditeľnosti (s. 2):

"Mějme věty *A, B, C, D, ...* a věty *M, N, O, ...*, v nichž považujeme za proměnné (tedy obměnitelné) určité představy, které budeme označovat *i, j, ...* Nechť nyní platí,

že všetky predstavy, ktoré činí po dosadení na miesto predstáv  $i, j, \dots$  všetky vety  $A, B, C, D, \dots$  pravdivými, činí i všetky vety  $M, N, O, \dots$  Pak řekneme, že vety  $M, N, O, \dots$  jsou *odvoditelné* z vět  $A, B, C, D, \dots$  *vzhledem* k představám  $i, j, \dots$  "

Táto formulácia - a asi rovnako aj niektoré, ale nie všetky Bolzanove formulácie - môže vzbudzovať dojem, že meniteľné predstavy osebe  $i, j, \dots$  sa majú, a to všetky alebo aspoň niektoré, vyskytovať v každej z uvažovaných viet  $A, B, C, D, \dots$  a  $M, N, O, \dots$  Inak by v prípade niektorých viet išlo o "hluché" obmieňanie predstáv. Mohli by sme si myslieť, že táto otázka nie je vôbec dôležitá. Treba podotknúť, ako to Vlasáková uvádza, že vety  $A, B, C, D, \dots$  musia byť *zlučiteľné* vzhľadom na predstavy  $i, j, \dots$ , t. j. existuje predstava, po ktorej dosadení namiesto predstáv  $i, j, \dots$  sa všetky tieto vety stanú zároveň pravdivými ([2], § 154, f. 2.).

Pre prípad dvoch pozícií môžeme vzťah odvoditeľnosti preformulovať takto:

TO1: Veta osebe [propozícia?]  $P$  je odvoditeľná z propozície  $Q$  vzhľadom na predstavy  $i, j, \dots$  vtt  $P$  a  $Q$  sú zlučiteľné vzhľadom na tieto predstavy a neexistuje taká obmena týchto predstáv, že obmenený variant  $Q$  by bol pravdivý a zodpovedajúci variant  $P$  by bol nepravdivý.

Bolzano však v tom istom paragrafe o odvoditeľnosti uvádza túto definíciu:

"Ak niektorá z viet [osebe, t. j. propozícií]  $A, B, C, D, \dots$ , z ktorých majú byť odvoditeľné vety  $M, N, O, \dots$  vzhľadom na predstavy [osebe]  $i, j, \dots$ , napríklad veta  $A$ , neobsahuje ani jednu jedinu z týchto predstáv, tak ju môžeme vynechať a o ostatných vetách  $B, C, D, \dots$  tvrdiť, že vety  $M, N, O, \dots$  sú odvoditeľné už iba z nich vzhľadom na predstavy [osebe]  $i, j, \dots$  Pretože za týchto okolností musí byť veta  $A$  pravdivá a takou zostáva, či už dosadíme namiesto premenných  $i, j, \dots$  akékoľvek predstavy. Teda kedykoľvek budú všetky vety  $B, C, D, \dots$  pravdivé, budú pravdivé i vety  $A, B, C, D, \dots$ , a preto i vety  $M, N, O, \dots$ " ([2], § 155, f. 4).

Ak by sme za vety, ktoré neobsahujú ani jednu premennú predstavu, považovali aj ostatné z viet  $B, C, D, \dots$ , tak by sme prišli k záveru, že veta osebe môže byť odvoditeľná z nejakých viet osebe, hoci premisy neobsahujú premennú predstavu, ak sú tieto premisy pravdivé. Odtiaľ je podľa Siebela "len krôčik k tomu, aby sme tvrdili, že pravdivá propozícia neobsahujúca žiadnu premennú predstavu osebe je odvoditeľná z propozície, ktorá je s ňou zlučiteľná" ([4], 121).

Pre prípad, že  $P$  by neobsahovala ako zložku premennú predstavu, teorému odvoditeľnosti TO1 by sme mohli preformulovať takto:

TO2: Pravdivá propozícia  $P$ , ktorá neobsahuje žiadnu z premenných predstáv, je odvoditeľná z každej propozície  $Q$  vzhľadom na predstavy  $i, j$ , ktoré zabezpečujú, že  $P$  a  $Q$  sú zlučiteľné vzhľadom na tieto predstavy.

Ako tento problém súvisí s pojmom nevyhnutnosti u Bolzana? Z Bolzanových prác sa dá podľa Morschera ([3], 89f.) vyťažiť táto definícia pojmu nevyhnutnosti:

Propozícia  $P$  je nevyhnutnou pravdou vtt  $P$  je pojmová pravda alebo odvoditeľná z pojmovej pravdy.

Ak uvážime, že z platnosti nejakého tvrdenia je odvoditeľné aj samo tvrdenie, prvá zložka disjunkcie v definiense je redundantná. Na čo sa v tejto definícii zabudlo, je okolnosť, že odvoditeľnosť u Bolzana je ternárna relácia - chýba tam *vzhľadom na predstavy*  $i, j, \dots$ . Bolzanovu formuláciu z § 164, 199 f.<sup>3</sup> môžeme podľa Siebela ([4], 125) považovať za špecifikáciu toho, vzhľadom na ktoré predstavy - "aspoň vzhľadom na jednu":

Propozícia  $P$  je *nevyhnutnou pravdou* vtt existuje aspoň jedna predstava taká, že  $P$  je odvoditeľná z pojmovej pravdy vzhľadom na túto predstavu.

