

Každé tvrdenie autori podrobne obhajujú, a preto veľmi ťažko nájsť medzeru v argumentácii. Jednu by som však predsa len spomenul (možno však ide iba o moje nepochopenie). V 5. kapitole analyzujú Moorov problém otvorenej otázky, ktorý bol sformulovaný proti naturalistickej redukcii: význam slova „dobrý“ nemožno vymedziť naturalisticky (argument má však aj širší dosah). Keby napríklad slovo „dobrý“ bolo ekvivalentné so slovom „príjemný“, netriviálna otázka „Je to, čo je príjemné, dobré?“ by sa zmenila na triviálnu otázku „Je to, čo je príjemné, príjemné?“ (s. 84). Nemôžem sa však ubrániť dojmu, že na s. 113 akceptujú takúto redukciiu: vetu „Platón bol dobrý človek“ možno podľa nich parafrázovať vetou „Platón bol takým človekom, akým (v mravnom zmysle) mal byť“. Otázku „Je to, čo je také, aké má byť, dobré?“ potom však možno analogicky „strivializovať“.

Náš čitateľ etik by po prečítaní knihy mohol ľahko zvolať: „Veď to vôbec nebolo o etike!“ Treba priznať, že takáto reakcia by nebola v našich zemepisných šírkach prekvapujúca. Naopak, anglo-americký čitateľ etik by bol vo svojom živle. Nikto sa však nemôže sťažovať, pretože autori korektne v úvode naznačili, o čo pôjde: „Spolu s mnoha analytickými filozofy jsme [...] přesvědčeni, že [...] logicky založený přístup ke zkoumání mravní problematiky, může poskytnout podstatné a teoreticky jasné formulovatelné poznatky o povaze morálky. Lze teda říci, že se hlásíme k názoru, podle nějž je etika ve své podstatě především logickým zkoumáním jazyka morálky.“ (s. 12) A čo s neprestajne deklarovanou praktickosťou etiky? Kolář a Svoboda vhodné citujú lakonickú Russellovu poznámku: „Účelem [etiky] není praxe, ale tvrzení o praxi; a tvrzení o praxi nejsou praktická o nic víc, než jsou tvrzení o plynech plynná.“ (s. 13)

Samozrejme, myšlienky, ktoré som sa pokúsil zachytiť, tvoria len malú časť obsahu recenzovanej knihy. Čitateľ tu okrem nich narazí na zaujímavé analýzy vzťahu etiky a metaetiky, významu slova „dobrý“, ale aj hlavných koncepcií analytickej etiky či systémov deontických logik, ktoré slúžia na zachytenie logických vzťahov medzi hodnotovými súdmi.

Celkovo možno knihu hodnotiť kladne: u nás pomerne okrajový prístup k populárnej problematike sa v nej rozvíja a analyzuje podrobne a zrozumiteľne. Okrem toho je napísaná pekným štýlom a autori svoje myšlienky formulujú tak, aby sa vyhli rôznorodým dvojznačnostiam, ku ktorým etická problematika priamo nabáda. Nemôžem nič iné, len knihu vrelo odporučiť do pozornosti každého čitateľa.

Marián Zouhar

PORĘBSKA, Małgorzata - SUCHOŃ, Wojciech: Elementarny wykład logiki formalnej z ćwiczeniami komputerowymi

Universitas, Kraków 1996

Ťažko nájsť okrem Poľska vo svete krajinu, v ktorej by sa tradične a systematicky zaznamenávali väčšie úspechy vo výučbe logiky. Zázemie, akému sa

teší táto disciplína u našich severných susedov, je závideniahodné, a vôbec nie iba z pohľadu skromnej slovenskej obce logikov a učiteľov logiky. Viaceré úvody do logiky si v minulosti získali istú popularitu aj u nás, a to najmä v prostredí vysokoškolských učiteľov logiky stačí spomenúť knihy takých klasikov, akými boli Tarski, Ajdukiewicz, Ślupecki, Borkowski a iní. Skrátka, Poliaci boli a sú stále o krok vpredu v didaktickej a popularizátorskej práci. Svedčí o tom aj učebnica autorskej dvojice Porębska - Suchoń, pracovníkov Katedry logiky Inštitútu filozofie Jagelonskej univerzity. Je výsledkom viacročnej novátorskej práce spomínanej katedry (a jej Mikro-počítačového didaktického pracoviska) smerujúcej k efektívnemu využitiu počítačovej techniky pri výučbe formálnej logiky v kurze nazvanom LOGIKA & POČÍTAČ, a to na úrovni precvičovania príkladov, ako aj skúšania prostredníctvom série testov. Preto je kniha neúplná bez osobitne distribuovaného bloku programov pozostávajúceho z exercítora s označením L95 a examinátora T95 (tieto programy rozosiela Katedra logiky IF UJ bezplatne po zaslaní prázdnej diskety zaopatrenej registračným lístkom nachádzajúcim sa v knihe). Celý projekt učebnice a programov nadväzuje na predchádzajúce práce uvedených autorov (Elementarne wprowadzenie w logikę formalną, 1991; LOGIKA & KOMPUTER, 1993).

Učebnica je rozdelená na dve časti. Prvá časť prináša teoretický výklad rôznych oblastí formálnej logiky a je použiteľná aj bez programového vybavenia a využitia počítača. Druhá časť (Cvičenia) je vlastne podrobným návodom na obsluhu programu L95. Teoretická časť učebnice je budovaná prísne systematicky a len nepatrne ilustruje výklad vstupmi netechnickej povahy, čo zároveň signalizuje, že čitateľ by už mal mať isté povedomie týkajúce sa základov logiky. V úvodnej kapitole sa analyzujú kľúčové pojmy späté s opisom logického kalkulu. Nosnou pasážou vzhľadom na nasledujúce rozboru konkrétnych logických kalkulov je prezentácia dvojakého, t.j. sémantického a syntaktického, spôsobu výstavby logického kalkulu s uvedením a dokazovaním užitočných definícií a len využívaných v celej učebnici. Kľúčový význam má aj načrtnutie schémy dôkazu tvrdenia o úplnosti, ktorý využíva tzv. tvrdenie Łosia - Assera o relatívnych úplných nadsystémoch. Typy logických kalkulov sú rozoberané v poradí: klasický výrokový kalkul, intuicionistický kalkul, Łukasiewiczov kalkul L3, modálny systém S4 a predikátový kalkul prvého rádu. Samostatné časti sú venované jazyku výrokovkej logiky, jazyku modálnych systémov a jazyku predikátovej logiky. Spôsob opisu kalkulov je jednotný. Najprv autori uvádzajú sémantickú charakteristiku príslušného kalkulu prostredníctvom pojmov, ako je spĺňanie, tautologickosť formúl, vyplývanie, platnosť a tautologická platnosť pravidiel. Potom nasleduje syntaktická verzia kalkulu a budovanie axiomatického systému. Prebiehajú v zhode s definíciami takých pojmov ako teorema, dokázateľnosť a odvoditeľnosť formúl, vyvoditeľnosť a teoretická vyvoditeľnosť pravidiel. Uvádzajú sa aj spolu s dôkazmi, ak sú v danom kalkule dokázateľné niektoré tvrdenia dôležité v procese (predpokladového) dokazovania, a to tvrdenie o priamej dedukcii, slabé a silné tvrdenie o nepriamej dedukcii. Napokon opis kalkulu uzatvára dôkaz tvrdenia o jeho úplnosti. V zmysle toho, ako sa kalkuly po sebe uvádzajú, kniha vždy venuje pozornosť vzťahom medzi nimi. Pri sémantickom opise intuicionistického kalkulu a modálneho kalkulu S4 je využitá

Kripkeho sémantická koncepcia tzv. zväzku ohodnotení, založená na pojme reflexívnej a tranzitívnej tzv. pomocnej relácie definovanej množinou pravdivostných funkcií (funkcií priradujúcich všetkým formulám jazyka kalkulu jednu z dvojice logických hodnôt 0,1).