Ak zoberieme do úvahy TO2, tak prideme k neželanému záveru, že každá pravdivá propozícia je nevyhnutnou pravdou. Tu sa ukazuje tá maličkosť - či sa majú vyskytovať (všetky, niektoré ...) spoločné premenné predstavy v premisách i v závere - ako rozhodujúca.

Aby sme sa vyhli tomuto neželanému výkladu nevyhnutnosti u Bolzana, musíme tézu o odvoditeľnosti explicitne doplniť podmienkou: vzhľadom na *spoločné* predstavy, resp. vzhľadom na *aspoň jednu spoločnú* predstavu. To je, mimochodom, v úplnej zhode s Bolzanovou formuláciou v § 155, 120, že ak dve vety nemajú ani jednu spoločnú zložku, nevznikne medzi nimi vzťah odvoditeľnosti. Toto doplnenie však stále nestačí.

Ak si vezmeme ako premisu pojmovú pravdu {Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna} a ako záver konjunkciu {Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna a Sokrates pochádzal z Atén}, tak záver je odvoditeľný z premisy vzhľadom na spoločnú premennú predstavu {2} a premisa i záver sú zlučiteľné vzhľadom na predstavu {2}, a teda má byť nevyhnutnou pravdou, hoci je iba pravdou náhodnou (empirickou).

Bolzano by mohol opraviť definíciu nevyhnutnej pravdy tak, že by v nej nehorvil všeobecne o odvoditeľnosti, ale o logickej odvoditeľnosti, t. j. odvoditeľnosti vzhľadom na *všetky mimologické*<sup>4</sup> predstavy, ktoré sú obsiahnuté v premisách i v závere. Po takejto modifikácii definície nevyhnutnej pravdy už uvedený protipríklad nebude platiť: konjunkcia {Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna a Sokrates pochádzal z Atén} nebude nevyhnutnou pravdou, pretože nie je logicky odvoditeľná z pojmovej pravdy {Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna}. U Bolzana by uvedená konjunkcia nemohla byť nevyhnutnou pravdou ešte z jedného dôvodu: veta "Sokrates pochádzal z Atén" nie je pojmová, ale názorová veta, pretože obsahuje dva názory: Sokrates, Atény. Z rovnakého dôvodu by Bolzano nepovažoval za nevyhnutnú pravdu ani logickú pravdu "Toto je kvetina alebo toto nie je kvetina".

Na druhej strane však Bolzano za pojmovú pravdu považuje aj takú pravdu, ktorú sme nezískali a priori, ale na základe experimentov, akou je aj Newtonov zákon gravitácie ([1], § 7, 39 f). Hoci by sme odhliadli od toho, že tento zákon je pravdivý

iba za istých idealizujúcich (nerelativistických a pod.) podmienok, predsa je logicky možné, že by platil iný zákon gravitácie. Aby Bolzanov pojem nevyhnutnej pravdy korešpondoval s moderným pojmom *logicky nevyhnutnej pravdy*, nie je potrebné - ako by sme mohli nadobudnúť dojem z článku M. Siebela - iba zúžiť v definícii nevyhnutnej pravdy jeho pojem odvoditeľnosti na pojem *logickej odvoditeľnosti*, ale je potrebné aj redefinovať pojem *konceptuálnej pravdy*, resp. nahradiť ho iným pojmom. Ale to by už vôbec nebol pojem nevyhnutnej pravdy koncipovaný pôvodne Bolzanom.

*Katedra logiky a metodológie vied*

*FiF UK Bratislava*

*e-mail: gaher@fphil.uniba.sk*

## POZNÁMKY

<sup>1</sup> Siebel, [4], s. 136 (Je to monotematické číslo venované Bolzanovi pri príležitosti 150. výročia jeho úmrtia.)

<sup>2</sup> Bolzano niekedy pri výraze "Satz (veta)" alebo "Vorstellung (predstava)" vynecháva dovetok "an sich (osebe)", aj keď je tam nálezitý. Vety osebe i predstavy osebe nie sú jazykovými výrazmi, ale abstraktnými entitami. Mnohí bolzanológovia vetu osebe prekladajú do angličtiny aj výrazom "proposition" (Y. Bar-Hillel, J. Berg, J. Šebestík).

<sup>3</sup> "Durch ein solches Urtheil sagen wir aber nichts Anderes aus, als dass es in den Sätzen A, B, C, ... M, N, O, ... gewisse Theile [i, j, ...] gebe, die als veränderlich betrachtet werden können, mit dem Erfolge, dass jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j, ... die sämtlichen A, B, C, ... wahr macht, auch die sämtlichen M, N, O, ... wahr mache."

<sup>4</sup> Je zrejme, ako upozorňuje aj Vlasáková, že Bolzano si uvedomoval, že odlišenie logických konštánt od mimologických môže byť problematické ([2], §148, 84f).

## LITERATÚRA

- [1] BOLZANO, B. (1981): **Von der mathematischen Lehrart**. J. Berg (hrsg.), Stuttgart-Bad Canstatt.
- [2] BOLZANO, B. (1985): **Wissenschaftlehre**. J. Berg (hrsg.), F. Frommann Verlag, Stuttgart-Bad Canstatt.
- [3] MORSCHER, E. (1973): "Philosophische Logik" bei Bernard Bolzano. In: **Bolzano-Symposion "Bolzano als Logiker"** (Sitzungsberichte der österreichischen Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse 293/5), Wien, 77-105.
- [4] SIEBEL, M. (1997): Variation, Derivation and Necessity. **Grazer Philosophische Studien**, Vol. 53. (Bolzano and Analytic Philosophy).