V záujme maximálnej stručnosti výkladu sú mnohé dôkazy v texte učebnice skrátene, prípadne ponechané na čitateľa. Ten je na možnosti precvičovania si rôznych techník a príkladov upozorňovaný odkazom na príslušné strany cvičebnicovej časti knihy a s ňou zmlupracujúceho počítačového programu. Koherentnosť a interakcia učebnice sú teda riešené veľmi dobre. Požiadavky na študujúceho sú dosť veľké, o čom svedčí okrem zhusteného podania knihy aj spôsob práce s programom L95 a T95. Program L95 ponúka pestrú škálu príkladov s možnosťou stupňovania ich náročnosti. V súvislosti s problematikou týkajúcou sa základného jazyka výrokového kalkulu a modálneho jazyka výrokového kalkulu užívateľ programu vo voľiteľnom počte cvičení rozhoduje, ktoré z náhodne vybraných výrazov sú výrazmi daného jazyka a ktoré z nich sú zmysluplnými výrazmi (formulami), v ďalšej ponuke na formulách správne nahradiť výrokové premenné inými výrazmi či správne prekladať formuly z bezzátvorkovej symboliky do zátvorkovej, resp. naopak, čo je v prostredí programu, ako aj učebnice mimoriadne užitočné. Tá istá štruktúra cvičení sa opakuje aj pri jazyku predikátového kalkulu prvého rádu s obohatením o správne nahrádzanie voľných a viazaných premenných. V rámci každého z kalkulov L95 generuje príklady na zisťovanie tautologickosti formúl a platnosti pravidiel. V klasickom výrokovom kalkule ich možno riešiť metódou priamo aj nepriamo, podobne v trojhodnotovom výrokovom kalkule L3 (s výnimkou nepriameho určovania platnosti pravidiel). V ostatných kalkuloch (intuicionistický výrokový, Lewisov modálny výrokový S4 a klasický predikátový prvého rádu) sa to dá realizovať len nepriamo.

Špeciálnu časť cvičebného programu tvorí konštrukcia dôkazov. V rámci programových úrovní zameraných na klasický výrokový kalkul, intuicionistický kalkul a klasický výrokový kalkul prvého rádu sú možné tri druhy dokazovania. Prvým z nich je axiomatický dôkaz teorém. Cvičiaci si na dokázanie vyberá niektorú z formúl zo zoznamu axióm a teorém, ktorých celkový počet je 54. V klasickom výrokovom kalkule môže v dôkaze použiť axiómy (č.111), formuly považované za dokázané (teorémy 1228) a tie teorémy (2954), ktoré už v programe dokázal. Na ne potom podľa voľby aplikuje pravidlo substitúcie alebo pravidlo odlúčenia. Podobný postup sa opakuje aj pri dôkaze vyvoditeľnosti pravidiel s výnimkou využitia pravidla substitúcie a toho, že ide predpokladový dôkaz, čo je dané charakterom pravidiel. V zozname sa prvých jedenásť pravidiel považuje za dokázané, ďalšie sa takými stávajú postupne (podľa schopnosti užívateľa). Tretím typom dôkazu je dôkaz s využitím tvrdení o dedukcii. Základným krokom je zápis predpokladov z implikačného rozkladu, pričom program umožňuje priamy aj nepriamy dôkaz podľa výberu príslušného tvrdenia o dedukcii (jedného z troch) určujúceho ďalší postup. Ďalej sa v dôkaze používajú dokázané formuly a axiómy, elementárne pravidlo odlúčenia a dokázané pravidlá zo zoznamu. V intuicionistickom kalkule je v počiatkovej fáze práce s programom L95 k dispozícii okrem dvanástich axióm ďalších sedem teorém, ostatné

formuly z 54členného zoznamu je potrebné zvlášť dokázať. Z rovnako veľkého zoznamu pravidiel je na začiatku využitelných desať. V predikátovom kalkule je pomer nasledovný: 15 axióm, 13 teorém, 26 pretendentov na teorémy. Uznaných pravidiel je 27. Pri axiomatickom dôkaze teorém predikátovej logiky prvého rádu je možné použiť pravidlo odlúčenia, pravidlo nahradenia viazanej premennej individuovou premennou, pravidlo univerzálneho zovšeobecnenia, pravidlo nahradenia atomárnej podformuly a pravidlo nahradenia voľnej premennej. Okrem dvoch posledne menovaných to platí aj pre dôkaz vyvoditeľnosti pravidiel a dôkaz teorém na základe tvrdení o dedukcii (v ňom prichádzajú do úvahy aj vopred dokázané pravidlá). Program v prípade kalkulov L3 a S4 neposkytuje iný typ dokazovania ako axiomatický dôkaz teorém (počet axióm v L3 aj v S4 je 16, počet spočiatku v dôkaze použiteľných teorém v L3 je 21, v S4 11). Pri každom type cvičenia L95 má užívateľ možnosť zvoliť si tzv. kontrolu domácich úloh. Jej podstata spočíva v tom, že počítač samostatne rieši zadané mu úlohy a zobrazuje všetky uskutočnené kroky. Na základe toho si užívateľ môže overiť, či správne postupoval pri riešení úloh mimo prostredia L95. Neplatí to však pre vykonávanie dôkazov, a preto je zaradenie položky "Kontrola domácich úloh" v tejto oblasti programu nefunkčné, počítač napriek očakávaniu nechá celú techniku dôkazu na obsluhu; jedinou výhodou je, že dokazovať sa tu dajú aj teorémy mimo uzavretého zoznamu (na rozdiel od počítačom navrhnutého cvičenia). Počas riešenia príkladov je program v istom zmysle "userfriendly", keď dokáže pomôcť zúfalému riešiteľovi cenou radou v jeho úsilí posunúť sa o krok dopredu, a to podľa okolností buď po zadaní charakteristicky označeného príkazu SOS, alebo kombináciou kláves ShiftS. Programový modul T95 vo svojom menu na prvom mieste ponúka prehľad skúšobných zostáv. Tie autori a programátori postupne dopĺňajú. V poslednej verzii, ktorú som mal k dispozícii (stále vyššie verzie programov sa KL IF UJ zaväzuje rozposielať registrovaným užívateľom), T95 formuluje testy založené na príkladoch precvičovaných v L95 s výnimkou dokazovania teorém a pravidiel. Pri každej skúšobnej zostave je uvedené, koľko a aký druh príkladov obsahuje, aká je ich bodová dotácia a koľko bodov treba v teste dosiahnuť na získanie tejktovej známky zo štvorbodovej stupnice. (Pre zaujímavosť: program zväčša hodnotí skúšaného študenta známkou nedostatočnou, ak získal menej ako 70 bodov, dostatočný je, ak nadobudol 70 - 90 bodov a dobrý sa pohybuje v rozmedzí 90 - 98 , veľmi dobrý takmer nesmie zaváhať, musí získať 99 - 100 bodov). Spôsob realizácie príkladov niektorej z 24 zostáv je rovnaký ako v nácvikovom L95. Celý test sa zaznamenáva do zvláštného súboru a priebeh testu spolu s naznačením chýb a hodnotením je potom k dispozícii na prehliadanie.

Užívateľský komfort nepatrí medzi najsilnejšie stránky L95 a podobne aj T95. To do veľkej miery možno ospravedlniť priekopníctvom a výjavoivosťou programov, ich doplnkovým postavením vo vzťahu k učebnici a ich špeciálnym edukatívnym zameraním, ktoré im nikdy nevynesie prvenstvo medzi najobľúbenejším softvérovým vybavením. Neznamená to, že niektoré nedostatky nepôsobia pri práci rušivo. Napríklad hoci účastník testu pred skúšaním udáva svoje meno, ukladané testy sa označujú dňom a číslom zostavy, a tak pri každom ďalšom teste počas toho istého dňa a v rámci tej istej zostavy sa starší test automaticky prepisuje. Ak chceme testy

uchovať, je potrebné ich premenovať či zálohovať, a to znamená prerušenie práce v T95, pretože iný úkon so súborni, ako je uloženie a načítanie, neumožňuje (alebo ostáva variant riešiť podobný test v ten istý deň). Rovnako nie je dvakrát príjemná skutočnosť, že v prípade nezvládania cvičenia sa z niektorých "okien" oboch programov nedá jednoducho vystúpiť, čo v krajnom prípade znamená reštart programu (predchádza mu nepopulárny "mäkký reset"). Najproblematickejšou na celom projekte LOGIKA & POČÍTAČ sa zdá byť používanie nemožnej poľskej, resp. Łukasiewiczsowskej bezzátvorkovej symboliky, ktorá najmä začiatočným zneprehľadňuje výklad učebnice a komplikuje precvičovanie. O jej opodstatnenosti v učebnici sa však autori stručne zmieňujú len v súvislosti s jej výhodnosťou "pre tvorenie jednoduchých počítačových algoritmov" (s. 33). Z didaktického hľadiska je, nazdávam sa, prinajmenšom spochybniteľná, o čom sa môže každý presvedčiť, ak absolvuje niekoľko zložitých axiomatických dôkazov s dĺžkou približne 50 riadkov. Situáciu trochu zmierňujú cvičenia na preklad z bezzátvorkovej symboliky a naopak, do bezzátvorkovej symboliky. Zaradenie dôkazov o úplnosti kalkuloval, absolútna prevaha technických pasáží i obťažnosť mnohých cvičení kladú pomerne veľké nároky na čitateľa a užívateľa, a to viac, že kurz má byť podľa zámeru autorov určený primárne pre študentov humanitných odborov.

V našich (nie však poľských!) podmienkach by kniha M. Porębskej a W. Suchoña na humanitných fakultách zrejme ťažko zaujala pozíciu reprezentatívnej základnej literatúry, čo nie je výčitka adresovaná autorom. Napriek kozmetickým chybám aj polemickým pripomienkam je potrebné ako učebnicu, tak aj programové celky hodnotiť veľmi vysoko. V dobre štruktúrovanej podobe, obsahovo správne a na pomerne malom priestore sprostredkujú prípadným záujemcom veľa poznatkov týkajúcich sa základov formálnej logiky. Majú vyhradené popredné miesto medzi logickou výučbovou spisbou aj medzi pozoruhodnými počítačovými aplikáciami.

Eugen Andreanský

Paolo Mancosu (ed.): From Brouwer to Hilbert, The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s.

Oxford University Press, New York 1998. 337 s.

Filozofia matematiky je predmet, ktorý sa na amerických univerzitách štandardne prednáša. Preto popri odborných prácach venovaných tomuto odboru pomerne pravidelne vychádzajú aj rôzne učebnice a čítanky klasických textov. Stačí spomenúť zborník Benacerraf P. a Putnam H. (ed.): *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1964, alebo zbierku textov Ewald, W. (ed.): *From Kant to Hilbert, Readings in the Foundations of Mathematics*, Oxford University Press, Oxford 1996. Kniha Paola Mancosua *From Brouwer to Hilbert* predstavuje čítanku klasických prác z oblasti základov matematiky, ktoré sa venujú diskusii medzi intuicionizmom a formalizmom v rokoch (1921-1932).